

ਗੁਣੀਲਰ ਐਥੀ

$2, 4, 8, 16, 32, 64, 128$
 \downarrow
 Ist term
 $r = \frac{4}{2} = 2$

FORMULAE:- $n^{\text{th}} \text{ term} \rightarrow ar^{n-1}$

Ex:- 7th term $\rightarrow ar^{7-1} = ar^6$

10th term $\rightarrow ar^9$

24th term $\rightarrow ar^{23}$

SUM OF GP
GP का योग

if $r > 1$	$S_n = \frac{a[r^n - 1]}{(r - 1)}$
if $r < 1$	$S_n = \frac{a[1 - r^n]}{(1 - r)}$

- Q) How many terms are there in the G.P. 5, 20, 80, 320, ... 20480?
 गुणोत्तर श्रेणी 5, 20, 80, 320, ... 20480 में कितने पद हैं ?

$$n^{\text{th}} \text{ term} = ar^{n-1} \quad r = \frac{20}{5} \text{ (4)}$$

$$\cancel{20480} = \cancel{5} \times (4)^{n-1}$$

$$4096 = 4^{n-1}$$

$$4^6 = 4^{n-1}$$

$$n-1 = 6$$

$$n = 7$$

$$2^{12} = 4096$$

$$(2^2)^6$$

$$4^6 = 4096$$

- Q) How many terms are there in G.P. 4, 20, 100, ... 62500.
 गुणोत्तर श्रेणी 4, 20, 100, ... 62500 में कितने पद हैं ?

$$r = \frac{20}{4} \text{ (5)}$$

$$n^{\text{th}} \text{ term} = ar^{n-1}$$

$$\cancel{62500} = \cancel{4} \times 5^{n-1}$$

$$15625 = 5^{n-1}$$

$$5^6 = 5^{n-1}$$

$$n-1 = 6$$

$$n = 7$$

$$\begin{array}{l} 5^3 = 125 \\ 5^4 = 625 \\ 5^5 = 3125 \\ 5^6 = 15625 \end{array} \left. \begin{array}{l} \times 5 \\ \times 5 \\ \times 5 \end{array} \right\}$$

- Q) If the first term is 125 and the common ratio is $\frac{2}{5}$, what will be the 4th term of the G.P?

यदि पहला पद 125 है और सार्व अनुपात $\frac{2}{5}$ है, तो गुणोत्तर श्रेणी (G.P) का चौथा पद क्या होगा ?

$$a = 125$$

$$r = \frac{2}{5}$$

$$4^{\text{th}} \text{ term} \rightarrow ar^3$$

$$125 \times \left(\frac{2}{5}\right)^3$$

$$\frac{125 \times 8}{125}$$

$$8$$

Q) If the first term is 64 and the common ratio is $\frac{3}{4}$, what will be the 4th term of the GP?

यदि पहला पद 64 है और सार्व अनुपात $\frac{3}{4}$ है, तो गुणोत्तर श्रेणी (G.P) का चौथा पद क्या होगा?

$$a = 64$$

$$r = \frac{3}{4}$$

$$4^{\text{th}} \text{ term} = ar^3$$

$$64 \times \left(\frac{3}{4}\right)^3$$

$$64 \times \frac{27}{64}$$

$$27$$

Q) Find the sum of 5 terms in a GP, given first term is 14 and common ratio is 5.

गुणोत्तर श्रेणी में 5 पदों का योग ज्ञात कीजिए, दिया गया पहला पद 14 है और सार्व अनुपात 5 है।

$$a = 14$$

$$r = 5$$

$$S_5 = \frac{a[r^5 - 1]}{(r - 1)}$$

$$= \frac{14[5^5 - 1]}{5 - 1}$$

$$= \frac{7}{2} [3125 - 1]$$

$$= \frac{7}{2} \times 3124$$

$$10934$$

Q) Find the sum of 4 terms in a GP, given first term is 16 and common ratio is 6.

