

TRIGONOMETRY

MINIMA & MAXIMA

	Min.	Max.
* $\sin \theta$	-1	$+1$
* $\cos \theta$	-1	$+1$
* $\tan \theta$	$-\infty$	$+\infty$
* $\cot \theta$	$-\infty$	$+\infty$
* $\sec \theta$	$-\infty$	$+\infty$ (except -1 to $+1$)
* $\operatorname{cosec} \theta$	$-\infty$	$+\infty$ (except -1 to $+1$)
* $\sin^2 \theta$	0	$+1$
* $\cos^2 \theta$	0	$+1$
* $\tan^2 \theta$	0	∞
* $\cot^2 \theta$	0	∞
* $\sec^2 \theta$	1	∞
* $\operatorname{cosec}^2 \theta$	1	∞

① $4 + \sin \theta < \begin{matrix} -1 \\ +1 \end{matrix}$
 min. = ?
 max. = ?

$4 - 1 = 3 \rightarrow \text{min.}$

$4 + 1 = 5 \rightarrow \text{max.}$

② $8 - \cos \theta < \begin{matrix} -1 \\ +1 \end{matrix}$
 min. = ?
 max. = ?

$8 - (-1) = 9 \rightarrow \text{max.}$

$8 - (1) = 7 \rightarrow \text{min.}$

③ $4 + \sin^2 \theta$
 $\begin{matrix} \nearrow \\ 0 \end{matrix} \begin{matrix} \searrow \\ 1 \end{matrix}$ max. = ?
 min. = ?

$4 + 0 = 4 \rightarrow \text{min.}$

$4 + 1 = 5 \rightarrow \text{max.}$

Q) $7 + \tan^2 \theta$

$\swarrow \searrow$
 $0 \quad \infty$

$\min = ?$
 $\max = ?$

$7 + 0 = 7 \rightarrow \min$
 $7 + \infty = \infty \rightarrow \max$

$x = \pm a \sin \theta \pm b \cos \theta$

$\min.$ $\max.$
 $-\sqrt{a^2 + b^2}$ $+\sqrt{a^2 + b^2}$

- Q) Find the min. and max. value of the following expressions.
 निम्नलिखित व्यंजकों का न्यूनतम और अधिकतम मान ज्ञात कीजिए।

$7 \sin \theta - 24 \cos \theta$

$\min = -\sqrt{7^2 + 24^2} = -\sqrt{625} = -25$

$\max = +\sqrt{7^2 + 24^2} = +25$

- Q) The maximum value of $(2 \sin \theta + 3 \cos \theta)$ is :
 $(2 \sin \theta + 3 \cos \theta)$ का अधिकतम मान ज्ञात कीजिए :

$+\sqrt{2^2 + 3^2}$

$+\sqrt{4 + 9}$
 $= +\sqrt{13}$

- Q) What is the maximum value of $7 \cos A + 24 \sin A + 32$
 $7 \cos A + 24 \sin A + 32$ का अधिकतम मान क्या है ?

$\sqrt{7^2 + 24^2} + 32$

$+25 + 32$
 57

• Min. value. $-25 + 32$
 $= +7$

- Q) Find the maximum value of $19 \sin \theta + 6 \cot \theta \sin \theta$
 $19 \sin \theta + 6 \cot \theta \sin \theta$ का अधिकतम मान ज्ञात कीजिए।

$$19 \sin \theta + 6 \times \frac{\cos \theta}{\sin \theta} \times \sin \theta$$

$$19 \sin \theta + 6 \cos \theta$$

$$\max = +\sqrt{19^2 + 6^2}$$

$$\sqrt{361 + 36}$$

$$\sqrt{397}$$

Q) Find the min. and max. value of $5 \sin \theta + 12 \cos \theta - 3$.

$5 \sin \theta + 12 \cos \theta - 3$ का न्यूनतम और अधिकतम मान ज्ञात कीजिए।

$$\pm \sqrt{5^2 + 12^2}$$

$$\pm \sqrt{169}$$

$$\pm 13 - 3$$

$$13 - 3$$

$$\text{Max} \rightarrow 10$$

$$-13 - 3$$

$$-16 \rightarrow \text{Min}$$

Q) Find max & min value $8 \sin \theta, 16 \cos \theta$

$8 \sin \theta, 16 \cos \theta$ का अधिकतम और न्यूनतम मान ज्ञात करें:

$$(2^3)^{\sin \theta} \cdot (2^4)^{\cos \theta}$$

$$2^{3 \sin \theta} \cdot 2^{4 \cos \theta}$$

$$= 2^{3 \sin \theta + 4 \cos \theta}$$

$$2^{\pm \sqrt{3^2 + 4^2}} = 2^{\pm \sqrt{25}}$$

$$= 2^{\pm 5}$$

$$2^5$$

$$32$$

$$2^{-5}$$

$$\frac{1}{32}$$

$$\left\{ 2^{-5} = \frac{1}{2^5} \right\}$$

Q) Find max & min value of $x^{12 \sin \theta}, x^{5 \cos \theta}$

$x^{12 \sin \theta}, x^{5 \cos \theta}$ का अधिकतम और न्यूनतम मान ज्ञात कीजिए।

$$\begin{aligned}
 & x^{12\sin\theta + 5\cos\theta} \\
 & x^{\pm\sqrt{12^2+5^2}} \\
 & x^{\pm\sqrt{169}} = x^{\pm 13} \\
 & \quad \swarrow \quad \searrow \\
 & x^{13} \quad x^{-13}
 \end{aligned}$$

