

## A.P & G.P

### GEOMETRIC PROGRESSION (G.P) गुणोलार श्रेणी

$\text{I}^{\text{st}}$   $\text{II}^{\text{nd}}$   $\text{III}^{\text{rd}}$   $\text{IV}^{\text{th}}$   $\dots$   
 first term  $a$ ,  $ar$ ,  $ar^2$ ,  $ar^3$   $\dots$   $ar^{n-1}$   
 प्रथम पद  
 Common Ratio =  $\frac{\text{II}^{\text{nd}}}{\text{I}^{\text{st}}} = \frac{\text{III}^{\text{rd}}}{\text{II}^{\text{nd}}} = \frac{\text{IV}^{\text{th}}}{\text{III}^{\text{rd}}}$   
 (सार्व अनुपात)  
 $\frac{ar}{a} = \frac{ar^2}{ar} = \frac{ar^3}{ar^2}$   
 $r = r = r$

$2, 4, 8, 16, 32, 64, 128$   
 $\downarrow$   
 I<sup>st</sup> term  $r = \frac{4}{2} \text{ (2)}$

FORMULAE:-  $n^{\text{th}} \text{ term} \rightarrow ar^{n-1}$

Ex:- 7<sup>th</sup> term  $\rightarrow ar^{7-1} = ar^6$

10<sup>th</sup> term  $\rightarrow ar^9$

24<sup>th</sup> term  $\rightarrow ar^{23}$

Sum Of G.P.  
G.P का योग

if  $r > 1$   $S_n = \frac{a[r^n - 1]}{(r - 1)}$

if  $r < 1$   $S_n = \frac{a[1 - r^n]}{(1 - r)}$

# ROJGAR WITH ANKIT

Q) How many terms are there in the G.P. 5, 20, 80, 320, ... 20480?

ગુજરાત શ્રેણી 5, 20, 80, 320, ... 20480 મેં કિતને પદ હોય?

$$n^{\text{th}} \text{ term} = ar^{n-1} \quad r = \frac{20}{5} \quad (4)$$

$$20480 = 5 \times (4)^{n-1}$$

$$4096 = 4^{n-1}$$

$$4^6 = 4^{n-1}$$

$$n-1 = 6$$

$$n = 7$$

$$2^{12} = 4096$$

$$(2^2)^6$$

$$4^6 = 4096$$

Q) How many terms are there in G.P. 4, 20, 100, ... 62500.

ગુજરાત શ્રેણી  $\underset{a}{4}, 20, 100, \dots 62500$  મેં કિતને પદ હોય?

$$r = \frac{20}{4} \quad (5)$$

$$n^{\text{th}} \text{ term} = ar^{n-1}$$

$$62500 = 4 \times 5^{n-1}$$

$$15625 = 5^{n-1}$$

$$5^6 = 5^{n-1}$$

$$n-1 = 6$$

$$n = 7$$

$$\begin{aligned} 5^3 &= 125 \\ 5^4 &= 625 \\ 5^5 &= 3125 \\ 5^6 &= 15625 \end{aligned} \quad \times 5 \quad \times 5 \quad \times 5 \quad \times 5$$

Q) If the first term is 125 and the common ratio is  $2/5$ , what will be the 4th term of the G.P?

થાથી પદલા પદ 125 હોય અને સાર્વ અનુપાત  $2/5$  હોય, તો ગુજરાત શ્રેણી (G.P) કા ચીથા પદ ક્યા હોય?

$$a = 125$$

$$r = \frac{2}{5}$$

$$4^{\text{th}} \text{ term} \rightarrow ar^3$$

$$125 \times \left(\frac{2}{5}\right)^3$$

$$\frac{125 \times 8}{125}$$

# ROJGAR WITH ANKIT

Q) If the first term is 64 and the common ratio is 3/4, what will be the 4th term of the GP?

भादि पहला पद 64 है और सार्व अनुपात 3/4 है, तो गुणोत्तर श्रेणी (G.P) का चौथा पद क्या होगा ?

$$a = 64$$

$$r = \frac{3}{4}$$

$$4^{\text{th}} \text{ term} = ar^3$$

$$64 \times \left(\frac{3}{4}\right)^3$$

$$64 \times \frac{27}{64}$$

$$27$$

Q) Find the sum of 5 terms in a GP, given first term is 14 and common ratio is 5.