यदि एक गुणोत्तर श्रेणी (GP) का प्रथम पद 16 और सार्व अनुपात 6 है तो इसके 4 पदों का योगफल ज्ञात कीजिए।

$$\begin{aligned}
 a &= 16 \\
 r &= 6 \\
 S_4 &= \frac{a[r^4 - 1]}{(r - 1)} \\
 &= \frac{16[6^4 - 1]}{6 - 1} \\
 &= \frac{16}{5}[1296 - 1] \\
 &= \frac{16}{5} \times 1295 = 259 \\
 &= 4144
 \end{aligned}$$

Q) Sum of first 23 terms of a GP equal to the sum of the first 21 terms in the same GP. Sum of the first 25 terms is 2500, what is the 42nd term in the same GP?

गुणोत्तर श्रेणी (GP) के प्रथम 23 पदों का योगफल, उसी गुणोत्तर श्रेणी (GP) में प्रथम 21 पदों के योगफल के बराबर है प्रथम 25 पदों का योगफल 2500 है, उसी गुणोत्तर श्रेणी (GP) में 42वाँ पद क्या है?

$$\begin{aligned}
 &21^{\text{st}} \text{ term} + 22^{\text{nd}} + 23^{\text{rd}} \\
 &\quad \quad \quad \text{Sum} = 0
 \end{aligned}$$

23 पद का योग = 21 पद का योग

$$22^{\text{nd}} + 23^{\text{th}} = 0$$

$$k + kr = 0$$

$$k(1 + r) = 0$$

$$1 + r = 0$$

$$\boxed{r = -1}$$

$$S_{25} = \frac{a[(-1)^{25} - 1]}{-1 - 1} = 2500$$

$$\frac{a(-2)}{-2} = 2500$$

$$\boxed{a = 2500}$$

$$42^{\text{nd}} \text{ term} = ar^{41}$$

$$ar^{n-1} = 2500(-1)^{41}$$

$$-2500$$

Q) Sum of first 123 terms of GP is equal to the sum of the first 121 terms in the same GP. When first term is 1235. What is the 99th term in the same GP?

गुणोत्तर श्रेणी (GP) के प्रथम 123 पदों का योग, उसी गुणोत्तर श्रेणी (GP) के प्रथम 121 पदों के योग के बराबर है। जब पहला पद 1235 हो, तो उसी गुणोत्तर श्रेणी में 99 वाँ क्या है?

$$\begin{array}{ccc} 121 \text{ term} & 122^{\text{nd}} & 123^{\text{rd}} \\ \hline & \text{Sum} = 0 & \end{array}$$

123 पदों का Sum = 121 पदों का योग

$$122^{\text{nd}} + 123^{\text{rd}}$$

$$k + kr = 0$$

$$k(1+r) = 0$$

$$\boxed{r = -1}$$

$$\boxed{a = 1235}$$

$$99^{\text{th}} \text{ term} = ar^{n-1}$$

$$1235(-1)^{98}$$

$$1235$$

Q) Find the sum of the ~~sum of the~~ G.P. $\frac{11}{5}, \frac{11}{25}, \frac{11}{125}, \frac{11}{625}, \dots$ to n terms

निम्न गुणोत्तर श्रेणी का योगफल ज्ञात कीजिए।

$$\frac{11}{5}, \frac{11}{25}, \frac{11}{125}, \frac{11}{625}, \dots \text{ n पदों तक}$$

$$a = \frac{11}{5}$$

$$r = \left(\frac{\frac{11}{25}}{\frac{11}{5}} \right) = \frac{11 \times 5}{25 \times 11} = \frac{1}{5}$$

$$\boxed{r < 1}$$

$$S_n = \frac{a[1-r^n]}{(1-r)}$$

$$\frac{\frac{11}{5} \left[1 - \left(\frac{1}{5} \right)^n \right]}{\left(1 - \frac{1}{5} \right)}$$

$$\frac{\frac{11}{5} \left[1 - \left(\frac{1}{5} \right)^n \right]}{\frac{4}{5}} = \frac{11}{4} \left(1 - \left(\frac{1}{5} \right)^n \right)$$

Q) Find the sum of the G.P. $\frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \frac{1}{27}, \frac{1}{81}, \dots$ to n terms.