⑧ Find minimum and maximum value of $16^{\sin\theta} \cdot 4^{\sin\theta} \cdot 2^{\cos\theta} \cdot 128^{\cos\theta}$
 $16^{\sin\theta} \cdot 4^{\sin\theta} \cdot 2^{\cos\theta} \cdot 128^{\cos\theta}$ का न्यूनतम और अधिकतम मान ज्ञात करें

$$\begin{aligned}
 & (2^4)^{\sin\theta} \cdot (2^2)^{\sin\theta} \cdot 2^{\cos\theta} \cdot (2^7)^{\cos\theta} \\
 & 2^{4\sin\theta} \cdot 2^{2\sin\theta} \cdot 2^{\cos\theta} \cdot 2^{7\cos\theta} \\
 & 2^{6\sin\theta + 8\cos\theta} \\
 & 2^{\pm\sqrt{6^2+8^2}} \\
 & 2^{\pm\sqrt{100}} = 2^{\pm 10} \\
 & \quad \swarrow \quad \searrow \\
 & 2^{-10} \quad 2^{+10}
 \end{aligned}$$

⑨ Find max. & min value of $\sin\theta + \cos(\theta + 30^\circ)$

$\sin\theta + \cos(\theta + 30^\circ)$ का अधिकतम और न्यूनतम मान ज्ञात कीजिए।

$$\sin\theta + \cos\theta \cdot \cos 30^\circ - \sin\theta \cdot \sin 30^\circ$$

$$\sin\theta + \cos\theta \times \frac{\sqrt{3}}{2} - \sin\theta \times \frac{1}{2}$$

$$\left(1 - \frac{1}{2}\right)\sin\theta + \frac{\sqrt{3}}{2}\cos\theta$$

$$\frac{1}{2}\sin\theta + \frac{\sqrt{3}}{2}\cos\theta$$

$$\pm \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}$$

$$\pm \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{3}{4}}$$

$$\begin{aligned}
 & \pm \sqrt{\frac{4}{4}} \Rightarrow \pm 1 \\
 & \quad \swarrow \quad \searrow \\
 & -1 \quad +1
 \end{aligned}$$

Q) Find max & min value of $\cos \theta + \sin(\theta + 30^\circ)$.

$\cos \theta + \sin(\theta + 30^\circ)$ का अधिकतम और न्यूनतम मान ज्ञात करें।

$$\cos \theta + \sin \theta \cdot \cos 30^\circ + \cos \theta \cdot \sin 30^\circ$$

$$\cos \theta + \sin \theta \times \frac{\sqrt{3}}{2} + \cos \theta \times \frac{1}{2}$$

$$\left(1 + \frac{1}{2}\right) \cos \theta + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \theta$$

$$\frac{3}{2} \cos \theta + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \theta$$

$$\pm \sqrt{\frac{9}{4} + \frac{3}{4}}$$

$$\pm \sqrt{\frac{12}{4}} \text{ ③ } \begin{array}{c} \pm \sqrt{3} \\ \swarrow \quad \searrow \\ \sqrt{3} \quad -\sqrt{3} \end{array}$$

* $-1 \leq \sin \theta \leq 1$

$$\downarrow$$

$$-1 < \sin \theta \leq +1$$

$$\downarrow$$

$$-1 \leq \sin 2\theta \leq +1$$

Q) Find maximum, minimum value of $15 \sin\left(\frac{\theta + \pi}{4}\right) + 20 \cos\left(\frac{\theta + \pi}{4}\right)$.

$15 \sin\left(\frac{\theta + \pi}{4}\right) + 20 \cos\left(\frac{\theta + \pi}{4}\right)$ का अधिकतम, न्यूनतम मान ज्ञात कीजिए।

$$\frac{\theta + \pi}{4} = \alpha$$

$$15 \sin \alpha + 20 \cos \alpha$$

$$\pm \sqrt{15^2 + 20^2}$$

$$\pm \sqrt{625} = \pm 25$$

$$\begin{array}{c} \pm 25 \\ \swarrow \quad \searrow \\ 25 \quad -25 \end{array}$$

$a \sin^2 \theta + b \cos^2 \theta$

If $a > b$

$$\max = a$$

$$\min = b$$

If $b > a$

$$\max = b$$

$$\min = a$$

Ex:- $10 \sin^2 \theta + 12 \cos^2 \theta$

$$\max = 12$$

$$\min = 10$$

Ex:- $8 \sin^2 \theta - 13 \cos^2 \theta$

$$8 \sin^2 \theta + (-13) \cos^2 \theta$$

$$\max = 8$$

$$\min = -13$$

Q) Find minimum and maximum value of $Y = 3 \sin^2 \theta + 4 \cos^2 \theta$.

$Y = 3 \sin^2 \theta + 4 \cos^2 \theta$ का न्यूनतम और अधिकतम मान ज्ञात कीजिए।

$$3 \sin^2 \theta + 3 \cos^2 \theta + \cos^2 \theta$$

$$3(\sin^2 \theta + \cos^2 \theta) + \cos^2 \theta$$

$$3 + \cos^2 \theta$$

$$\begin{matrix} & 0 & +1 \\ \swarrow & & \searrow \end{matrix}$$

$$3+0=3 \quad 3+1=4$$

Q) Find minimum and maximum value of $3 \sin^2 \theta - 5 \cos^2 \theta$.

