

Foundation Batch



MATHS

A.P & G.P

(समान्तर एवं गुणोत्तर श्रेणी)

Part -4

LIVE

10-12-2024 07:00PM





Foundation Batch

MATHS



TYPE-II

G.P

Sum of Infinite GP

$$r < 1$$

$$S_n = \frac{a(1-r^n)}{(1-r)}$$

$$\text{if } n = \infty$$
$$r^n \sim 0$$

★

$$S_{\infty} = \frac{a}{1-r}$$

$$r = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{10} = \frac{1}{1024}$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{11} = \frac{1}{2048}$$

$$\vdots$$
$$\left(\frac{1}{2}\right)^{\infty} \approx 0$$



$$\left\{ \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots \infty \right\}$$

$$a = \frac{1}{2}$$

$$r = \left(\frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{2}} \right) = \frac{1}{2}$$

$$S_{\infty} = \frac{\frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} = 1$$

$$6^1 = 6$$

The value of the product $6^{\frac{1}{2}} \times 6^{\frac{1}{4}} \times 6^{\frac{1}{8}} \times 6^{\frac{1}{16}} \times \dots$ upto infinite terms is :

गुणनफल $6^{\frac{1}{2}} \times 6^{\frac{1}{4}} \times 6^{\frac{1}{8}} \times 6^{\frac{1}{16}} \times \dots$ अनंत पदों तक का मान क्या है?

- (a) 6
- (b) 36
- (c) 216
- (d) 512

49. The sum of the series $3 - 1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{9} + \dots$ is equal to:

श्रृंखला $3 - 1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{9} + \dots$ का योग किसके बराबर है?

(a) $20/9$

(b) $9/20$

(c) $9/4$

(d) $4/9$

$$r = -\frac{1}{3} \quad \frac{-\frac{1}{3}}{-1} = -\frac{1}{3}$$

$$\left(\frac{-\frac{1}{9}}{-\frac{1}{3}} \right) = \frac{2}{3} - \frac{1}{3}$$

$$a = 3$$
$$\boxed{S_{\infty} = \frac{a}{1-r}} = \frac{3}{1 - (-\frac{1}{3})} = \frac{3}{1 + \frac{1}{3}} = \frac{3 \times 3}{4} = \boxed{\frac{9}{4}}$$



50. A number of squares are described whose perimetres are in G.P. Then their sides will be in

कुछ वर्गों का वर्णन किया गया है जिनके परिमाप गुणोत्तर श्रेणी में हैं, तो उनकी भुजाएँ ज्यामितीय श्रेणी में होंगी।

(a) A.P.

✓ (b) G.P.

(c) H.P.

(d) Nothing can be said



$$\frac{A+B}{2} = 25$$

$$A+B=50$$

GM

$$\sqrt{AB} = 7$$

$$AB=49$$

$$1 \times 49$$

$$7 \times 7$$

51. A and B are two numbers whose AM is 25 and GM is 7. Which of the following may be a value of A?

A और B दो संख्याएँ हैं जिनका AM 25 है और GM 7 है। निम्नलिखित में से A का मान क्या हो सकता है?

(a) 10

(b) 20

~~(c) 49~~

(d) 25



$$\begin{array}{l} \text{AM} \\ \text{to} \\ S : \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{GM} \\ \text{to} \\ 4 \end{array}$$