गुणोत्तर श्रेणी का योगफल ज्ञात कीजिए।

$\frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \frac{1}{27}, \frac{1}{81}, \dots$ n पदों तक

$$a = \frac{1}{3}$$

$$r = \left(\frac{\frac{1}{9}}{\frac{1}{3}} \right) = \frac{1}{3}$$

$$\boxed{r < 1}$$

$$S_n = \frac{a[1-r^n]}{(1-r)}$$

$$\frac{\frac{1}{3} \left[1 - \left(\frac{1}{3} \right)^n \right]}{\left(1 - \frac{1}{3} \right)}$$

$$\frac{\frac{1}{3} \left[1 - \frac{1}{3^n} \right]}{\frac{2}{3}}$$

$$\frac{1}{2} \left[1 - \frac{1}{3^n} \right]$$

Q) Find the sum of the G.P. $\frac{9}{10}, \frac{9}{100}, \frac{9}{1000}, \frac{9}{10000}, \dots$ to n terms.

निम्न गुणोत्तर श्रेणी का योगफल ज्ञात कीजिए।

$\frac{9}{10}, \frac{9}{100}, \frac{9}{1000}, \frac{9}{10000}, \dots$

$$a = \frac{9}{10} \quad \frac{9}{10} \times r = \frac{9}{100} \Rightarrow r = \frac{1}{10}$$

$$r = \frac{1}{10} \quad r = \frac{1}{10}$$

$$|r| < 1$$

$$S_n = \frac{a[1-r^n]}{(1-r)}$$

$$\frac{\frac{9}{10} \left[1 - \left(\frac{1}{10} \right)^n \right]}{1 - \frac{1}{10}}$$

$$\frac{\frac{9}{10} \left[1 - \left(\frac{1}{10} \right)^n \right]}{\frac{9}{10}}$$

$$1 - \left(\frac{1}{10} \right)^n$$

$$\left(1 - \frac{1}{10^n} \right)$$

Q) Find the sum of the G.P. $\frac{5}{6}, \frac{5}{36}, \frac{5}{216}, \frac{5}{1296}, \dots$ to n terms.

गुणोत्तर श्रेणी का योगफल ज्ञात करें।

$\frac{5}{6}, \frac{5}{36}, \frac{5}{216}, \frac{5}{1296}, \dots$ n पदों तक

$$a = \frac{5}{6}$$

$$\frac{5}{6} \times r = \frac{5}{36} \quad \frac{1}{6}$$

$$|r| < 1$$

$$S_n = \frac{a[1-r^n]}{(1-r)} \quad r = \frac{1}{6}$$

$$\frac{\frac{5}{6} \left[1 - \left(\frac{1}{6} \right)^n \right]}{\left(1 - \frac{1}{6} \right)}$$

$$1 - \left(\frac{1}{6} \right)^n$$

Q) A geometric progression (GP) consists of 200 terms. If the sum of odd terms of the GP is m , and the sum of even terms of the GP is n , then what is the common ratio?

एक गुणोत्तर श्रेणी (GP) में 200 पद हैं। यदि इस GP के विषम पदों का योगफल m है, और सम पदों का योगफल n है तो इसका साव्य अनुपात क्या है?

$$a, ar, ar^2, ar^3, ar^4, \dots, ar^{199}$$

$$\text{विषम } a + ar^2 + ar^4 + \dots + ar^{198}$$

$$\text{सम } ar + ar^3 + \dots + ar^{199}$$

$$\frac{\cancel{ar} [1 + r^2 + r^4 + \dots + r^{198}]}{\cancel{ar} [1 + r^2 + r^4 + \dots + r^{198}]} = \frac{m}{n}$$

$$\frac{1}{r} = \frac{m}{n}$$

$$r = \frac{n}{m}$$

Q) In a GP tenth term is 9 and fourth term is 4, then its seventh term will be:

किसी गुणोत्तर श्रेणी का 10वाँ पद 9 है और चौथा पद 4 है, तो उसका सातवाँ पद होगा।

$$\cancel{ar^9} = \frac{9}{\cancel{ar^3}} \quad \text{①}$$

$$\cancel{ar^3} = \frac{4}{\cancel{ar^9}} \quad \text{②}$$

$$\boxed{r^6 = \frac{9}{4}}$$

Square root both side

$$\sqrt{r^6} = \sqrt{\frac{9}{4}}$$

$$(r^6)^{1/2}$$

$$\boxed{r^3 = \frac{3}{2}}$$

from ② $a \times \frac{3}{2} = 4$

$$\boxed{a = \frac{8}{3}}$$

$$ar^6$$

$$2 \times \frac{8}{3} \times \frac{9}{4}$$

Q) If p, q, r are in geometric progression, then which is true among the following?