$3 \sin^2 \theta - 5 \cos^2 \theta$ का न्यूनतम व अधिकतम मान ज्ञात कीजिए।

$$3 \sin^2 \theta + (-5) \cos^2 \theta$$

$$\max = +3$$

$$\min = -5$$

Q) Find the max. & min value of $4 \sin^2 \theta \times 8 \cos^2 \theta$

$4 \sin^2 \theta \times 8 \cos^2 \theta$ का अधिकतम और न्यूनतम मान ज्ञात कीजिए।

$$(2^2)^{\sin^2 \theta} \times (2^3)^{\cos^2 \theta}$$

$$2^{2\sin^2 \theta + 3\cos^2 \theta}$$

$$\frac{2^3}{8} \quad \frac{2^2}{4}$$

Q) Find max & min value of $8^{\sin^2 \theta} 16^{\cos^2 \theta}$

$8^{\sin^2 \theta} 16^{\cos^2 \theta}$ का अधिकतम और न्यूनतम मान ज्ञात करें।

$$(2^3)^{\sin^2 \theta} \cdot (2^4)^{\cos^2 \theta}$$

$$2^{3\sin^2 \theta + 4\cos^2 \theta}$$

$$\text{max} = 2^4 = 16 \quad \text{min} = 2^3 = 8$$

Q) Find the max. & min value of $9^{\sin^2 \theta} \cdot 27^{\cos^2 \theta}$.

$9^{\sin^2 \theta} \cdot 27^{\cos^2 \theta}$ का अधिकतम और न्यूनतम मान ज्ञात कीजिए।

$$(3^2)^{\sin^2 \theta} \cdot (3^3)^{\cos^2 \theta}$$

$$3^{2\sin^2 \theta + 3\cos^2 \theta}$$

$$\text{max} = 3^3 = 27 \quad \text{min} = 3^2 = 9$$

$4\sin^2 \theta + 3\cos^2 \theta$

Max	min
$4 \times 1 + 3 \times 1$	$4 \times 0 + 3 \times 0$
$4 + 3$	$0 + 0$
$= 7$	$= 0$

$\sin^{(\text{even})} \theta + \cos^{(\text{even})} \theta$

Max = 1 min = 0 = 45°

Ex: $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta$

Max = 1

Min = $\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$

Ex:- $\sin^4 \theta + \cos^6 \theta$

Max = 1

$\theta = 45^\circ \Rightarrow \min$

$$\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^4 + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^6$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^3$$

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{8}$$

$$\frac{2+1}{8} = \frac{3}{8}$$

$AM \geq GM$

a, b

$$\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$$

$$\underline{a+b \geq 2\sqrt{ab}}$$

$x^2 = \frac{1}{x^2}$

min. value = $2\sqrt{ab}$

• $x \Rightarrow \sin \theta \Rightarrow a \sin^2 \theta + b \operatorname{cosec}^2 \theta$

$a > b$

min. value = $2\sqrt{ab}$

If $a < b$

min. value = $(a+b)$

• $x = \cos \theta \Rightarrow a \cos^2 \theta + b \sec^2 \theta$ if $a > b \Rightarrow \min = 2\sqrt{ab}$

if $a < b \Rightarrow \min = a+b$

• $a \tan^2 \theta + b \cot^2 \theta$

Min = $2\sqrt{ab}$

$Y = a \tan^2 \theta + b \cot^2 \theta \quad (a > 0, b > 0)$

Min

$2\sqrt{ab}$

Max

∞

$Y = a \sin^2 \theta + b \operatorname{cosec}^2 \theta \quad (a > 0, b > 0)$

$Y = a \cos^2 \theta + b \sec^2 \theta \quad (a > 0, b > 0)$

Min^m

$2\sqrt{ab} \quad (a \geq b)$

Min^m

$(a+b) \quad (a \leq b)$

max^m

∞

Q) If $Y = 4 \tan^2 \theta + 9 \cot^2 \theta$ then find the value Y_{\min} .

यदि $Y = 4 \tan^2 \theta + 9 \cot^2 \theta$ है, तो Y का न्यूनतम मान ज्ञात कीजिए ?

$$\min = 2\sqrt{4 \times 9}$$

$$2\sqrt{36}$$

$$2 \times 6 = 12$$

Q) If $Y = 8 \tan^2 \theta + 2 \cot^2 \theta$ then find the value of Y_{\min} is:

यदि $Y = 8 \tan^2 \theta + 2 \cot^2 \theta$ है, तो Y का न्यूनतम मान ज्ञात कीजिए ।

$$Y_{\min} = 2\sqrt{ab}$$

$$2\sqrt{8 \times 2}$$

$$2\sqrt{16}$$

$$2 \times 4 = 8$$

Q) The least value of $8 \operatorname{cosec}^2 \theta + 25 \sin^2 \theta$ is

$8 \operatorname{cosec}^2 \theta + 25 \sin^2 \theta$ का न्यूनतम मान क्या होगा ?

$$25 \sin^2 \theta + 8 \operatorname{cosec}^2 \theta$$

$$\min = 2\sqrt{25 \times 8}$$

$$2\sqrt{200}$$

$$2 \times 10\sqrt{2}$$

$$20\sqrt{2}$$

$$\text{If } a > b \Rightarrow 2\sqrt{ab}$$

Q) Find minimum value of $4 \sec^2 \theta + 1 \cos^2 \theta$

$4 \sec^2 \theta + 1 \cos^2 \theta$ का न्यूनतम मान ज्ञात कीजिए ।

$$1 \cos^2 \theta + 4 \sec^2 \theta$$

$$\underline{a < b} \quad \min = a + b$$

$$\min \text{ value} = 1 + 4 = 5$$

Q) Find minimum value of $4 \sec^2 \theta + 25 \operatorname{cosec}^2 \theta$.