$$\frac{A+B}{\sqrt{AB}} = \frac{S}{4 \times 2}$$

By option

$$\frac{A+B}{\sqrt{AB}} = \frac{S}{2}$$

$$\frac{4+1}{\sqrt{4 \times 1}}$$

$$= \frac{S}{2}$$

$$\begin{array}{l} A : B \\ 4 : 1 \end{array}$$

52. Two numbers A and B are such that their GM is 20% lower than their AM. Find the ratio between the numbers.

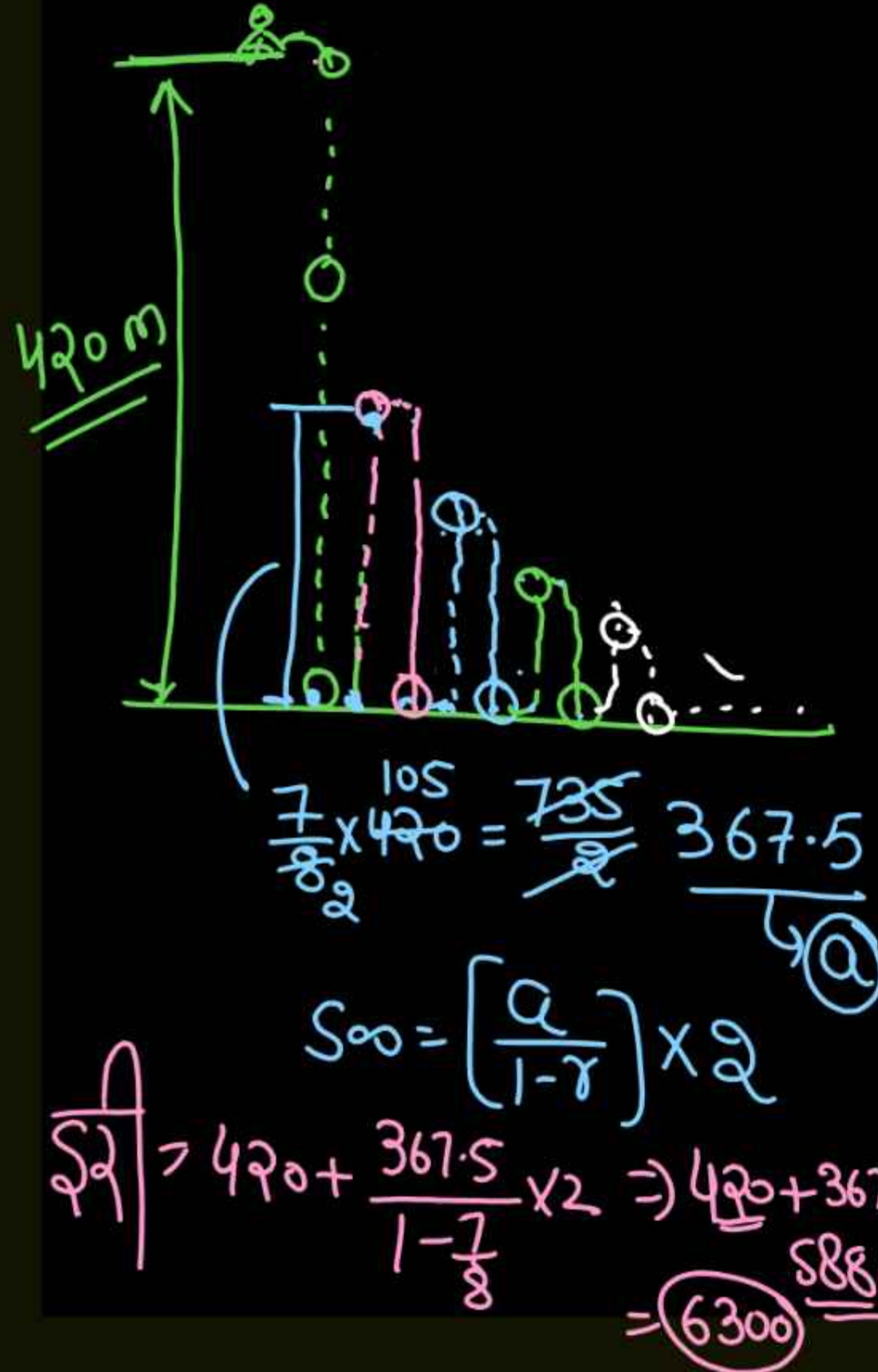
दो संख्याएँ A और B इस प्रकार हैं कि उनका GM उनके AM से 20% कम है। संख्याओं के बीच का अनुपात ज्ञात कीजिए।

~~(a) 3:2~~

(c) 2:1

✓ (b) 4:1

(d) 3:1



53. After striking a floor a rubber ball rebounds $(7/8)$ th of the height from which it has fallen. Find the total distance that it travels before coming to rest, if it is gently dropped from a height of 420 meters.

