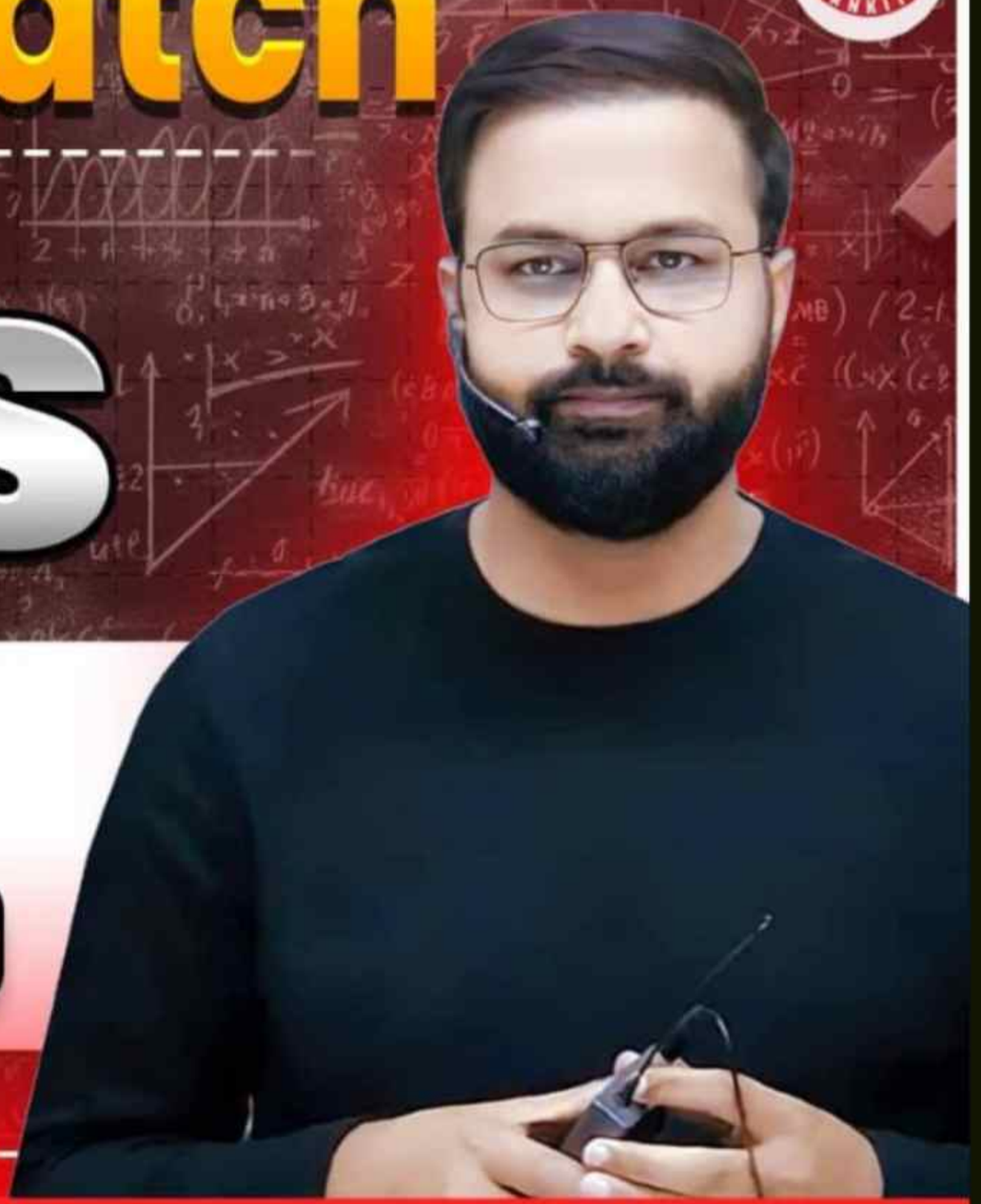
Foundation Batch

MATHS



A.P & G.P

(समान्तर एवं गुणोत्तर श्रेणी)

Part -2

LIVE 07-12-2024 07:00PM

TYPE-I

A.P

16. The nth term of an A.P. is $\frac{3+n}{4}$, then the sum of first 105 terms is :

अंकगणितीय श्रेणी का n वाँ पद $\frac{3+n}{4}$ है, फिर पहले 105 पदों क
योग क्या है?