$4 \sec^2 \theta + 25 \operatorname{cosec}^2 \theta$ का न्यूनतम मान ज्ञात कीजिए ।

$$4(1 + \tan^2 \theta) + 25(1 + \cot^2 \theta)$$

$$4 + 4 \tan^2 \theta + 25 + 25 \cot^2 \theta$$

$$29 + 4 \tan^2 \theta + 25 \cot^2 \theta$$

$$2\sqrt{4 \times 25}$$

$$2\sqrt{100} = 2 \times 10 = 20$$

$$\begin{aligned} \text{II}^{\text{nd}} \min \text{ value} &= (\sqrt{4} + \sqrt{25})^2 \\ &= (2 + 5)^2 \\ &= 7^2 = 49 \end{aligned}$$

$$\frac{29+20}{49}$$

$Y = a \sec^2 \theta + b \operatorname{cosec}^2 \theta \quad (a > 0, b > 0)$

Min.	Max.
$(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2$	∞

• $\sin \theta \cdot \cos \theta$

$$\frac{1}{2} \times 2 \sin \theta \cdot \cos \theta$$

$$\frac{1}{2} \sin 2\theta \Rightarrow \begin{array}{cc} \min & \max \\ -1 & +1 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{cc} \min & \max \\ -\frac{1}{2} & +\frac{1}{2} \end{array}$$

• $\sin^2 \theta \cdot \cos^2 \theta$

$$\frac{1}{2^2} \times 2^2 \sin^2 \theta \cdot \cos^2 \theta$$

$$\frac{1}{4} \sin^2 2\theta$$

$$\min = \frac{1}{4} \times 0 = 0$$

$$\max = \frac{1}{4} \times 1 = \frac{1}{4}$$

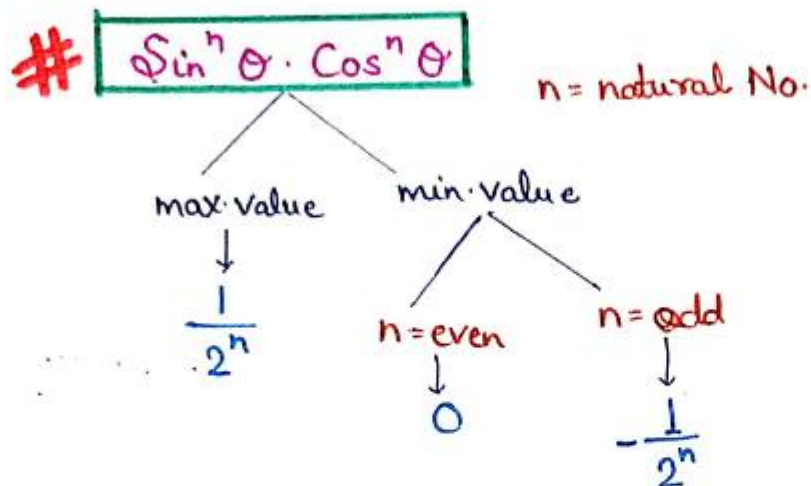
• $\sin^3 \theta \cdot \cos^3 \theta$

$$\frac{1}{2^3} \times 2^3 \sin^3 \theta \cdot \cos^3 \theta$$

$$\frac{1}{8} (\sin^3 2\theta)$$

$$\min = -\frac{1}{8}$$

$$\max = +\frac{1}{8}$$



- Q) Find the minimum and maximum value of $2 \sin \theta \cdot \cos \theta$
 $2 \sin \theta \cdot \cos \theta$ का न्यूनतम और अधिकतम मान ज्ञात कीजिए।

$$\sin 2\theta$$

-1
+1

- Q) Find the minimum and maximum value of $Y = 32 \sin^5 \theta \cdot \cos^5 \theta$.
 $Y = 32 \sin^5 \theta \cdot \cos^5 \theta$ का न्यूनतम और अधिकतम मान ज्ञात कीजिए।

$$32(\sin^5 \theta \cdot \cos^5 \theta)$$

max.

$\frac{1}{2^5} = \frac{1}{32}$

$32 \times \frac{1}{32}$

1

min

$-\frac{1}{2^5} = -\frac{1}{32}$

$32 \times \left(-\frac{1}{32}\right)$

-1

- Q) If $A = \sin^2 \theta + \cos^4 \theta$, for any value of θ , then the value of A is:
 यदि θ के किसी मान के लिए $A = \sin^2 \theta + \cos^4 \theta$ है, तो A का मान है।

$$\sin^{\text{even}} \theta + \cos^{\text{even}} \theta$$

$$\text{max} = 1$$

$$\text{min} = \theta = 45^\circ$$

$$\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^4$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4} \leq A \leq 1$$

- Q) The maximum value of $1 + \sin\left(\frac{\pi}{4} + \theta\right) + 2\cos\left(\frac{\pi}{4} - \theta\right)$ for real values of θ is:

Q के वास्तविक मान के लिए $1 + \underbrace{\sin\left(\frac{x}{4} + \theta\right)}_{\max = +1} + \underbrace{2\cos\left(\frac{x}{4} - \theta\right)}_{+1}$ का अधिकतम मान क्या होगा ?