फर्श से टकराने के बाद एक रबर की गेंद उस ऊंचाई के $(7/8)$ भाग से उछलती है, जिस ऊंचाई से वह गिरी थी। यदि इसे 420 मीटर की ऊंचाई से धीरे से गिराया जाए, तो रुकने से पहले यह कुल कितनी दूरी तय करती है?

(a) 2940 (b) 6300 (c) 1080 (d) 3360



$\frac{n}{m}$ भाग उछलती है

Ball के द्वारा तय की गई
कुल दूरी

$$\text{height} \times \left[\frac{m+n}{m-n} \right]$$

$$420 \times \frac{15}{1}$$

$$= 6300$$

53. After striking a floor a rubber ball rebounds $(7/8)$ th of the height from which it has fallen. Find the total distance that it travels before coming to rest, if it is gently dropped from a height of 420 meters.

$\frac{7}{8}$

फर्श से टकराने के बाद एक रबर की गेंद उस ऊंचाई के $(7/8)$ भाग से उछलती है, जिस ऊंचाई से वह गिरी थी। यदि इसे 420 मीटर की ऊंचाई से धीरे से गिराया जाए, तो रुकने से पहले यह कुल कितनी दूरी तय करती है?

- (a) 2940 (b) ~~6300~~ (c) 1080 (d) 3360



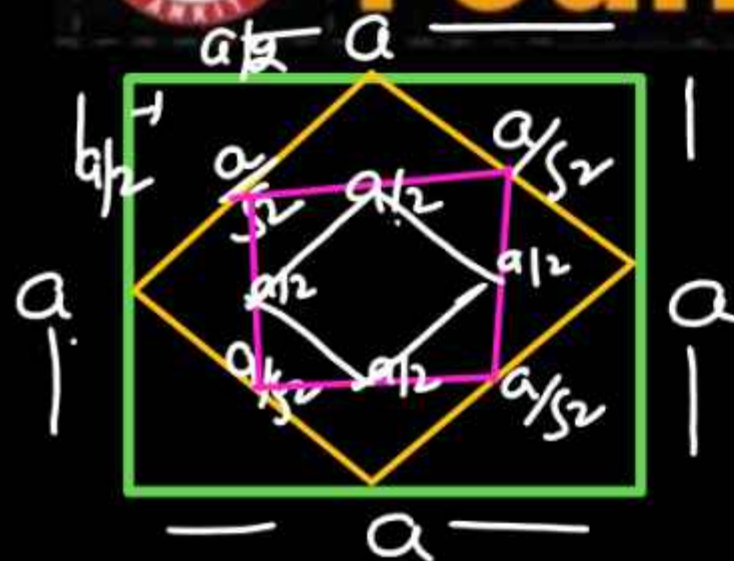
$$600 \times \frac{5}{1} \\ = \underline{\underline{3000m}}$$

54. A ball is thrown from a height of 600 m on the ground. the ball bounce $\frac{2}{3}$ times of its every Last Bounce then calculate the Total Distance the ball till it stop.

एक गेंद को जमीन पर 600 मीटर की ऊंचाई से फेंका जाता है। गेंद अपनी प्रत्येक अंतिम उछाल से $\frac{2}{3}$ गुना उछलती है, तब गेंद द्वारा रुकने तक तय की गई कुल दूरी की गणना कीजिए।

(a) 2400m (b) 2800m

☒ (c) 3000m (d) 3800m



$$S_{\infty} = \frac{100}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{100}{\frac{1}{2}} = 200$$

