A.P & G.P

Q) The nth term of an A.P is $\frac{3+n}{4}$, then the sum of first 105 terms is:

अंकगणितीय श्रेणी का nवाँ पद $\frac{3+n}{4}$ है, फिर पहले 105 पदों का योग क्या है?

$$n^{th}\ term = \frac{3+n}{4}$$

$n=1$ $\quad 1^{st}\ term = \frac{3+1}{4} = 1 = a$

$n=2$ $\quad 2^{nd}\ term = \frac{5}{4} = 1.25$ $\Big)\ d = 0.25 = \frac{1}{4}$

$n=3$ $\quad 3^{rd}\ term = \frac{6}{4} = 1.5$ $\Big)$

$\vdots$

$n=105$ $\quad Last\ term = \frac{108}{4} = (27)$

$$\frac{n}{2}[1^{st} + last]$$

$$\frac{105}{\cancel{2}}\,[\cancel{1+27}^{\,14}]$$

$$1470$$

Q) If the first term of an AP is 2 and the sum of the first five terms is equal to one fourth of the sum of the next five terms, then what is the sum of the first ten terms?

यदि एक AP का पहला पद 2 है और पहले पाँच पदों का योग अगले पाँच पदों के योग के एक-चौथाई के बराबर है, तो पहले दस पदों का योग क्या है?

$$\boxed{a=2}$$

$$S_5 = [S_{10} - S_5] \times \frac{1}{4}$$

$$4S_5 + S_5 = S_{10}$$

$$5S_5 = S_{10}$$

$$5 \times \frac{5}{2}[2\times 2+4d] = \frac{10^{2}}{2}[2\times 2+9d]$$

$$5[4+4d] = 2[4+9d]$$

$$20+20d = 8+18d$$

$$2d = 12$$

$$d = 6$$

$$S_{10} = \frac{10}{2}[2\times 2+9\times(-6)]$$

$$5[4-54]$$

$$5\times(-50)$$

$$-250$$

Q) If the sum of the first 100 terms of an arithmetic progression is 50, and the sum of the first 200 terms is 90, then what is the sum of the first 300 terms of the progression?

यदि एक समांतर श्रेणी के पहले 100 पदों का योग 50 है, और पहले 200 पदों का योग 90 है, तो श्रेणी के पहले 300 पदों का योग क्या है?

$$\frac{50}{\frac{100}{2}}[2a+99d] = 50^{1} \quad \text{—— ①}$$

$$\frac{10\phi}{\frac{200}{2}}[2a+199d] = 9\phi$$

$$2a+199d = \frac{9}{10} \quad \text{—— ②}$$

① − ②

$$99d-199d = 1-\frac{9}{10}$$

$$-100d = \frac{1}{10}$$

$$d = \frac{-1}{1000}$$

from ①

$$2a-\frac{99}{1000} = 1$$

$$2a = 1+\frac{99}{1000} = \frac{1099}{1000}$$

$$S_{300} = \frac{300}{2}\left[\frac{1099}{1000} + 299 \times \left(\frac{-1}{1000}\right)\right]$$

$$150 \times \frac{1}{1000}\left[1099 - 299\right]$$

$$\frac{150}{1000}\left[800\right]$$

120

Q) If $S_n = np + \frac{n(n-1)Q}{2}$, where S_n denotes the sum of the first n terms of an AP, then the common difference is:

यदि $S_n = np + \frac{n(n-1)Q}{2}$, है जहाँ S_n किसी AP के पहले n पदों के योगफल सूचित करता है, तो सार्व अंतर क्या है?

$$n=1 \Rightarrow S_1 = P + \frac{0 \times Q}{2} = P$$

$$n=2 \Rightarrow S_2 = 2P + \frac{2 \times 1Q}{2} = 2P+Q$$

$$d = 2P+Q-P$$

$$P+Q$$

विषम → No. of Unknown terms

3 पद → $a-d \quad a \quad a+d$

$a-2d, a-d, a, a+d, a+2d$

सम → No. of Unknown terms

4 पद → $a-3d \quad a-d \quad a+d \quad a+3d$

Q) There numbers are in Arithmetic Progression (AP) whose sum is 30 and the product is 910. Then the greatest number in the AP is:

तीन संख्याएँ अंकगणितीय श्रेणी में है जिनका जोड़ 30 है और गुणनफल 910 है। बताइए अंकगणितीय श्रेणी मे सबसे बड़ी संख्या कौन-सी है?