$$1 + 1 + 2 \times 1 = 4$$

$$\begin{aligned} \bullet \frac{x}{4} + \theta &= 90^\circ \Rightarrow \theta + \theta = 90 \\ 2\theta &= 90 \\ \theta &= 45^\circ \end{aligned}$$

$$\bullet \frac{x}{4} - \theta = 0^\circ \Rightarrow \frac{x}{4} = \theta$$

Q) $4\sin^2 \theta + 3\cos^2 \theta + 6\sin^2 \alpha + 7\cos^2 \alpha + 8\cos^2 \beta$

max value = ?

$$4 + 7 + 8 = 19$$

min value = ?

$$3 + 6 + 8 \times 0 = 9$$

Q) $\underbrace{\sin^2 \theta + \cos^2 \theta}_{\min = 1} + \tan^2 \theta + \cot^2 \theta + \sec^2 \theta + \operatorname{cosec}^2 \theta$

$$\min = 1 + \tan^2 \theta + \cot^2 \theta + 1 + \tan^2 \theta + 1 + \cot^2 \theta$$

$$3 + 2(1 + \tan^2 \theta + 1 + \cot^2 \theta)$$

$$2\sqrt{1 \times 1} = 2$$

$$3 + 2 \times 2 = 3 + 4 = 7$$

Q) If $a \sin^3 x + b \cos^3 x = \sin x \cos x$ and $a \sin x = b \cos x$, then find the value of $a^2 + b^2$, provided that x is neither 0° nor 90°

यदि $a \sin^3 x + b \cos^3 x = \sin x \cos x$ और $a \sin x = b \cos x$ हो, तो $a^2 + b^2$ का मान ज्ञात कीजिए, बशर्ते कि x न तो 0° है और न ही 90° है।

$$a \sin x \cdot \sin^2 x + b \cos^3 x = \sin x \cdot \cos x$$

$$b \cos x \cdot \sin^2 x + b \cos^3 x = \sin x \cdot \cos x$$

$$b \cos x (\underbrace{\sin^2 x + \cos^2 x}_1) = \sin x \cdot \cos x$$

$$b \cos x = \sin x \cdot \cos x$$

$$\boxed{b = \sin x}$$

$$a \sin x = b \cos x$$

$$a \times \cancel{b} = \cancel{b} \cos x$$

$$\boxed{a = \cos x}$$

Putting the value
of $\sin x$ & $\cos x$
in original eqⁿ.

$$a \times (b)^3 + b \times a^3 = a \times b$$

$$\cancel{ab}(a^2 + b^2) = \cancel{ab}$$

$$a^2 + b^2 = 1$$

Q) If $m = a \sec A$ and $y = b \tan A$, then find the value of $b^2 m^2 - a^2 y^2 + \frac{a^2 y^2}{b^2 m^2} + \cos^2 A$.

यदि $m = a \sec A$ और $y = b \tan A$ है, तो $b^2 m^2 - a^2 y^2 + \frac{a^2 y^2}{b^2 m^2} + \cos^2 A$ का मान ज्ञात कीजिए।

$$m^2 = a^2 \sec^2 A$$

$$y^2 = b^2 \tan^2 A$$

$$\frac{m^2}{a^2} = \sec^2 A \Rightarrow \frac{a^2}{m^2} = \cos^2 A$$

$$\frac{y^2}{b^2} = \tan^2 A$$

$$b^2 \times a^2 \sec^2 A - a^2 \times b^2 \tan^2 A + \cos^2 A \times \tan^2 A + \cos^2 A$$

$$b^2 a^2 (\underbrace{\sec^2 A - \tan^2 A}_1) + \underbrace{\sin^2 A + \cos^2 A}_1$$

$$b^2 a^2 + 1$$

1. Find maximum and min . value of $3\sin \theta + 4\cos \theta$.

$3\sin \theta + 4\cos \theta$ का अधिकतम और न्यूनतम मान ज्ञात करें।

- (a) 5,-5
- (b) -3, 3
- (c) 4,-4
- (d) 1, -1

2. Find maximum and minimum. value of $8\sin \theta + 6 \cos \theta$.

$8\sin \theta + 6 \cos \theta$ का अधिकतम और न्यूनतम मान ज्ञात करें।

- (a) 8,-8
- (b) 6,-6
- (c) 10, -10
- (d) 5, -5

3. Find maximum and minimum value of $\sin \theta + 12 \cos \theta$.

$5\sin \theta + 12 \cos \theta$ का अधिकतम और न्यूनतम मान ज्ञात करें।

- (a) 13, -13
- (b) 12, -12
- (c) 5, -5
- (d) 10, -10

4. Find maximum and minimum value of $\sin^6 \theta + \cos^6 \theta$.

$x = \sin^6 \theta + \cos^6 \theta$ का अधिकतम और न्यूनतम मान ज्ञात करें।

- (a) $1, \frac{1}{4}$
- (b) $2, \frac{3}{4}$
- (c) 1, -1
- (d) 2, -1

5. Find maximum and minimum value of $x = \sin^6 \theta + \cos^8 \theta$.

$x = \sin^6 \theta + \cos^8 \theta$ का अधिकतम और न्यूनतम मान ज्ञात करें।

- (a) $1, \frac{3}{16}$
- (b) $2, \frac{3}{16}$
- (c) 1, -1
- (d) $3, \frac{1}{16}$