भुजा $\frac{1}{\sqrt{2}} = x$

Area $a^2, \frac{a^2}{2}, \frac{a^2}{4}, \frac{a^2}{8}, \dots$

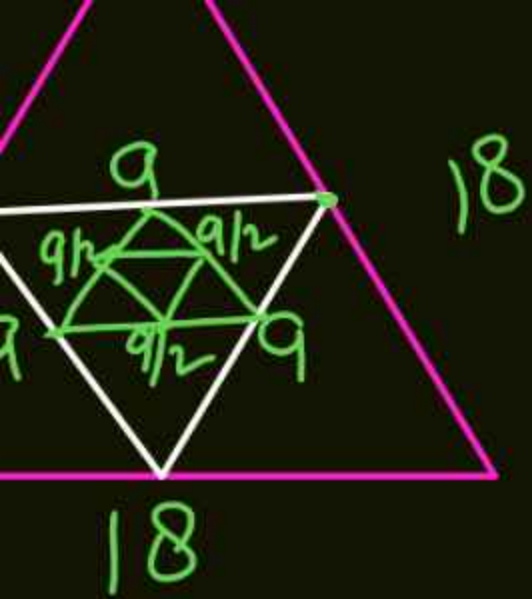
$x = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\frac{a}{\sqrt{2}} \times \frac{a}{\sqrt{2}} = \frac{a^2}{2}$

55. A square is drawn by joining the mid points of the sides of a square. A third square is drawn inside the second square in the same way and the process is continued infinitely. If the side of the square is 10 cm, then the sum of areas of all the squares so formed is

एक वर्ग की भुजाओं के मध्य बिंदुओं को मिलाकर एक वर्ग बनाया जाता है। दूसरे वर्ग के अंदर भी इसी प्रकार तीसरा वर्ग बनाया जाता है और यह प्रक्रिया अनंत काल तक जारी रहती है। यदि वर्ग की भुजा 10 सेमी है, तो इस प्रकार बने सभी वर्गों के क्षेत्रफलों का योग है

- (a) 100 cm^2 (b) 200 cm^2
(c) 250 cm^2 (d) None of these



$$r = \frac{1}{2}$$

$$, \frac{\sqrt{3}}{4} \times 9^2$$

$$, \frac{\sqrt{3}}{4} \times 81$$

$$r = \frac{\frac{\sqrt{3}}{4} \times 81}{81 \sqrt{3}} = \frac{1}{4}$$

56. An equilateral triangle by joining the midpoints of a equilateral triangle of side 18 cm. A thord triangle is c inside the second in the same way. The process is const indefinitely. The sum of the areas of all such triangle in is

18 सेमी भुजा वाले किसी दिए गए समबाहु त्रिभुज के मध्यबिंदु जोड़कर एक समबाहु त्रिभुज बनाया जाता है। दूसरे त्रिभुज के अंत तीसरा त्रिभुज भी इसी तरह बनाया जाता है। प्रक्रिया अनिश्चित का बनाई जाती है। सेमी² में ऐसे सभी त्रिभुजों के क्षेत्रफलों का योग है

(a) $324\sqrt{3}$

~~(b) $108\sqrt{3}$~~

(c) $54\sqrt{3}$

(d) $200\sqrt{3}$

$$S_{\infty} = \frac{a}{1-r} = \frac{81\sqrt{3}}{1-\frac{1}{4}} = \frac{81\sqrt{3} \times 4}{3}$$



$$r = \boxed{r = \frac{1}{2}}$$

$$m114 \quad \boxed{r = \frac{1}{2}}$$

$$27, 13.5 \dots$$

$$\frac{a}{1-r} = \frac{54}{1-\frac{1}{2}} = \frac{54}{\frac{1}{2}} = 108$$

equilateral triangle of side 18 cm. A third triangle is inscribed inside the second in the same way. The process is continued indefinitely. The sum of the areas of all such triangles is

18 सेमी भुजा वाले किसी दिए गए समबाहु त्रिभुज के मध्य बिंदुओं को जोड़कर एक समबाहु त्रिभुज बनाया जाता है। दूसरे त्रिभुज के मध्य बिंदुओं को तीसरा त्रिभुज भी इसी तरह बनाया जाता है। प्रक्रिया अनिश्चित रूप से बनाई जाती है। सेमी² में ऐसे सभी त्रिभुजों के क्षेत्रफलों का योग

(a) $324\sqrt{3}$

(b) $108\sqrt{3}$

(c) $54\sqrt{3}$

(d) $200\sqrt{3}$



$$\text{Area} = \boxed{\delta = \frac{1}{2}}$$

$$S_{\infty} = \frac{a}{1-\delta}$$

$$= \frac{256}{1-\frac{1}{2}}$$

$$\frac{256}{\frac{1}{2}}$$

$$= \boxed{512}$$

$$a = \left(\frac{16}{2}\right)^2 = 256$$

57. A square is drawn by joining mid-points of the sides of a square. Another square is drawn inside the second square in the same way and the process is continued indefinitely. If the side of the first square is 16 cm, then what is the sum of the areas of all the squares?