गुणोत्तर श्रेणी में 5 पदों का योग आत कीजिए, दिया गया पहला पद 14 है और सार्व अनुपात 5 है।

$$a = 14$$

$$r = 5$$

$$S_5 = \frac{a[r^5 - 1]}{(r-1)}$$

$$14 \frac{[5^5 - 1]}{4}$$

$$\frac{1}{2} [3125 - 1]$$

$$\frac{1}{2} \times 3124$$

$$1562$$

$$10934$$

Q) Find the sum of 4 terms in a GP, given first term is 16 and common ratio is 6.

भादि एक गुणोत्तर श्रेणी (G.P) का प्रथम पद 16 और सार्व अनुपात 6 है तो इसके 4 पदों का योगफल आत कीजिए।

# ROJGAR WITH ANKIT

$$a = 16$$

$$r = 6$$

$$S_4 = \frac{a[r^4 - 1]}{(r-1)}$$

$$\frac{16[6^4 - 1]}{6 - 1}$$

$$\frac{16}{5}[1296 - 1]$$

$$\frac{16}{5} \times 1295 = 259$$

$$4144$$

- Q) Sum of first 23 terms of a GP equal to the sum of the first 21 terms in the same GP. Sum of the first 25 terms is 2500, what is the 42nd term in the same GP?

गुणोत्तर श्रेणी (GP) के प्रथम 23 पदों का योगफल, उसी गुणोत्तर श्रेणी (GP) में प्रथम 21 पदों के योगफल के बराबर है प्रथम 25 पदों का योगफल 2500 है, उसी गुणोत्तर श्रेणी (GP) में 42वाँ पद क्या है ?

$$\frac{21 \text{ term} + \underbrace{\frac{22^{\text{nd}} + 23^{\text{rd}}}{\text{Sum} = 0}}}_{23 \text{ पद का योग}} = 21 \text{ पद का योग}$$

$$22^{\text{nd}} + 23^{\text{rd}} = 0$$

$$k + k r = 0$$

$$k(1+r) = 0$$

$$1+r=0$$

$$\boxed{r = -1}$$

$$S_{25} = \frac{a[(-1)^{25} - 1]}{-1 - 1} = 2500$$

$$\frac{a(-2)}{2} = 2500$$

$$\boxed{a = 2500}$$

$$42^{\text{nd}} \text{ term} = ar^{41}$$

$$ar^{41-1} = 2500 (-1)^{41}$$

$$-2500$$

# ROJGAR WITH ANKIT

Q) Sum of first 123 terms of GP is equal to the sum of the first 121 terms in the same GP. When first term is 1235. What is the 99th term in the same GP?

गुणोत्तर श्रेणी (GP) के प्रथम 123 पदों का योग, उसी गुणोत्तर श्रेणी (GP) के प्रथम 121 पदों के योग के बराबर है। जब पहला पद 1235 हो, तो उसी गुणोत्तर श्रेणी में 99 वाँ क्या है?

$$\begin{array}{c} 121 \text{ term} \quad \underline{\underline{122^{\text{nd}} \quad 123^{\text{rd}}}} \\ \text{Sum} = 0 \end{array}$$

$$123 \text{ पदों का Sum} = 121 \text{ पदों का योग}$$

$$122^{\text{nd}} + 123^{\text{rd}}$$

$$k + kr = 0$$

$$k(1+r) = 0$$

$$r = -1$$

$$a = 1235$$

$$99^{\text{th}} \text{ term} = ar^{n-1}$$

$$1235(-1)^{98}$$

$$1235$$

Q) Find the sum of the ~~sum of~~ the G.P.  $\frac{11}{5}, \frac{11}{25}, \frac{11}{125}, \frac{11}{625}, \dots$  to  $n$  terms

निम्न गुणोत्तर श्रेणी का योगफल ज्ञात कीजिए।

$\frac{11}{5}, \frac{11}{25}, \frac{11}{125}, \frac{11}{625}, \dots$   $n$  पदों तक

$$a = \frac{11}{5}$$

$$r = \left(\frac{11}{25}\right) \quad \frac{\frac{11}{25} \times \frac{11}{5}}{\frac{11}{5}} = \frac{1}{5}$$

$$r < 1$$

$$S_n = \frac{a [1 - r^n]}{(1 - r)}$$

$$\frac{\frac{11}{5} \left[ 1 - \left(\frac{1}{5}\right)^n \right]}{\left(1 - \frac{1}{5}\right)}$$

# ROJGAR WITH ANKIT

$$\frac{11}{5} \left[ 1 - \left( \frac{1}{5} \right)^n \right]$$

$$\frac{4}{5}$$

$$\frac{11}{4} \left( 1 - \left( \frac{1}{5} \right)^n \right)$$

Q) Find the sum of the G.P.  $\frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \frac{1}{27}, \frac{1}{81}, \dots$  to  $n$  terms.