(a) 270
(b) 735
(c) 1409
(d) 1470

n^{th} term $= \frac{3+n}{4}$

$n=1$ 1^{st} " $= \frac{3+1}{4} = 1 = a$

$n=2$ 2^{nd} " $\rightarrow \frac{5}{4} = 1.25$

$d = 0.25 = \frac{1}{4}$

$n=3$ 3^{rd} " $\rightarrow \frac{6}{4} = 1.5$

$n=105$ last " $= \frac{108}{4} = 27$

$\frac{n}{2}[2a+(n-1)\times d]$

$= \frac{n}{2}[1^{st} + last]$

$= \frac{105}{2}[1+27]$

$= 1470$

$a = 2$

$S_5 = [S_{10} - S_5] \times \frac{1}{4}$

$4S_5 + S_5 = S_{10}$

$5S_5 = S_{10}$

$5 \times \frac{5}{2}[2 \times 2 + 4d] = \frac{10}{2}[2 \times 2 + 9d]$

$5[4 + 4d] = 2[4 + 9d]$

$20 + 20d = 8 + 18d$

$2d = -12$

$d = -6$

17. If the first term of an AP is 2 and the sum of the first five terms is equal to one fourth of the sum of the next five terms, then what is the sum of the first ten terms?

यदि एक AP का पहला पद 2 है और पहले पाँच पदों का योग अगले पाँच पदों के योग के एक-चौथाई के बराबर है, तो पहले दस पदों का योग क्या है?

(a) -500 (b) 500

(c) -250 (d) 250

$S_{10} = \frac{10}{2}[2 \times 2 + 9 \times (-6)]$

$5[4 - 54]$

$5 \times (-50) = -250$

$\frac{50}{100}[2a+99d] = 50 \cdot 1 \quad -(1)$

$\frac{100}{200}[2a+199d] = 90$

$2a+199d = \frac{9}{10} \quad -(2)$

(1) − (2)

$99d - 199d = 1 - \frac{9}{10}$

$-100d = \frac{1}{10}$

$d = -\frac{1}{1000}$

from (1)

$2a - \frac{99}{1000} = 1$

$2a = 1 + \frac{99}{1000} = \frac{1099}{1000}$

$S_{300} = \frac{300}{2}\left[\frac{1099}{1000} + 299 \times \left(-\frac{1}{1000}\right)\right]$

$150 \times \frac{1}{1000}[1099 - 299]$

$\frac{150}{1000}[800] = 120$

18. If the sum of the first 100 terms of an arithmetic progression is 50, and the sum of the first 200 terms is 90, then what is the sum of the first 300 terms of the progression?

यदि एक समांतर श्रेणी के पहले 100 पदों का योग 50 है, और पहले 200 पदों का योग 90 है, तो श्रेणी के पहले 300 पदों का योग क्या है?

(a) 140 (b) 100 (c) 130 (d) 120

19. If $Sn = np + \frac{n(n-1)Q}{2}$, where Sn denotes the sum o
the first n terms of an AP, then the common differenc
is :

यदि $Sn = np + \frac{n(n-1)Q}{2}$, है जहाँ Sn किसी AP के पहले n पद
के योगफल सूचित करता है, तो सार्व अंतर क्या है?