6. Find maximum and minimum value of $2 - \sin \theta \cos \theta$.

$2 - \sin \theta \cos \theta$ का अधिकतम और न्यूनतम मान ज्ञात करें।

- (a) $\frac{5}{2}, \frac{3}{2}$
- (b) $\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$
- (c) 1, -1
- (d) $\frac{5}{2}, -\frac{5}{2}$

7. Find maximum and minimum value of $3 + \sin^2 \theta \cdot \cos^2 \theta$.

$3 + \sin^2 \theta \cdot \cos^2 \theta$ का अधिकतम और न्यूनतम मान ज्ञात करें।

- (a) $\frac{13}{4}, -\frac{13}{4}$
- (b) $\frac{13}{4}, 3$
- (c) , -1 :
- (d) $\frac{13}{4}, 0$

8. Find maximum and minimum value of $1 - \sin^4 \theta \cdot \cos^4 \theta$.

$1 - \sin^4 \theta \cdot \cos^4 \theta$ का अधिकतम और न्यूनतम मान ज्ञात करें।

- (a) 1, -1
- (b) $1, \frac{15}{16}$
- (c) $1, -\frac{15}{16}$
- (d) $\frac{15}{16}, -\frac{15}{16}$

9. Find maximum and minimum value of $6\sin \theta \cdot \cos \theta + 1 - 2\sin^2 \theta$.

$6\sin \theta \cdot \cos \theta + 1 - 2\sin^2 \theta$ का

अधिकतम और न्यूनतम मान ज्ञात कीजिए।

- (a) $\sqrt{11}, -\sqrt{11}$
- (b) $\sqrt{10}, -\sqrt{10}$,
- (c) $1, -1$
- (d) $7, -7$

10. Find maximum and minimum value of $1 + 8\sin \theta \cos \theta - 2\sin^2 \theta$

$1 + 8\sin \theta \cos \theta - 2\sin^2 \theta$ का अधिकतम और न्यूनतम मान ज्ञात करें

- (a) $\sqrt{17}, -\sqrt{17}$
- (b) $\sqrt{15}, -\sqrt{15}$
- (c) $1, -1$
- (d) $10, -10$

11. Find maximum and minimum value of $\sin \theta \cos \theta + 2 \cos^2 \theta - 1$.

$4\sin \theta \cos \theta + 2\cos^2 \theta - 1$ का अधिकतम और न्यूनतम मान ज्ञात करें।

- (a) $\sqrt{6}, -\sqrt{6}$
- (b) $\sqrt{5}, -\sqrt{5}$
- (c) $2, -2$
- (d) $\sqrt{8}, -\sqrt{8}$

12. Find the maximum value of $2 + \operatorname{cosec}^2 \alpha$.

$2 + \operatorname{cosec}^2 \alpha$ का अधिकतम मान ज्ञात कीजिए।

- (a) -2
- (b) 0
- (c) -3
- (d) ∞

13. Find the maximum value of $2 - \operatorname{cosec}^2 \alpha$

$2 - \operatorname{cosec}^2 \alpha$ का अधिकतम मान ज्ञात कीजिए

- (a) 3
- (b) -3
- (c) 1
- (d) 0

14. The minimum value of $2\sin^2 \theta + 3\cos^2 \theta$ is

$2\sin^2 \theta + 3\cos^2 \theta$ का न्यूनतम मान है

- (a) 0
- (b) 3
- (c) 2
- (d) 1

15. The minimum value of $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta + \sec^2 \theta + \operatorname{cosec}^2 \theta + \tan^2 \theta + \cot^2 \theta$

$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta + \sec^2 \theta + \operatorname{cosec}^2 \theta + \tan^2 \theta + \cot^2 \theta$ का न्यूनतम मान है।

- (a) 1
- (b) 3
- (c) 7
- (d) 5

16. Maximum value of $(2\sin \theta + 3\cos \theta)$ is

$(2\sin \theta + 3\cos \theta)$ का अधिकतम मान है

- (a) 2
- (b) $\sqrt{13}$
- (c) $\sqrt{15}$
- (d) 1

17. The minimum value of

$4\tan^2 \theta + 9\cot^2 \theta$ is equal to

$4\tan^2 \theta + 9\cot^2 \theta$ का न्यूनतम मान बराबर है

- (a) 1
(b) 2
(c) 12
(d) 13

18. Find max&min value of $1 - \sin^2 \theta \cos^2 \theta$.

$1 - \sin^2 \theta \cos^2 \theta$ का अधिकतम और न्यूनतम मान ज्ञात करें।

- (a) 2, -2
(b) $1, \frac{3}{4}$
(c) 1, 0
(d) 1, -1

19. Find min value of $4\sin^2 \theta + 9\operatorname{cosec}^2 \theta$.

$4\sin^2 \theta + 9\operatorname{cosec}^2 \theta$ का न्यूनतम मान ज्ञात कीजिए।

- (a) 12
(b) -12
(c) 9
(d) 4

20. Find min value of $9\cos^2 \theta + 16\sec^2 \theta$.

$9\cos^2 \theta + 16\sec^2 \theta$ का न्यूनतम मान ज्ञात कीजिए।

- (a) -24
(b) 16
(c) 24
(d) 9

21. Find max&min value of $x = \sin^2 \theta + \cos^4 \theta$

$x = \sin^2 \theta + \cos^4 \theta$ का अधिकतम और न्यूनतम मान ज्ञात करें

- (a) $\frac{3}{4} \leq x \leq 1$
(b) $-1 \leq x \leq 1$
(c) $-\frac{3}{4} \leq x \leq \frac{3}{4}$
(d) $1 \leq x \leq 0$