गुणोत्तर श्रेणी का योगफल आत कीजिए।

$$\frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \frac{1}{27}, \frac{1}{81}, \dots n \text{ पदों तक}$$

$$a = \frac{1}{3}$$

$$r = \frac{\frac{1}{9}}{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3}$$

$$r < 1$$

$$S_n = \frac{a [1 - r^n]}{(1 - r)}$$

$$\frac{\frac{1}{3} [1 - (\frac{1}{3})^n]}{(1 - \frac{1}{3})}$$

$$\frac{\frac{1}{3} [1 - \frac{1}{3}^n]}{\frac{2}{3}}$$

$$\frac{1}{2} \left[ 1 - \frac{1}{3}^n \right]$$

Q) Find the sum of the G.P.  $\frac{9}{10}, \frac{9}{100}, \frac{9}{1000}, \frac{9}{10000}, \dots$  to  $n$  terms.

निम्न गुणोत्तर श्रेणी का योगफल आत कीजिए।

$$\frac{9}{10}, \frac{9}{100}, \frac{9}{1000}, \frac{9}{10000}$$

$$a = \frac{9}{10} \quad \frac{9}{10} \times r = \frac{9}{100} \quad \frac{1}{10}$$

$$r = \frac{1}{10} \quad r = \frac{1}{10}$$

# ROJGAR WITH ANKIT

$r < 1$

$$S_n = \frac{a[1-r^n]}{(1-r)}$$

$$\frac{\frac{9}{10} \left[ 1 - \left( \frac{1}{10} \right)^n \right]}{1 - \frac{1}{10}}$$

$$\frac{\frac{9}{10} \left[ 1 - \left( \frac{1}{10} \right)^n \right]}{\frac{9}{10}}$$

$$1 - \left( \frac{1}{10} \right)^n$$

$$\left( 1 - \frac{1}{10^n} \right)$$

Q) Find the sum of the G.P.  $\frac{5}{6}, \frac{5}{36}, \frac{5}{216}, \frac{5}{1296}, \dots$  to  $n$  terms.

गुणोत्तर श्रेणी का योगफल खात करें।

$$\frac{5}{6}, \frac{5}{36}, \frac{5}{216}, \frac{5}{1296}, \dots \text{ n पदों तक}$$

$$a = \frac{5}{6}$$

$$\frac{5}{6} \times r = \frac{5}{36} \quad \frac{1}{6}$$

$r < 1$

$$S_n = \frac{a[1-r^n]}{(1-r)} \quad r = \frac{1}{6}$$

$$\frac{\frac{5}{6} \left[ 1 - \left( \frac{1}{6} \right)^n \right]}{\left( 1 - \frac{1}{6} \right)}$$

$$1 - \left( \frac{1}{6} \right)^n$$

Q) A geometric progression (GP) consists of 200 terms. If the sum of odd terms of the GP is  $m$ , and the sum of even terms of the GP is  $n$ , then what is the common ratio?

एक गुणोत्तर श्रेणी (G.P) में 200 पद हैं। यदि इस G.P के विषम पदों का योगफल  $m$  है, और सम पदों का योगफल  $n$  है तो इसका सार्व अनुपात क्या है?

$$a, ar, ar^2, ar^3, ar^4, \dots, ar^{199}$$

$$\text{विषम } \frac{a + ar^2 + ar^4 + \dots + ar^{198}}{ar + ar^3 + \dots + ar^{199}}$$

$$\text{सम } ar + ar^3 + \dots + ar^{199}$$

$$\frac{ar [1 + r^2 + r^4 + \dots + r^{198}]}{ar [1 + r^2 + r^4 + \dots + r^{198}]} = \frac{m}{n}$$

$$\frac{1}{r} = \frac{m}{n}$$

$$r = \frac{n}{m}$$

Q) In a G.P tenth term is 9 and fourth term is 4, then its seventh term will be:

किसी गुणोत्तर श्रेणी का 10वाँ पद 9 है और चौथा पद 4 है, तो उसका सातवाँ पद होगा:

$$\frac{ar^9}{ar^3} = \frac{9}{4} \quad \text{--- ①}$$

$$r^6 = \frac{9}{4}$$

Square root both side

$$\sqrt{r^6} = \sqrt{\frac{9}{4}}$$

$$(r^3)^{\frac{1}{2}}$$

$$r^3 = \frac{3}{2}$$

from ②

$$a \times \frac{3}{2} = 4$$

$$a = \frac{8}{3}$$

$$ar^6$$

$$2 \times \frac{8}{3} \times \frac{9}{4}^3$$

# ROJGAR WITH ANKIT

Q) If  $p, q, r$  are in geometric progression, then which is true among the following?