$a-d \quad a \quad a+d$

$Sum = a-d+a+a+d = 30$

$3a = 30$

$\boxed{a = 10}$

$$(a-d)\,a\,(a+d) = 910$$
$$(a^2-d^2)\times a = 910$$
$$(100-d^2)\times 10 = 910$$
$$d^2 = 9$$
$$\boxed{d = \sqrt{9} = 3}$$
$$a-d = 10-3 = 7$$
$$a = 10$$
$$a+d = 10+3 = 13$$

Q) An AP, sum of the three numbers is 6 and its product is 6. Find the numbers.

समांतर श्रेणी में तीन संख्याओ का योग 6 है और इसका गुणनफल 6 है। संख्याएँ ज्ञात कीजिए।

$$a-d,\ a,\ a+d$$
$$1, 2, 3$$

Q) A man receives Rs 60 for the first week and Rs 3 more each week than the preceding week. How much does he earn by the 20th week?

एक आदमी को पहले सप्ताह 60 रुपये मिलते हैं और पिछले सप्ताह की तुलना में प्रत्येक सप्ताह उसे 3 रुपये अधिक मिलते हैं। 20 वें सप्ताह तक वह कितना कमा लेता है?

$$60, 63, 66 \text{ ----- } 20^{th} \text{ week}$$
$$S_{20} = \frac{n}{2}\left[2a+(n-1)\times d\right]$$
$$\frac{20}{2}\left[2\times 60+19\times 3\right]$$
$$10\left[120+57\right]$$
$$10\times 177$$
$$1770$$

Q) The sum of 5 numbers in A.P. is 30 and the sum of their squares is 220. Which of the following is the third term?

समांतर श्रेणी में 5 संख्याओं का योग 30 है और उनके वर्गों का योग 220 है। निम्नलिखित में से कौन सा तीसरा पद है?

$a-2d,\ a-d,\ a,\ a+d,\ a+2d$

Sum $= 5a = 30$

$\boxed{a = 6}$

तीसरा पद $= a$
$= 6$

Q) If a times the ath term of an A.P is equal to b times the bth term, find the $(a+b)$ th term.
यदि किसी समांतर श्रेणी के aवें पद का a गुना, b वें पद के b गुना के बराबर है, तो $(a+b)$ वाँ पद ज्ञात कीजिए।

Let first term $= m$

$\boxed{a \times a^{th} \text{ term} = b \times b^{th} \text{ term}}$

$a \times [m+(a-1)d] = b[m+(b-1) \times d]$

$am + (a^2-a)d = bm + (b^2-b)d$

$m(a-b) + d[a^2-b^2-a+b] = 0$

$m(a-b) + d[(a^2-b^2)-(a+b)]$

$m(a-b) + d(a-b)[a+b-1]$

$(a-b)[m+(a+b-1) \times d] = 0$

$\boxed{m+(a+b-1) \times d = 0}$

$(a+b)^{th}$ term

$m+(a+b-1) \times d = 0$

Q) 5 numbers are inserted between the numbers 7 and 79, so that an A.P results. Find the third largest of these numbers.
संख्या 7 और 79 के बीच 5 संख्याएँ डाली जाती हैं, जिससे समांतर श्रेणी प्राप्त होती है। इनमें से तीसरी सबसे बड़ी संख्या ज्ञात कीजिए।

AP

$7, a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, 79$

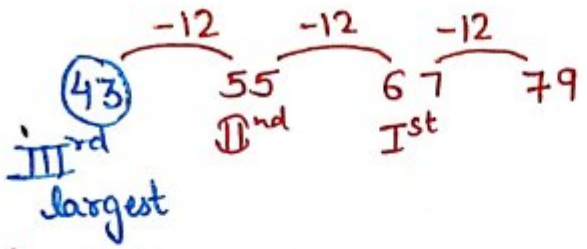
first term $= 7 = a$

7^{th} term $= 79$

$a + 6d = 79$

$6d = 79 - 7 = 72$ 12

$\boxed{d = 12}$



II nd Method

AP

7, a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, 79,

$$a_3 = \frac{7+79}{2}$$

$$\frac{86}{2} \quad 43$$

Q) How many terms of an Arithmetic Progression must be taken for the sum of the A.P to be equal to 385, if the 4th term is 23 and the difference between the third term and the eighth term is 30.