यदि p, q, r गुणोत्तर श्रेणी में हों, तो निम्नलिखित में कौन - सा सत्य है?

$$\begin{array}{ccc} p & q & r \\ a & ar & ar^2 \end{array}$$

$p \times r = a^2 r^2$

$$\sqrt{p \times r} = \sqrt{a^2 r^2} = ar = q$$

Q) If 3rd, 8th and 13th terms of a GP are p, q and r respectively then which one of the following is correct?

यदि किसी GP के तीसरे, आठवें और तेरहवें पद क्रमशः p, q और r हों, तो निम्नलिखित में से कौन - सा सही है?

$$ar^2 = p$$

$$ar^7 = q$$

$$ar^{12} = r$$

$$(ar^7)^2 = ar^2 \times ar^{12}$$

$$a^2 r^{14} = a^2 r^{14}$$

Option A = correct

$$q^2 = pr$$

1. If a, b and c are in geometric progression then bc, ca, ab , are in
यदि a, b, c गुणोत्तर श्रेणी में हों तो bc, ca, ab होंगे?

- (a) AP
- (b) GP
- (c) HP
- (d) CND

2. If a, b, c are in AP, then $3^a, 3^b, 3^c$ are in
यदि a, b, c समांतर श्रेणी में हों तो $3^a, 3^b, 3^c$ होंगे?

- (a) AP
- (b) GP
- (c) HP
- (d) None of these

3. First four terms of a series are 4, 12, 36, 108. What will be the 6th term of this series?

एक श्रृंखला के प्रथम चार पद 4, 12, 36, 108 हैं। इस श्रृंखला का 6वाँ पद क्या होगा?

- (a) 624
- (b) 324
- (c) 2916
- (d) 972

4. How many terms are there in G.P. 3, 18, 108,, 23328?

गुणोत्तर श्रेणी 3, 18, 108,, 23328 में कितने पद हैं?

- (a) 10
- (b) 4
- (c) 8
- (d) 6

5. How many terms are there in the G.P. 16, 8, 4,, $\frac{1}{16}$?

गुणोत्तर श्रेणी 16, 8, 4,, $\frac{1}{16}$ में कितने पद हैं?

- (a) 8
- (b) 9
- (c) 10
- (d) 11

6. find the value of $9^{\frac{1}{3}}, 9^{\frac{1}{9}}, 9^{\frac{1}{27}}, \dots \infty$

$9^{\frac{1}{3}}, 9^{\frac{1}{9}}, 9^{\frac{1}{27}}, \dots \infty$ का मान ज्ञात कीजिए।

- (a) 3
- (b) 6
- (c) 9
- (d) 1

7. If n^{th} term of a G.P. is $2n$, then the sum of its first 6 terms is
यदि किसी गुणोत्तर श्रेणी का $n^{\text{वाँ}}$ पद $2n$ है, तो उसके प्रथम 6 पदों का योग है

- (a) 126
(b) 128
(c) 254
(d) 256

8. Find the sum of 5 terms in a GP, given first term is 14 and common ratio is 5.

गुणोत्तर श्रेणी में 5 पदों का योग ज्ञात कीजिए, दिया गया पहला पद 14 है और सार्व अनुपात 5 है

- (a) 13934
(b) 11934
(c) 10934
(d) 12934

9. The sum of the first 63 terms of a geometric series (GP) is equal to the sum of the first 61 terms of the same geometric series. If the second term in the same geometric series is -653 , then what will be the sum of 50 terms?

गुणोत्तर श्रेणी (GP) के प्रथम 63 पदों का योग समान गुणोत्तर श्रेणी के प्रथम 61 पदों के योग के बराबर है। यदि उसी गुणोत्तर श्रेणी में दूसरा पद -653 है, तो 50 पदों का योग कितना होगा?