यदि  $p, q, r$  गुणोत्तर श्रेणी में हैं, तो निम्नलिखित में कौन - सा सत्य है?

$$\begin{array}{cccc}
 p & q & r \\
 a & ar & ar^2 \\
 \hline
 p \times r = a^2 r^2
 \end{array}$$

$$\sqrt{p \times r} = \sqrt{a^2 r^2} = ar = q$$

Q) If 3<sup>rd</sup>, 8<sup>th</sup> and 13<sup>th</sup> terms of a GP are  $p, q$  and  $r$  respectively then which one of the following is correct?

यदि किसी GP के तीसरे, आठवें और तेरहवें पद कमरा:  $p, q$  और  $r$  हैं, तो निम्नलिखित में से कौन - सा सही है,

$$ar^2 = p$$

$$ar^7 = q$$

$$ar^{12} = r$$

$$(ar^7)^2 = ar^2 \times ar^{12}$$

$$a^2 r^{14} = a^2 r^{14}$$

Option A = correct

$$q^2 = pr$$

**1. If  $a$ ,  $b$  and  $c$  are in geometric progression then  $bc$ ,  $ca$ ,  $ab$ , are in  
यदि  $a$ ,  $b$ ,  $c$  गुणोत्तर श्रेणी में हों तो  $bc$ ,  $ca$ ,  $ab$  होंगे?**

- (a) AP
  - (b) GP
  - (c) HP
  - (d) CND

**2. If  $a, b, c$  are in AP, then  $3^a, 3^b, 3^c$  are in**  
**यदि  $a, b, c$  समात्तर श्रेणी में हों तो  $3^a, 3^b, 3^c$  होंगे?**

- (a) AP
  - (b) GP
  - (c) HP
  - (d) No

3. First four terms of a series are 4, 12, 36, 108. What will be the 6th term of this series?

एक श्रृंखला के प्रथम चार पद 4, 12, 36, 108 हैं। इस श्रृंखला का 6वाँ पद क्या होगा?

- (a) 624
  - (b) 324
  - (c) 2916
  - (d) 972

4. How many terms are there in G.P. 3, 18, 108, ...., 23328?  
गुणोत्तर श्रेणी 3, 18, 108, ...., 23328 में कितने पद हैं?

- (a) 10
  - (b) 4
  - (c) 8
  - (d) 6

5. How many terms are there in the G.P.  $16, 8, 4, \dots, \frac{1}{16}$ ?

गुणोत्तर श्रेणी 16, 8, 4,.....1/16 में कितने पद हैं?

- (a) 8
  - (b) 9
  - (c) 10
  - (d) 11

6. find the value of  $9^{\frac{1}{3}}, 9^{\frac{1}{9}}, 9^{\frac{1}{27}}, \dots \dots \infty$

$9\frac{1}{3}, 9\frac{1}{9}, 9\frac{1}{27}, \dots \dots \infty$  का मान ज्ञात कीजिए।

7. If  $n^{\text{th}}$  term of a G.P. is  $2n$ , then the sum of its first 6 terms is  
यदि किसी गुणोत्तर श्रेणी का  $n^{\text{वाँ}}$  पद  $2n$  है, तो उसके प्रथम 6 पदों का योग है
- (a) 126  
(b) 128  
(c) 254  
(d) 256

8. Find the sum of 5 terms in a GP, given first term is 14 and common ratio is 5.

गुणोत्तर श्रेणी में 5 पदों का योग ज्ञात कीजिए, दिया गया पहला पद 14 है और सार्व अनुपात 5 है

- (a) 13934  
(b) 11934  
(c) 10934  
(d) 12934

9. The sum of the first 63 terms of a geometric series (GP) is equal to the sum of the first 61 terms of the same geometric series. If the second term in the same geometric series is  $-653$ , then what will be the sum of 50 terms?

गुणोत्तर श्रेणी (GP) के प्रथम 63 पदों का योग समान गुणोत्तर श्रेणी के प्रथम 61 पदों के योग के बराबर है। यदि उसी गुणोत्तर श्रेणी में दूसरा पद  $-653$  है, तो 50 पदों का योग कितना होगा?