22. Find max value of $\sin^4 \theta + \cos^8 \theta$.

$\sin^4 \theta + \cos^8 \theta$ का अधिकतम मान ज्ञात करें।

- (a) 2
(b) 3
(c) 1
(d) 4

23. Find maximum and minimum value $10\sin \theta - 1$

$10\sin \theta - 1$ का अधिकतम और न्यूनतम मान ज्ञात करें

- (a) 9, -11
(b) 10, 9
(c) 1, -1
(d) 11, 10

24. Find maximum and minimum value of $2\sin^2 \theta - 3$?

$2\sin^2 \theta - 3$ का अधिकतम और न्यूनतम मान ज्ञात करें?

- (a) 12, -3
(b) 9, -3
(c) 10, -3
(d) 1 - 1

25. Find maximum and minimum. value of $4\sin^2 \theta + 7\cos^2 \theta + 5$

$\sin^2 \theta + 7\cos^2 \theta + 5$ का अधिकतम और न्यूनतम मान ज्ञात करें।

- (a) 7, 4 (b) 12, 9
(c) 9, 16 (d) 4, 7

26. Find minimum value of $0\tan^2 \theta + 15\sec^2 \theta$:

$10\tan^2 \theta + 15\sec^2 \theta$ का न्यूनतम मान ज्ञात करें:

- (a) 15 (b) 25

(c) 10 (d) 0

27. Find maximum and minimum value of $\sin^2 \theta \cdot \cos^2 \theta$

$\sin^2 \theta \cdot \cos^2 \theta$ का अधिकतम और न्यूनतम मान ज्ञात करें

(a) $\frac{1}{4}, 0$

(b) $\frac{1}{2}, \frac{-1}{2}$

(c) $\frac{1}{4}, \frac{-1}{4}$

(d) None of these

28. Find maximum and minimum value of $\sin^3 \theta \cdot \cos^3 \theta$

$\sin^3 \theta \cdot \cos^3 \theta$ का अधिकतम और न्यूनतम मान ज्ञात करें

(a) $\frac{1}{4}, \frac{-1}{4}$

(b) $\frac{1}{8}, \frac{-1}{8}$

(c) $2\sqrt{2}$

(d) $\frac{1}{2\sqrt{2}}$

29. Find maximum and minimum value $\sin^{113} \theta \cdot \cos^{113} \theta$.

$\sin^{113} \theta \cdot \cos^{113} \theta$ अधिकतम और न्यूनतम मान ज्ञात करें

(a) $\frac{1}{2^{113}}, \frac{-1}{2^{113}}$

(b) $1, -1$

(c) $2^{113}, -2^{113}$

(d) None of these

30. $\cos^3 \theta + \sin^3 \theta$ will be maximum when $\theta = ?$

$\cos^3 \theta + \sin^3 \theta$ अधिकतम होगा

जब $\theta = ?$

(a) 15°

(b) 25

(c) 45°

(d) 60°

ANSWER SHEET

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	C	A	A	A	A	B	B	B	A
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
B	D	C	C	C	B	C	B	A	C
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
A	C	A	B	B	A	A	B	A	C

Worksheet solution

sol 1 = $3 \sin \theta + 4 \cos \theta$

$$\text{Max} = \sqrt{a^2 + b^2} \\ = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$$

$$\text{Min} = -\sqrt{a^2 + b^2} \\ = -\sqrt{3^2 + 4^2} = -5$$

sol 2 $8 \sin \theta + 6 \cos \theta$

$$\text{Max value} = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10$$

$$\text{Min value} = -\sqrt{8^2 + 6^2} = -10$$

sol 3 $5 \sin \theta + 12 \cos \theta$

$$= \sqrt{5^2 + 12^2} = \pm 13$$

$$\text{Max value} = +13$$

$$\text{Min value} = -13$$

sol 4 $x = \sin^6 \theta + \cos^6 \theta$

$$\text{Maximum} = 1$$

For minimum value put $\theta = 45^\circ$

$$x = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^6 + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^6 = \frac{1}{4}$$

$$\text{Minimum value} = \frac{1}{4}$$

$$= 1, \frac{1}{4}$$

sol 5 $x = \sin^6 \theta + \cos^6 \theta$

$$\text{Max} = 1$$

For minimum value put $\theta = 45^\circ$

$$x = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^6 + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^6 = \frac{3}{16}$$