- (a) 4
(b) 6
(c) 0
(d) 2

10. Find the sum of the G.P. $\frac{9}{5}, \frac{9}{25}, \frac{9}{125}, \frac{9}{625}, \dots$ to n terms.

दी गई गुणोत्तर श्रेणी का योग ज्ञात कीजिए $\frac{9}{5}, \frac{9}{25}, \frac{9}{125}, \frac{9}{625}, \dots$ n पदों तक-

- (a) $\frac{9}{4} \left(1 - \left(\frac{1}{5^n} \right) \right)$ (b) $\frac{5}{9} \left(1 - \left(\frac{1}{5^n} \right) \right)$
(c) $\frac{7}{9} \left(1 - \left(\frac{1}{5^n} \right) \right)$ (d) $\frac{4}{5} \left(1 - \left(\frac{1}{5^n} \right) \right)$

ANSWER SHEET

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
B	B	D	D	B	A	A	C	C	A

Worksheet solution

Sol 1

a, b, c are in GP

then $b^2 = ac$

Multiply both side ac

$$b^2 \times ac = (ac)^2$$

$$bc \times ab = (ac)^2$$

$\therefore bc, ac, ab$ are in GP

Sol 2

a, b, c are in AP

$$\therefore 2b = a + c$$

$$3^{2b} = 3^{a+c}$$

$$3^{2b} = 3^a \times 3^c$$

$\therefore 3^a, 3^b, 3^c$ are in GP

Sol 3

4, 12, 36, 108

$$a = 4 \quad r = \frac{12}{4} = 3$$

$$T_6 = ar^{(6-1)}$$

$$= 4 \times 3^5$$

$$= 4 \times 243$$

$$= 972 \text{ Ans}$$

Sol 4

3, 18, 108, ..., 23328

$$a = 3 \quad r = \frac{18}{3} = 6$$

$$23328 = 3(6)^{n-1}$$

$$6^5 = 6^{n-1}$$

$$\therefore n = 6 \text{ Ans}$$

Sol 5

16, 8, 4, ..., $\frac{1}{16}$

$$a = 16, r = \frac{8}{16} = \frac{1}{2}$$

$$T_n = 16 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

$$\frac{1}{16} = 16 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

$$\frac{1}{256} = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^8 = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

$$\therefore n = 9 \text{ Ans}$$

Sol 6

$$9^{\frac{1}{3}} \times 9^{\frac{1}{9}} \times 9^{\frac{1}{27}} \times \dots \infty$$

$$= 9^{\frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \dots \infty}$$

$$\therefore \left[S_{\infty} = \frac{a}{1-r} \right]$$

$$= 9^{\frac{1}{2}} = 3 \text{ Ans}$$

Sol 7 $dn = 2^n \dots (i)$

Putting $n = 1, 2, 3 \dots$ in (i)
we get

GP = $2, 2^2, 2^3 \dots$

$a = 2, r = 2 \quad (r > 1)$

Sum of first 6 terms is $S_6 =$

$$\frac{a(r^6 - 1)}{r - 1} = \frac{2(2^6 - 1)}{(2 - 1)}$$

$= 126$ Ans

Sol 8

$T_1 = a = 14, r = 5, n = 5$

$$S_5 = 14 \times \frac{(5^5 - 1)}{(5 - 1)}$$

$= 14 \times \frac{3124}{4}$

$= 10934$ Ans

Sol 9

$K \xrightarrow{61 \text{ पद}} K \xrightarrow{63 \text{ पद}} K \cdot K r$

$K + K r = 0$ (\because 63 पदों का योग = 61 पदों का योग)

$K(1 + r) = 0$

$r = -1$

$T_2 = a r^{2-1}$

$= a r$

$-63 = a \times -1$

$a = 63$

ATQ

$$S_{50} = \frac{a(1 - r^n)}{1 - r}$$

$$= \frac{63 \left[1 - (-1)^{50} \right]}{1 - (-1)}$$

$= 63 \times 0$

$S_{50} = 0$

Sol 10

$a = \frac{9}{5}, r = \frac{9}{25} \div \frac{9}{5} = \frac{1}{5}$

$$S_n = \frac{a(1 - r^n)}{(1 - r)} \quad (\because r < 1)$$

$$= \frac{9}{5} \frac{\left[1 - \left(\frac{1}{5} \right)^n \right]}{\left(1 - \frac{1}{5} \right)}$$

$$= \frac{9}{5} \frac{\left[1 - \frac{1}{5^n} \right]}{\frac{4}{5}}$$

$$= \frac{9}{4} \left(1 - \left(\frac{1}{5^n} \right) \right)$$

Ans