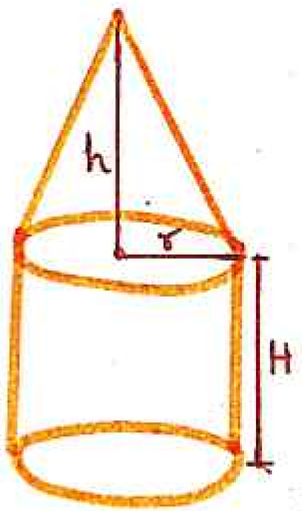
MENSURATION 3D

Q) A solid consists of a circular cylinder surmounted by a right circular cone place at the top. The height of the cone is h. If the total volume of the solid is 3 times the volume of the cone, then the height of the circular cylinder is:

एक ठोस गोलाकार बेलन का ऊपरी सिरा शंकुआकार है शंकु की ऊँचाई h है यदि ठोस का आयतन कुल शंकु के कुल आयतन का तीन गुना है तो गोलाकार बेलन की ऊँचाई ज्ञात करें।



$$\pi r^2 H + \frac{1}{3}\pi r^2 (h) = 3 \times \frac{1}{3}\pi r^2 h$$

$$\pi r^2 \left(H + \frac{1}{3}h\right) = \pi r^2 \times h$$

$$H = \left(1 - \frac{1}{3}\right)h$$

$$H = \frac{2}{3}h$$

Q) What is the total surface area of a cone whose radius is $\frac{r}{4}$ and slant height is $4l$?

एक शंकु का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल कितना है, जिसकी त्रिज्या $\frac{r}{4}$ है और तिर्यक ऊँचाई $4l$ है?

$$T.S.A = \pi r (l + r)$$

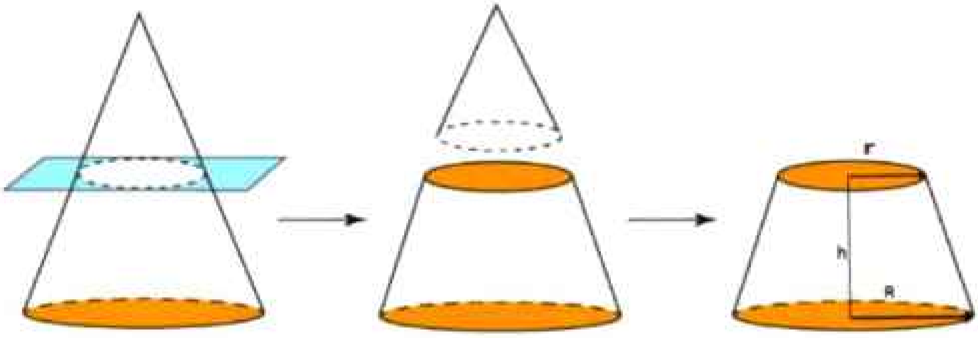
$$\pi \times \frac{r}{4}\left(4l + \frac{r}{4}\right)$$

$$\pi r\left(\frac{4l}{4} + \frac{r}{4\times 4}\right)$$

$$\pi r\left(l + \frac{r}{16}\right)$$

TYPE-VI

छिन्नक (FRUSTUM)



*** आयतन (VOLUME)**

$$(V) \rightarrow \frac{1}{3}\pi h (r^2 + R^2 + rR)$$

*** वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल (CURVED SURFACE AREA)(C.S.A)**

$$\pi (r+R) l$$

$$l = \sqrt{H^2 + (R-r)^2}$$

*** कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल (TOTAL SURFACE AREA)(T.S.A)**

$$\pi (r+R) l + \pi r^2 + \pi R^2$$

Q) The radius of two circular faces of the frustum of a cone of height 10.5 cm are 5 cm and 3 cm respectively. What is its volume in cm^3?

एक 10.5 सेमी ऊँचे शंकु के छिन्नक के दो वृत्ताकार फलकों की त्रिज्याएें 5 सेमी. और 3 सेमी है, इसका आयतन (सेमी^{3}) में कितना होगा ? ($\pi = 22/7$ का प्रयोग करें)

$h = 10.5 = \frac{21}{2}$

$r = 3$
$R = 5$

$V = \frac{1}{3}\pi h(R^2 + r^2 + Rr)$

$\frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times \frac{21}{2}(5^2 + 3^2 + 5 \times 3)$

$11(25 + 9 + 15)$

49×11

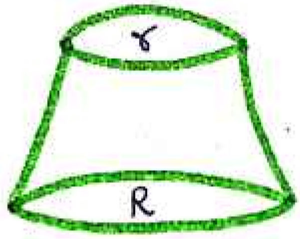
539

Q) The perimeter of the top and bottom of frustum of a cone are 18 cm and 6 cm. The height of frustum is 4 cm. Find its volume.