(a) P + Q
(b) 2P + Q
(c) 2Q
(d) Q

$n=1 \Rightarrow S_1 = P + \frac{0 \times Q}{2} = P$

$n=2 \Rightarrow S_2 = 2P + \frac{2 \times 1Q}{2} = 2P+Q$

$d = 2P+Q-P$

$P+Q$

$a-d \quad a \quad a+d$

Sum $= a-d+a+a+d = 30$

$3a = 30$

$\boxed{a = 10}$ ✓

$(a-d)\,a\,(a+d) = 910$

$(a^2-d^2) \times a = 910$

$(100-d^2) \times 10 = 910$

$d^2 = 9$

$\boxed{d = \sqrt{9} = 3}$

20. There numbers are in Arithmetic Progression (AP) whose sum is 30 and the product is 910. Then the greatest number in the AP is:

तीन संख्याएँ अंकगणितीय श्रेणी में है जिनका जोड़ 30 है और गुणनफल 910 है। बताइए अंकगणितीय श्रेणी में सबसे बड़ी संख्या कौन-सी है?

$a-d = 10-3 = 7$

$a = 10$

$a+d = 10+3 = 13$

(a) 17 (b) 15

(c) 13 (d) 10

विषम → No. of Unknown terms

3 पद → $a-d \quad a \quad a+d$

$a-2d \, , \, a-d \, , \, a \, , \, a+d \, , \, a+2d$

सम → No. of Unknown terms

4 पद $a-3d \quad a-d \quad a+d \quad a+3d$

a-d , a , a+d

21. An AP, sum of the three numbers is 6 and its product is 6. Find the numbers.

समांतर श्रेणी में तीन संख्याओं का योग 6 है और इसका गुणनफल 6 है। संख्याएँ ज्ञात कीजिए।

(a) 4, 5 और 8
(b) 1, 6 और 8
(c) 1, 2 और 3
(d) 1, 2 और 6

Ans

1, 2, 3

22. A man receives Rs 60 for the first week and Rs 3 more each week than the preceding week. How much does he earn by the 20th week?

एक आदमी को पहले सप्ताह 60 रुपये मिलते हैं और पिछले सप्ताह की तुलना में प्रत्येक सप्ताह उसे 3 रुपये अधिक मिलते हैं। 20वें सप्ताह तक वह कितना कमा लेता है?

(a) 1770 (b) 1620
(c) 1890 (d) 1790

60, 63, 66 ---- 20th week

$S_{20} = \frac{n}{2}[2a+(n-1)\times d]$

$\frac{20}{2}[2\times 60+19\times 3]$

$10[120+57]$

10×177

$= 1770$

H.W

23. The sum of the first four terms of an A.P. is 28 and sum of the first eight terms of the same A.P. is 88. Find the sum of the first 16 terms of the A.P...

एक समांतर श्रेणी के प्रथम चार पदों का योग 28 है तथा उसी समांतर श्रेणी के प्रथम आठ पदों का योग 88 है। समांतर श्रेणी के प्रथम 16 पदों का योग ज्ञात कीजिए।...

(a) 346 (b) 340 (c) 304 (d) 268

$a-2d, a-d, a, a+d, a+2d$

$\text{Sum} = 5a = 30$

$a = 6$

तीसरा पद $= a$

$= 6$

24. The sum of 5 numbers in A.P. is 30 and the sum of their squares is 220. Which of the following is the third term?

समांतर श्रेणी में 5 संख्याओं का योग 30 है और उनके वर्गों का योग 220 है। निम्नलिखित में से कौन सा तीसरा पद है?