समांतर श्रेणी का योग 385 के बराबर करने के लिए कितने पद लेने चाहिए, यदि चौथा पद 23 है तथा तीसरे पद और आठवें पद के बीच का अंतर 30 है।

4^{th} term $\rightarrow a+3d=23$

$8^{th} - 3^{rd} = 30$

$(a+7d)-(a+2d)=30$

$a+7d-a-2d=30$

$5d = 30$

6

$\boxed{d=6}$

$a+3\times6=23$

$\boxed{a=5}$

$S_n = \frac{n}{2}[10+(n-1)6] = 385$

$\frac{n}{2}\times 2\,[5+3(n-1)] = 385$

$n[5+3n-3] = 385$

$n[2+3n] = 385$

$11\,[35] = 385$

$n = 11$

Q) If the mth term of an A.P. is $1/n$ and n^{th} term is $1/m$, then find the sum to mn terms.

यदि किसी समांतर श्रेणी का mवाँ पद $1/n$ है तथा nवाँ पद $1/m$ है, तो mn पदों का योगफल ज्ञात कीजिए।

$$a+(m-1)d = \frac{1}{n}$$

$$na+(mn-n)\times d = 1 \quad \text{---} \quad (1)$$

$$a+(n-1)\times d = \frac{1}{m}$$

$$am+(mn-m)\times d = 1 \quad \text{---} \quad (2)$$

(1) = (2)

$$na+(mn-n)\times d = am+(mn-m)\times d$$

$$a(n-m)+[mn-mn-n+m]d = 0$$

$$a(n-m)-(n-m)d = 0$$

$$a(n-m) = d(n-m)$$

$$\boxed{a=d}$$

from (1)

$$na+(mn-n)a = 1$$

$$a[n+mn-n] = 1$$

$$\boxed{a = \frac{1}{mn}} = d$$

$$S_{mn} = \frac{mn}{2}[2a+(mn-1)d]$$

$$\frac{mn}{2}\left[2\times\frac{1}{mn}+(mn-1)\times\frac{1}{mn}\right]$$

$$\frac{mn}{2}\times\frac{1}{mn}[2+mn-1]$$

$$\frac{1}{2}[1+mn]$$

Q) The sum of all terms of the arithmetic progression having ten terms except for the first term, is 99, and except for the sixth term, 89. Find the third term of the progression if the sum of the first and the fifth term is equal to 10.

पहले पद को छोड़कर दस पदों वाली समांतर श्रेणी के सभी पदों का योग 99 है, और छठे पद को छोड़कर 89 है। यदि पहले और पांचवें पद का योग 10 के बराबर है, तो प्रगति का तीसरा पद ज्ञात कीजिए।

$S_{10} - a = 99$

$\frac{10}{2}[2a + 9d] - a = 99$

$[10a + 45d] - a = 99$ — (1)

$S_{10} - 6^{th}$ term $= 89$

$\frac{10}{2}[2a + 9d] - (a + 5d) = 89$

$99 + a - a - 5d = 89$

$-5d = -10$

$d = 2$

$a + a + 4d = 10$

$2a + 4d = 10$

$2a + 4 \times 2 = 10$

$2a = 2$

$a = 1$

1, 3, 5

3rd term

Q) The sum of the first term and the fifth term of an A.P. is 26 and the product of the second term by the fourth term is 160. Find the sum of the first seven terms of this A.P..

एक समांतर श्रेणी के पहले और पांचवें पद का योग 26 है तथा दूसरे पद का चौथे पद से गुणनफल 160 है। इस समांतर श्रेणी के पहले सात पदों का योग ज्ञात कीजिए।