एक छिन्नक के उपरी और निचली भाग का परिमाप क्रमश: 18 सेमी और 6 सेमी है। तथा ऊँचाई 4 सेमी है तो उसका आयतन बताओं ?

$2\pi r = 6$ 3

$r = \frac{3}{\pi}$



$2\pi R = 18$ 9

$R = \frac{9}{\pi}$

$V = \frac{1}{3}\pi h(r^2 + R^2 + rR]$

$\frac{1}{3}\pi \times 4\left[\frac{9}{\pi^2} + \frac{81}{\pi^2} + \frac{27}{\pi^2}\right]$

$\frac{4\pi}{3}\left[\frac{117}{\pi^2}\right]$ (117 → 39)

$\frac{156}{\pi}$ cm^3

Q) The radius of the two circular faces of the frustum of a cone are 5 cm & 4 cm. If the height of the frustum is 21 cm. What is the volume (in cm^3)

एक शंकु के छिन्नक के दो वृत्ताकार फलकों की त्रिज्याएँ क्रमशः 5 सेमी और 4 सेमी है। यदि छिन्नक की ऊँचाई 21 सेमी है, तो इसका आयतन सेमी3 में कितना होगा? ($\pi = \frac{22}{7}$ का प्रयोग करें।

$R = 5$
$r = 4$
$h = 21$

$$V = \frac{1}{3}\pi h (r^2 + R^2 + rR)$$

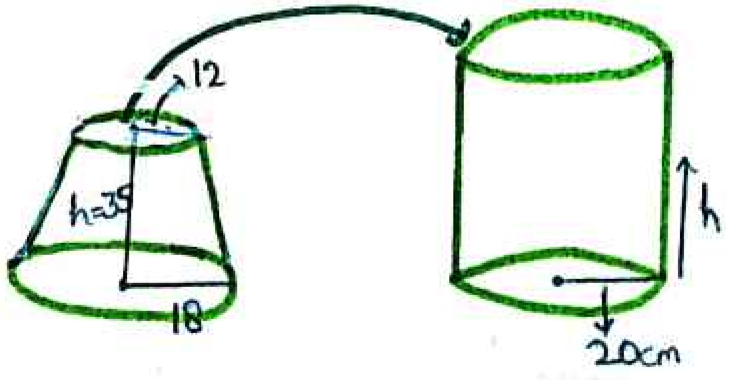
$$\frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 21 (16 + 25 + 20)$$

$$22(61)$$

$$1342$$

Q) A 35 cm high bucket in the form of a frustum is full of water. Radius of its lower and upper ends are 12 cm and 18 cm respectively. If water from this bucket is poured in a cylindrical drum, whose base radius is 20 cm, then what will be the height of water (in cm) in the drum?

छिन्नक के रूप में एक 35 सेमी. ऊँची बाल्टी पानी से भरी है। इसके निचले और ऊपरी सिरे की त्रिज्याएं क्रमशः 12 सेमी और 18 सेमी. है। यदि इस बाल्टी से पानी एक ऐसे बेलनाकार ड्रम में डाला जाता है, जिसकी आधार की त्रिज्या 20 सेमी है, तो ड्रम में पानी कितनी ऊँचाई तक (सेमी में) भरेगा?



$$\frac{1}{3}\pi \times 35\,(18^2+12^2+18\times12) = \pi\,(20)^2\times h$$

$$\frac{35}{3}(324+144+216) = 400\times h$$

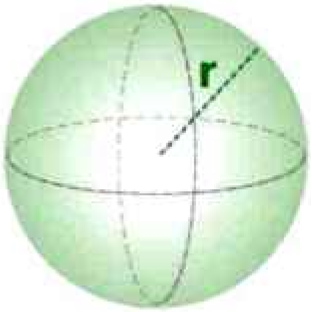
$$\frac{35}{3}(684) = 400\times h$$

$$h = \frac{35\times 228}{400} = \frac{1995}{100}$$

19.95

TYPE - VII

गोला (SPHERE)



*** आयतन (VOLUME)**

$$\frac{4}{3}\pi r^3$$

*** पृष्ठीय क्षेत्रफल (SURFACE AREA)**

$$4\pi r^2$$

Q) The volume of a sphere of radius 4.2 cm is ..... (use $\pi = 22/7$)

4.2 सेमी त्रिज्या वाले एक गोले का आयतन .... होता है। ($\pi = 22/7$ का प्रयोग करें।)

$$r = 4.2\ cm = \frac{42}{10}$$

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$\frac{4}{3}\times\frac{22}{7}\times\frac{42}{10}\times\frac{42}{10}\times\frac{42}{10}$$