(a) 5 (b) 6

(c) 8 (d) 9

Imp

25. If a times the ath term of an A.P. is equal to b times the bth term, find the (a + b)th term.

यदि किसी समांतर श्रेणी के aवें पद का a गुना, bवें पद के b गुना के बराबर है, तो (a + b)वाँ पद ज्ञात कीजिए।

(a) 0

(c) a-b

(b) $a^2 - b^2$

(d) 1

Let first term = m

$a \times a^{th}\text{ term} = b \times b^{th}\text{ term}$

$a \times [m+(a-1)d] = b[m+(b-1)\times d]$

$am + (a^2 - a)d = bm + (b^2 - b)d$

$m(a-b) + d[a^2 - b^2 - a + b] = 0$

$m(a-b) + d[(a^2-b^2) - (a-b)]$

$m(a-b) + d(a-b)[a+b-1]$

$(a-b)[m + (a+b-1)\times d] = 0$

$m + (a+b-1)\times d = 0$

$(a+b)^{th}$ term

$\hookrightarrow m + (a+b-1)\times d = 0$

AP

7, a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, 79

First term = 7 = a

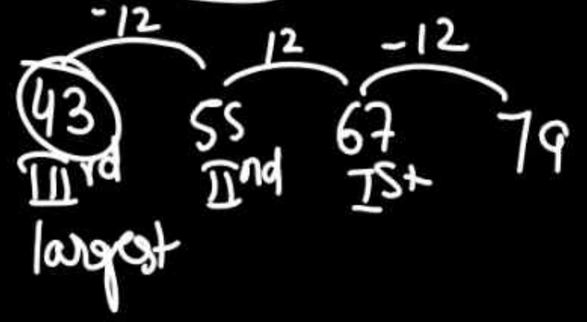
7^{th} term = 79

$a + 6d = 79$

$6d = 79 - 7 = 72$

12

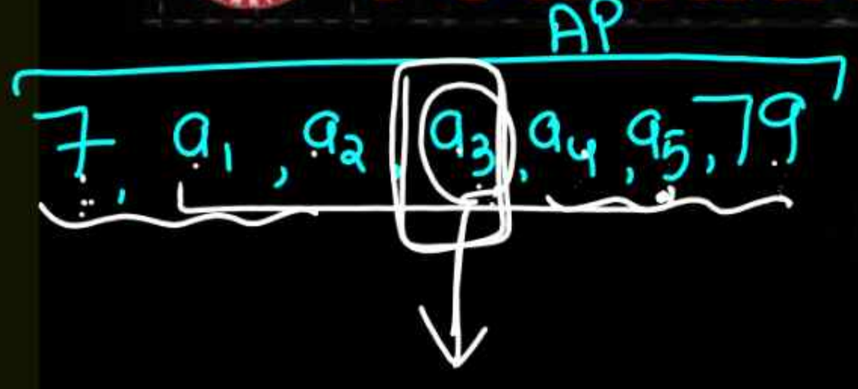
$d = 12$



26. 5 numbers are inserted between the numbers 7 and 79, so that an A.P. results. Find the third largest of these numbers.

संख्या 7 और 79 के बीच 5 संख्याएँ डाली जाती हैं, जिससे समांतर श्रेणी प्राप्त होती है। इनमें से तीसरी सबसे बड़ी संख्या ज्ञात कीजिए।

(a) 41
(b) 43
(c) 45
(d) 40



$$a_3 = \frac{7+79}{2}$$

$$\frac{86}{2} = 43$$

26. 5 numbers are inserted between the numbers 7 and 79, so that an A.P. results. Find the third largest of these numbers.

संख्या 7 और 79 के बीच 5 संख्याएँ डाली जाती हैं, जिससे समांतर श्रेणी प्राप्त होती है। इनमें से तीसरी सबसे बड़ी संख्या ज्ञात कीजिए।

(a) 41 (b) 43

(c) 45 (d) 40

4^{th} Term → $a+3d=23$

$8^{th} - 3^{rd} = 30$

$(a+7d)-(a+2d)=30$

$a+7d-a-2d=30$

$5d=30$

$d=6$

$a+3\times6=23$

$a=5$

$S_n=\frac{n}{2}[10+(n-1)6]=385$

$\frac{n}{2}\times2[5+3(n-1)]=385$

27. How many terms of an Arithmetic Progression must be taken for the sum of the A.P. to be equal to 385, if the 4th term is 23 and the difference between the third term and the eighth term is 30.