$$1, \frac{3}{16}$$

sol 6 $2 - \sin \theta \cos \theta$

$$\text{Min} = 2 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

$$\text{Max} = 2 - \left(-\frac{1}{2}\right) \\ = \frac{5}{2}$$

sol 7 $3 + \sin^2 \theta \cos^2 \theta$

$$\text{Max} = 3 + \frac{1}{2^2} = 3 + \frac{1}{4} \\ = \frac{13}{4}$$

$$\text{Min} = 3 + 0 = 3$$

sol 8 $1 - \sin^4 \theta \cos^4 \theta$

Power is even

$$\text{Min} = 1 - \frac{1}{2^4} = \frac{15}{16}$$

$$\text{Max} = 1 - 0 = 1$$

Sol 9

$$6 \sin \theta \cos \theta + 1 - 2 \sin^2 \theta$$

$$3 \sin 2\theta + \cos 2\theta$$

$$= \pm \sqrt{3^2 + 1^2} = \pm \sqrt{10}$$

$$\text{Max} = \sqrt{10}$$

$$\text{Min} = -\sqrt{10}$$

Sol 10

$$1 + 8 \sin \theta \cos \theta - 2 \sin^2 \theta$$

$$4 \sin 2\theta + \cos 2\theta$$

$$= \pm \sqrt{4^2 + 1^2} = \pm \sqrt{17}$$

$$\text{Max} = \sqrt{17}$$

$$\text{Min} = -\sqrt{17}$$

Sol 11

$$4 \sin \theta \cos \theta + 2 \cos^2 \theta - 1$$

$$2 \sin 2\theta + \cos 2\theta$$

$$= \pm \sqrt{2^2 + 1^2} = \pm \sqrt{5}$$

$$\text{Max} = \sqrt{5}$$

$$\text{Min} = -\sqrt{5}$$

Sol 12

$$2 + \operatorname{cosec}^2 \alpha$$

$$\text{Maximum value of } \operatorname{cosec}^2 \alpha = \infty$$

$$\text{Max value} = 2 + \infty = \infty$$

Sol 13

$$2 - \operatorname{cosec}^2 \alpha$$

$$\text{Minimum value of } \operatorname{cosec}^2 \alpha = 1$$

$$\text{Max value} = 2 - 1 = 1$$

Sol 14

$$2 \sin^2 \theta + 3 \cos^2 \theta$$

$$= 2 \sin^2 \theta + 2 \cos^2 \theta + \cos^2 \theta$$

$$= 2 + \cos^2 \theta$$

$$\text{Minimum value of } \cos^2 \theta = 0$$

$$\text{Min. value} = 2 + 0 = 2$$

Sol 15

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta + \sec^2 \theta +$$

$$\operatorname{cosec}^2 \theta + \tan^2 \theta + \cot^2 \theta$$

$$= 1 + 1 + \tan^2 \theta + 1 + \cot^2 \theta + \tan^2 \theta + \cot^2 \theta$$

$$= 3 + 2(\tan^2 \theta + \cot^2 \theta)$$

$$\text{Min value} = 3 + 2 \times 2\sqrt{1 \times 1} = 7$$

Sol 16

$$2 \sin \theta + 3 \cos \theta$$

$$\text{Max} = \sqrt{2^2 + 3^2}$$

$$= \sqrt{13}$$

Sol 17

$$4 \tan^2 \theta + 9 \cot^2 \theta$$

$$\text{Max value} = 2 \times \sqrt{4 \times 9} = 12$$

Sol 18

$$1 - \sin^2 \theta \cos^2 \theta$$

$$\text{Max} = 1 - (0) = 1$$

$$\text{Max} = 1 - \left(\frac{1}{2^2}\right) = \frac{3}{4}$$

Sol 19 $4 \sin^2 \theta + 9 \operatorname{cosec}^2 \theta$

$$\begin{aligned} \text{Min} &= 2 \sqrt{4 \times 9} \\ &= 12 \end{aligned}$$

Sol 20 $9 \cos^2 \theta + 16 \sec^2 \theta =$

$$\begin{aligned} \text{Min Value} &= 2 \sqrt{9 \times 16} \\ &= 2 \times 12 = 24 \end{aligned}$$

Sol 21 $x = \sin^2 \theta + \cos^4 \theta$
 $\text{Max} = 1$

For Minimum value put $\theta = 45^\circ$

$$\begin{aligned} x &= \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^4 \\ &= \frac{1}{2} + \frac{1}{4} \\ &= \frac{3}{4} \leq x \leq 1 \end{aligned}$$

Sol 22 $\sin^4 \theta + \cos^6 \theta$
 Power are even, then
 Maximum value = 1

Sol 23 $10 \sin \theta - 1$
 $\text{Max} = 10 \times 1 - 1 = 9$
 $\text{Min} = 10(-1) - 1 = -11$

Sol 24 $12 \sin^2 \theta - 3$

$$\begin{aligned} \text{Max} &= 12 \times 1 - 3 = 9 \\ \text{Min} &= 12(0) - 3 = -3 \end{aligned}$$

Sol 25 $4 \sin^2 \theta + 7 \cos^2 \theta + 5$

$$\begin{aligned} \text{Max value} &= 7 + 5 \\ &= 12 \\ \text{Min Value} &= 4 + 5 \\ &= 9 \end{aligned}$$

Sol 26 $10 \tan^2 \theta + 15 \sec^2 \theta$

$$\begin{aligned} &= 10 \tan^2 \theta + 15(1 + \tan^2 \theta) \\ &= 15 + 25 \tan^2 \theta \\ \text{Min value} &= 15 + 0 \\ &= 15 \end{aligned}$$

Sol 27 $\sin^2 \theta \times \cos^2 \theta$
 $\text{Max} = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4}$
 $\text{Min} = 0$

Sol 28 $\sin^3 \theta \times \cos^3 \theta$
 $\text{Max} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$
 $\text{Min} = \frac{-1}{2^3} = \frac{-1}{8}$

Sol 29 $\sin^{113} \theta \cdot \cos^{113} \theta$
 $\text{Max} = \frac{1}{2^{113}}, \text{Min} = \frac{-1}{2^{113}}$

Sol 30 $\cos^3 \theta + \sin^3 \theta$
 Maximum value at 45°