- (a) 4  
(b) 6  
(c) 0  
(d) 2

10. Find the sum of the G.P.  $\frac{9}{5}, \frac{9}{25}, \frac{9}{125}, \frac{9}{625}, \dots$  to  $n$  terms.

दी गई गुणोत्तर श्रेणी का योग ज्ञात कीजिए  $\frac{9}{5}, \frac{9}{25}, \frac{9}{125}, \frac{9}{625}, \dots$   $n$  पदों तक-

- (a)  $\frac{9}{4} \left(1 - \left(\frac{1}{5^n}\right)\right)$       (b)  $\frac{5}{9} \left(1 - \left(\frac{1}{5^n}\right)\right)$   
(c)  $\frac{7}{9} \left(1 - \left(\frac{1}{5^n}\right)\right)$       (d)  $\frac{4}{5} \left(1 - \left(\frac{1}{5^n}\right)\right)$

### ANSWER SHEET

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
B	B	D	D	B	A	A	C	C	A

Worksheet solution

**Sol 1**

$a, b, c$  are in GP

$$\text{then } b^2 = ac$$

Multiply both sides  $ac$

$$b^2 \times ac = (ac)^2$$

$$bc \times ab = (ac)^2$$

$\therefore bc, ac, ab$  are in GP

$a, b, c$  are in AP

$$\therefore 2b = a + c$$

$$3^{2b} = 3^{a+c}$$

$$3^{2b} = 3^a \times 3^c$$

$\therefore 3^a, 3^b, 3^c$  are in GP

**Sol 2**

$$6^5 = 6^{n-1}$$

$$\therefore n = 6 \quad \underline{\text{Ans}}$$

**Sol 5**

$$16, 8, 4, \dots, \frac{1}{16}$$

$$a = 16, r = \frac{8}{16} = \frac{1}{2}$$

$$t_n = 16 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

$$\frac{1}{16} = 16 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

$$\frac{1}{256} = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^8 = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

$$\therefore n = 9 \quad \underline{\text{Ans}}$$

**Sol 3**

$$4, 12, 36, 108$$

$$a = 4, r = \frac{12}{4} = 3$$

$$T_6 = a r^{(6-1)}$$

$$= 4 \times 3^5$$

$$= 4 \times 243$$

$$= 972 \quad \underline{\text{Ans}}$$

**Sol 6**

$$9^{\frac{1}{3}} \times 9^{\frac{1}{9}} \times 9^{\frac{1}{27}} \times \dots \infty$$

$$= 9^{\frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \dots \infty}$$

$$\therefore \left[ S_{\infty} = \frac{a}{1-r} \right]$$

$$= 9^{\frac{1}{2}} = 3 \quad \underline{\text{Ans}}$$

$$3, 18, 108, \dots, 23328$$

$$a = 3, r = \frac{18}{3} = 6$$

$$23328 = 3(6)^{n-1}$$

**Sol 4**

**Sol 7**  $d_n = 2^n \quad \dots \text{(i)}$

Putting  $n = 1, 2, 3, \dots$  in (i)

we get

$G.P = 2, 2^2, 2^3, \dots$

$a = 2, r = 2 \quad (r > 1)$

$S_{50} = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$

$= \frac{653[1-(-1)^{50}]}{1-(-1)}$

$= 653 \times 0$

Sum of first 6 terms is  $S_6 =$

$$\frac{a(r^6-1)}{r-1} = \frac{2(2^6-1)}{(2-1)}$$

$$= 126 \text{ Ans}$$

**Sol 8**  $T_1 = a = 14, r = 5, n = 5$

$$S_5 = 14 \times \frac{(5^5-1)}{(5-1)}$$

$$= 14 \times \frac{3124}{4}$$

$$= 10934 \text{ Ans}$$

**Sol 9**

$\frac{K}{6144} \rightarrow \frac{K}{6349} \rightarrow \frac{K_r}{}$

$K + K_r = 0 \quad \because 6349 \text{ अन्तीम अंक} = 6144 \text{ अन्तीम अंक}$

$K(1+r) = 0$

$r = -1$

$\therefore T_2 = a r^{2-1}$

$$\begin{aligned} -63 &= ar \\ &= a \times -1 \end{aligned}$$

$a = 653$

ATQ

$$S_{50} = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$$

$$= \frac{653[1-(-1)^{50}]}{1-(-1)}$$

$S_{50} = 0$

**Sol 10**

$$a = \frac{9}{5}, r = \frac{9}{25} \therefore \frac{9}{5} = \frac{1}{5}$$

$$S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r} \quad (\because r < 1)$$

$$= \frac{9}{5} \frac{\left[1 - \left(\frac{1}{5}\right)^n\right]}{\left(1 - \frac{1}{5}\right)}$$

$$= \frac{9}{5} \frac{\left[1 - \frac{1}{5^n}\right]}{\frac{4}{5}}$$

$$= \frac{9}{4} \left(1 - \left(\frac{1}{5^n}\right)\right)$$

Ans