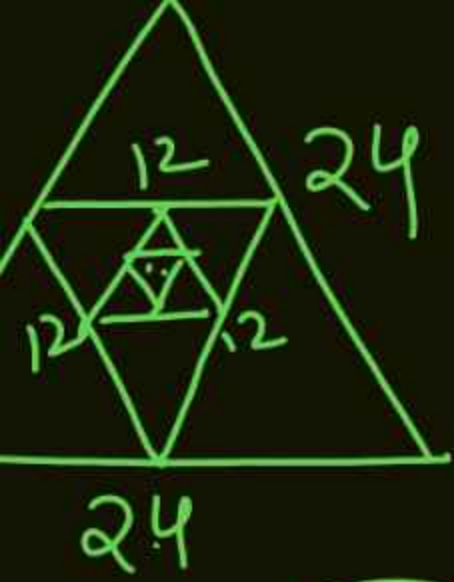
एक वर्ग की भुजाओं के मध्य-बिंदुओं को मिलाकर एक वर्ग बनाया जाता है। इससे बने वर्ग के अंदर उसी तरह एक और वर्ग बनाया जाता है और यह प्रक्रिया अनिश्चित काल तक जारी रहती है। यदि पहले वर्ग की भुजा 16 सेमी है, तो सभी वर्गों के क्षेत्रफलों का योग क्या है?

a. 256 sq. cm

b. 512 sq. cm

c. 1024 sq. cm

d. 512/3 sq. cm



$$r = \frac{1}{2}$$

$$36, 18, 9, \dots$$

$$= \frac{a}{1-r}$$

$$= \frac{72}{1-\frac{1}{2}} = \frac{72}{\frac{1}{2}} = 144$$

58. An equilateral triangle is drawn by joining the midpoints of the sides of another equilateral triangle. A third equilateral triangle is drawn inside the second one joining the midpoints of the sides of the second equilateral triangle, and the process continues infinitely. Find the sum of the perimeters of all the equilateral triangles, if the side of the largest equilateral triangle is 24 units.

एक समबाहु त्रिभुज की भुजाओं के मध्यबिंदुओं को जोड़कर दूसरा समबाहु त्रिभुज बनाया जाता है। दूसरे समबाहु त्रिभुज के अंदर एक तीसरा समबाहु त्रिभुज बनाया जाता है जो दूसरे समबाहु त्रिभुज की भुजाओं के मध्यबिंदुओं को जोड़ता है, और यह प्रक्रिया तक जारी रहती है। सभी समबाहु त्रिभुजों के परिमापों का योग ज्ञात कीजिए, यदि सबसे बड़े समबाहु त्रिभुज की भुजा 24 इकाई है।

a. 288 units

b. 72 units

c. 36 units

d. 144 units

HARMONIC PROGRESSION हरात्मक श्रृंखला (H.P)

HP is the reciprocal of AP

HP, AP का व्युत्क्रम होता है

$$AP \rightarrow a, a+d, a+2d, \dots, a+(n-1)d$$

$$HP \rightarrow \frac{1}{a}, \frac{1}{a+d}, \frac{1}{a+2d}, \dots, \frac{1}{a+(n-1)d}$$

$a, b \rightarrow \text{HP}$

Harmonic mean = ?