$a + a + 4d = 26$

$2a + 4d = 26$

$2(a + 2d) = 26$

$a + 2d = 13$

$a = 13 - 2d$

$a + 6 = 13$

$a = 7$

$2^{nd} \times 4^{th} = 160$

$(a+d) \times (a+3d) = 160$

$(13-2d+d)(13-2d+3d) = 160$

$(13-d)(13+d) = 160$

$(13^2 - d^2) = 160$

$d^2 = 169 - 160 = 9$

$d = \sqrt{9} = 3$

$S_7 = \frac{7}{2}[2a+6d]$

$\frac{7}{2} \times 2[a+3d]$

$7 \times (a+3d)$

$7 \times (7+9)$

112

1. Find the sum of the first hundred even natural number divisible by 5.
प्रथम 100 सम संख्याओं का योग ज्ञात कीजिए जो 5 से पूर्णतया विभाजित हों।
(a) 50500
(b) 55500
(c) 60500
(d) 65500

2. Find the sum of all integers between 50 and 500 which are divisible by 7.
50 व 500 के बीच 7 से विभाजित होने वाली संख्याओं का योग ज्ञात कीजिए।
(a) 13696
(b) 15690
(c) 17696
(d) 19690

3. What is the 507^{th} term of the sequence. 1, −1, 2, −2, 1, −1, 2, −2, 1.....
श्रेणी 1, −1, 2, −2, 1, −1, 2, −2, 1 ..... का 507वाँ पद ज्ञात कीजिए।
(a) 1
(b) 2
(c) 3
(d) 4

4. A boy agree to work at the rate of ₹1 on the first day, ₹2 of the second day, ₹ 4 on the third day, ₹8 of the 4^{th} day and so on. How much would get all the end of 120 days.
एक लड़का पहले दिन ₹ 1 व दूसरे दिन ₹ 2 व तीसरे दिन ₹ 4 , चौथे दिन ₹ 8 की दर से काम करने के लिए सहमत होता है। तो वह 120 दिन में कितने ₹ प्राप्त करेगा?
(a) $(2^{60}-1)$ **(b)** $(2^{100}-1)$
(c) $(2^{120}-1)$ **(d)** $(2^{160}-1)$

5. If $1^3+2^3+3^3+\cdots..9^3=2025$. Find $(.11)^3+(.22)^3+\cdots(.99)^3$.
यदि $1^3+2^3+3^3+\cdots.9^3=2025$ हो तो $(.11)^3+(.22)^3+\cdots(.99)^3$ का मान ज्ञात कीजिए।
(a) 26.952
(b) 2.6952
(c) .26952
(d) 269.52

6. Find 288^{th} term of the series a, b, b, c, c, c, d, d, d, d, e, e, e, e, e, f, f, ...
श्रेणी $a, b, b, c, c, c, d, d, d, d, e, e, e, e, e, f, f, ...$ का 288 वाँ पद ज्ञात कीजिए।
(a) 288 is y
(b) 288 is w
(c) 288 is x
(d) 288 is z

7. A person is to count 4500 notes. Let a_n denote the number of notes he counts in the n^{th} minute. If $a_1 = a_2 = a_3 = \cdots = a_{10} = 150$, and $a_{10}, a_{11}, a_{12}, \ldots$ are in A.P. with the common difference -2 , then the time taken by him to count all the notes is
एक व्यक्ति को 4500 नोट गिनने हैं। मान लीजिए कि a_n, nवें मिनट में गिने गए नोटों की संख्या को दर्शाता है। यदि$a_1 = a_2 = a_3 = \cdots = a_{10}$ =150, तथा $a_{10}, a_{11}, a_{12}, \ldots$, समान अंतर -2 के साथ समांतर श्रेणी में हैं, तो उसके द्वारा सभी नोट गिनने में लिया गया समय है
(a) 24 minutes
(b) 34 minutes
(c) 125 minutes
(d) 135 minutes

8. The fifth term of an A.P. of n terms, whose sum is $n^2 - 2n$, is
n पदों वाली समांतर श्रेणी का पांचवां पद, जिसका योग $n^2 - 2n$ है, है
(a) 5
(b) 7
(c) 8
(d) 15

9. . What is the fourth term of an AP of n terms whose sum is n(n + 1)?
n पदों वाली एक AP जिसके पदों का योगफल n(n + 1) है, का चौथा पद क्या है?
(a) 6
(b) 8
(c) 12
(d) 20

10. What is the sum of the series formed by the sequence $3, \sqrt{3}, 1, \ldots$up to infinity?

अनुक्रम $3, \sqrt{3}, 1, \ldots$ अनन्त तक द्वारा निर्मित श्रेणी का योगफल क्या है?