समांतर श्रेढ़ी का योग 385 के बराबर करने के लिए कितने पद लेने चाहिए, यदि चौथा पद 23 है तथा तीसरे पद और आठवें पद के बीच का अंतर 30 है।

$n[5+3n-3]=385$

$n[2+3n]=385$

$11[35]=385$

$n=11$

(a) 8 **(b) 9** **(c) 10** **(d) 11**

$a+(m-1)d=\frac{1}{n}$

$na+(mn-n)\times d=1$ — ①

$a+(n-1)\times d=\frac{1}{m}$

$am+(mn-m)\times d=1$ — ②

① = ②

$na+(mn-n)\times d=am+(mn-m)\times d$

$a(n-m)+[mn-mn-n+m]d=0$

$a(n-m)-(n-m)d=0$

$a(n-m)=d(n-m)$

$\boxed{a=d}$

from ①

$na+(mn-n)a=1$

$a[n+mn-n]=1$

$a=\frac{1}{mn}=d$

28. If the mth term of an A.P. is 1/n and nth term is 1/m, then find the sum to mn terms.

यदि किसी समांतर श्रेणी का mवाँ पद 1/n है तथा nवाँ पद 1/m है, तो mn पदों का योगफल ज्ञात कीजिए।

(a) (mn-1)/4

(b) (mn + 1)/4

(c) (mn+1)/2

(d) (mn-1)/2

$S_{mn}=\frac{mn}{2}[2a+(mn-1)d]$

$=\frac{mn}{2}\left[2\times\frac{1}{mn}+(mn-1)\times\frac{1}{mn}\right]$

$\frac{mn}{2}\times\frac{1}{mn}[2+mn-1]$

$\frac{1}{2}[1+mn]$

$S_{10} - a = 99$

$5\frac{10}{2}[2a+9d] - a = 99$

$[10a+45d] - a = 99$ ⊕

$S_{10} - 6^{th}\text{ term} = 89$

$\frac{10}{2}[2a+9d] - (a+5d) = 89$

$99 + 9d - 9d - 5d = 89$

$4d = 10$

$d = 2$

$2a + 4\times2 = 10$

$2a = 2$

$a = 1$

1, 3, 5

3rd term

29. The sum of all terms of the arithmetic progression having ten terms except for the first term, is 99, and except for the sixth term, 89. Find the third term of the progression if the sum of the first and the fifth term is equal to 10.

पहले पद को छोड़कर दस पदों वाली समांतर श्रेणी के सभी पदों का योग 99 है, और छठे पद को छोड़कर 89 है। यदि पहले और पांचवें पद का योग 10 के बराबर है, तो प्रगति का तीसरा पद ज्ञात कीजिए।

$a + a + 4d = 10$

$2a + 4d = 10$

(a) 15 (b) 5 (c) 8 (d) 10

30. The sum of the first term and the fifth term of an A.P. is 26 and the product of the second term by the fourth term is 160. Find the sum of the first seven terms of this A.P..

एक समांतर श्रेणी के पहले और पांचवें पद का योग 26 है तथा दूसरे पद का चौथे पद से गुणनफल 160 है। इस समांतर श्रेणी के पहले सात पदों का योग ज्ञात कीजिए।

(a) 110 (b) 114 (c) 112 (d) 116

$a + a+4d = 26$

$2a+4d = 26$

$2(a+2d) = 26$ → $a+2d = 13$

$a = 13-2d$

$a+6 = 13$

$a = 7$

$2^{nd} \times 4^{th} = 160$

$(a+d)(a+3d) = 160$

$(13-2d+d)(13-2d+3d) = 160$

$(13-d)(13+d) = 160$

$(13^2-d^2) = 160$

$d^2 = 169-160 = 9$

$d = \sqrt{9} = 3$

$S_7 = \frac{7}{2}[2a+6d]$

$\frac{7}{2}\times 2(a+3d)$

$7\times(a+3d)$

$7\times(7+9) = 112$