$\frac{1}{a}, \frac{1}{b} \rightarrow \text{AP}$

$$AM = \frac{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}{2} = \frac{a+b}{2ab}$$

$$HM = \frac{2ab}{a+b}$$

$a, b, c \rightarrow \text{HP}$

$$HM = \frac{3abc}{ab+bc+ca}$$

Arithmetic mean

a, b

$$AM = \frac{a+b}{2}$$

a, b, c

$$AM = \frac{a+b+c}{3}$$

\vdots

Geometric mean

a, b

$$GM = (a \times b)^{1/2} \\ = \sqrt{ab}$$

a, b, c

$$GM = (a \times b \times c)^{1/3}$$

$$AM \geq GM \geq HM$$

$$2, 4$$

$$\frac{2+4}{2} = \textcircled{3}$$

$$\sqrt{2 \times 4}$$

$$\sqrt{8}$$

$$2\sqrt{2}$$

$$2 \times 1.4$$

$$2.8$$

$$\frac{2ab}{a+b}$$

$$\frac{2 \times 2 \times 4}{6}$$

$$\frac{16}{6}$$

$$2.6$$



Foundation Batch

MATHS



$$\frac{2}{5}, \frac{12}{13} \rightarrow \text{HP}$$

$$\frac{5}{2}, \frac{13}{12} \rightarrow \text{AP}$$

↓
a

$$d = \frac{13}{12} - \frac{5}{2}$$

$$\frac{26-60}{24} = -\frac{34}{24} = -\frac{17}{12}$$

HP
 n^{th} term $\frac{1}{\frac{5}{2} + (n-1)(-\frac{17}{12})}$

for the largest term denominator

Should be least ~ 0

$$\frac{5}{2} - (n-1)\frac{17}{12} = 0$$

59. If the first two terms of a H.P. are $\frac{2}{5}$ and $\frac{12}{13}$, respectively, which of the following terms is the largest term?

यदि किसी H.P. के प्रथम दो पद क्रमशः $\frac{2}{5}$ और $\frac{12}{13}$ हैं, तो निम्नलिखित में से कौन सा पद सबसे बड़ा पद है?

(a) 4th term

(b) 5th term

(c) 6th term

(d) 2nd term

$$(n-1)\frac{17}{12} = \frac{5}{2}$$

$$n-1 = \frac{30}{17} \Rightarrow n = 1 + \frac{30}{17} = \frac{47}{17} \sim 2$$



A, B

$$Hm = \frac{2AB}{A+B} = \frac{2 \times P}{S}$$

$$= \frac{2P}{S}$$

60. For two observations, the sum is S and product is P . What is the harmonic mean of these two observations?

दो अवलोकनों के लिए, योग S है और गुनाफल P है। इन दो अवलोकनों का हार्मोनिक माध्य क्या है?

(a) $\frac{2S}{P}$

(b) $\frac{S}{(2P)}$

~~(c) $\frac{2P}{S}$~~

(d) $\frac{P}{(2S)}$



$$HM \Rightarrow \frac{2AB}{A+B} = 10 \quad \text{--- (1)}$$

$$GM = \sqrt{AB} = 12 \Rightarrow AB = 12^2 = 144$$

$$AM = \frac{A+B}{2} = ?$$

$$\frac{2 \times 144}{A+B} = 10$$

$$A+B = \frac{2 \times 144}{10}$$

$$\underline{AM} \quad \frac{A+B}{2} = \frac{2 \times 144}{10 \times 2} = 14.4$$

61. The harmonic mean and the geometric mean of two numbers are 10 and 12 respectively. What is their arithmetic mean?

दो संख्याओं के हरात्मक माध्य और गुणोत्तर माध्य क्रमशः 10 और 12 है। उनका समांतर माध्य क्या है?

(A) $\frac{25}{3}$

(B) $\sqrt{120}$

(C) 11

(D) 14.4



62. The fifth of the H.P. $2, \frac{5}{2}, \frac{10}{3}, \dots$ will be

H.P. $2, \frac{5}{2}, \frac{10}{3}$ का पांचवां भाग.....होगा

A. $5\frac{1}{5}$

B. $3\frac{1}{5}$

C. $1/10$

✓ D. 10

AP = $\left(\frac{1}{2}\right), \frac{2}{5}, \frac{3}{10}, \dots$

$d = \frac{2}{5} - \frac{1}{2} = -\frac{1}{10}$

$S^{\text{th}} \text{ term} = a + (n-1)d$

$\frac{1}{2} + 4 \times \left(-\frac{1}{10}\right) = \frac{1}{2} - \frac{2}{5} = \left(-\frac{1}{10}\right)$

HP का 5th term

$\frac{1}{\frac{1}{10}} = 10$