(a) $\frac{3\sqrt{3}(\sqrt{3}+1)}{2}$

(b) $\frac{3\sqrt{3}(\sqrt{3}-1)}{2}$

(c) $\frac{3(\sqrt{3}+1)}{2}$

(d) $\frac{3(\sqrt{3}-1)}{2}$

ANSWER SHEET

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	C	B	C	B	C	B	B	B	A

ROJGAR With ANKIT

Worksheet solution

Sol 1

$10 + 20 + 30 + 40 + \cdots + 100$ term

$10(1 + 2 + 3 + 4 + \cdots - 100)$

$10\left[\frac{n(n+1)}{2}\right] = 10\left[\frac{100 \times 101}{2}\right]$

$= 10 \times 5050 = 50500$ Ans

Sol 2 $56, 63, 70, \cdots 497$

Number of term $= 64$

$S_n = \frac{n}{2}[a + l]$

$= \frac{64}{2}[56 + 497]$

$= 17696$ Ans

Sol 3 $1, -1, 2, -2, 1, -1, 2, -2 \cdots$

$\frac{504}{4}$ then remainder is 3

$\therefore$ 507^{th} term is 2 Ans

($\because$ हर 4 Number के बाद 4था Number repeat होता है इस तरह 4वें आगा दिया)

Sol 4 $1, 2, 4, 8, 16, \cdots$

$a = 1$, $r = 2$

$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$

$= \frac{1(2^{120} - 1)}{2 - 1} = 2^{120} - 1$ Ans

Sol 5

$(.11)^3 + (.22)^3 + (.33)^3 + \cdots (99)^3$

$(.11)^3 [1^3 + 2^3 + 3^3 + \cdots 9^3]$

$(.11)^3 \cdot \left[\frac{n(n+1)}{2}\right]^3$

$(.11)^3 \cdot \left[\frac{9 \times 10}{2}\right]^3$

$(.11)^3 \cdot 2025$

$.001331 \times 2025$

$= 2.6952$ Ans

Sol 6 $1, 2, 3, 4, \cdots$

Sum of n term $= \frac{n(n+1)}{2} < 288$

Put $n = 23$

$\frac{23 \times 24}{2} < 288$

$276 < 288$

Next serise $277, 278, 279 \cdots$

$\therefore$ 288^{th} term is x.

Ans

Sol 7

Notes counted in first 9 minutes

$= 9 \times 150 = 1350$

Remaining Notes $= 4500 - 1350$

$= 3150$

Now, he counts

150 Notes in 10th Minute,

148 Notes in 11th Minute,

$\therefore$ 150, 148, 146 - - ——

(in AP)

$a = 150$, $d = -2$ and $S_n = 3150$

$$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$$

$$3150 = \frac{n}{2}[300 + (n-1) \times (-2)]$$

$$6300 = n(302 - 2n)$$

$$2n^2 - 302n + 6300 = 0$$

$$n - 151n + 3150 = 0$$

$$(n - 126)(n - 25)$$

$$n = 26$$

$\therefore$ Total time take

$= (25 + 9) = 34$ Min Ans

Sol 8

$S_n = n^2 - 2n$

$\Rightarrow S_1 = 1 - 2 = -1$

$\Rightarrow S_2 = 4 - 4 = 0$

$a_1 = -1$ and $a_2 = 1$

$d = a_2 - a_1 = (1 - (-1) = 2$

$a_n = a + (n-1)d$

$a_5 = 1 + (5+1) \times 2$

$= 7$ Ans

Sol 9

$S_n = n(n+1)$

$a_4 = S_4 - S_3$

$[\because a_n = S_n - S_{n-1}]$

$a_4 = 4(4+1) - 3(3+1)$

$a_4 = 20 - 12 = 8$ Ans

Sol 10

$3, \sqrt{3}, 1, - - - - \infty$

$(a) = 3$

सार्वानुपात $(r) = \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$$S_\infty = \frac{a}{1-r} = \frac{3}{1 - \frac{1}{\sqrt{3}}}$$

$$= \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1} \times \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}+1}$$

$$= \frac{3\sqrt{3}(\sqrt{3}+1)}{3-1} = \frac{3\sqrt{3}(\sqrt{3}+1)}{2}$$ Ans