$310.464\ cm^3$

Q) If the volume and surface area of a sphere are numerically the same, then its radius is:
किसी गोले का आयतन तथा पृष्ठ क्षेत्रफल समान है। गोले की त्रिज्या ज्ञात करें?

$$\frac{4}{3}\pi r^3 = 4\pi r^2$$

$$\frac{r}{3} = 1$$

$$r = 3$$

Q) If the radius of a sphere is increased by 2 cm its surface area increased by 352 cm^2. The radius of sphere before change is:
यदि गोले की त्रिज्या को 2 सेमी बढ़ाया गया तब उसका पृष्ठ क्षेत्रफल 352 सेमी^{2} बढ़ गया। परिवर्तन से पूर्व गोले की त्रिज्या ज्ञात करें।

$(r+2)$ $\quad$ r

$$4\pi(r+2)^2 - 4\pi r^2 = 352$$

$$4\pi((r+2)^2 - r^2)$$

$$4 \times \frac{22}{7}((r+2+r)(2)) = 352$$

$$(2r+2) \times 2 = 28 \quad 14$$

$$2r = 12 \quad 6$$

$$r = 6 \text{ cm}$$

Q) Let x cm^2 be the surface area and y cm^3 be the volume of a sphere such that $y = 14x$. What is the radius (in cm) of the sphere?
माना किसी गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल x सेमी^{2} और आयतन y सेमी^{3} है। जबकि $y = 14x$ है, तो गोले की त्रिज्या की माप (सेमी में) क्या होगी?

$$4\pi r^2 = x$$

$$\frac{4}{3}\pi r^3 = y$$

$$\frac{4}{3}\pi r^2 r = 14 \times 4\pi r^2$$

$$\frac{r}{3} = 14$$

$$r = 42$$

Ratio

	$(Sphere)_1$	:	$(Sphere)_2$
radius	r_1	:	r_2
Vol.	r_1^3	:	r_2^3
Surface Area	r_1^2	:	r_2^2

	$(Sphere)_1$	:	$(Sphere)_2$
Vol. ↓	x	:	y
radius ↓	$\sqrt[3]{x}$	:	$\sqrt[3]{y}$
Surface Area	$(\sqrt[3]{x})^2$	:	$(\sqrt[3]{y})^2$

Q) Let A and B be two solid spheres area of B is 300% higher than surface area of A. The volume of A is found to be K% lower than the volume of B. The value of k must be:

माना A और B दो गोले है। B का पृष्ठीय क्षेत्रफल A से 300% ज्यादा है। और A का आयतन B से K% कम है। K का मान ज्ञात करों।

	A	:	B
$4\pi r^2$ Surface Area	~~100~~ 1	:	~~400~~ 4
radius (r)	$\sqrt[2]{1}$	:	$\sqrt[2]{4}$
↓	1	:	2
Vol.	$(1)^3$		$(2)^3$
	1	:	8

−7

$\frac{7}{8} \times 100$

$\frac{700}{8}\% = 87.5$

Q) If the volumes of the spheres are in the ratio 27 : 8, what will be the ratio of their surface areas?
यदि गोलों के आयतन 27 : 8 के अनुपात में हैं, तो उनके पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात क्या होगा?

Vol.	27	:	8
r	$\sqrt[3]{27}$	:	$\sqrt[3]{8}$
↓	3	:	2
Surface Area	$(3)^2$	:	$(2)^2$
	9	:	4

Q) The cost of painting a spherical vessel of diameter 14cm is ₹ 21,560. What is the cost (in ₹) of painting per square centimeter? (Use $\pi = 22/7$)
14cm व्यास वाले एक गोलाकार बर्तन को पेंट करने की लागत ₹ 21,560 है। प्रति वर्ग सेंटीमीटर पेंटिंग की लागत (₹ में) क्या है? ($\pi = 22/7$ का उपयोग करें)

$d = 14$

$r = \frac{14}{2} = 7cm$

$4\pi r^2 = 4 \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7$

$4 \times 154 = 616\,cm^2$

$616\,cm^2 = 21560$ ₹

$1\,cm^2 = \frac{21560}{616}$ ~~1960~~ ~~140~~ 35

~~616~~
~~56~~
~~4~~

35 ₹

Q) A solid iron ball is melted and the entire volume of iron is used to make 64 small solid balls of equal size. What is the ratio of the surface area of the bigger ball to the sum of the surface area of all the smaller balls.

एक ठोस लोहे की गेंद को पिघलाया जाता है और लोहे का सारा आयतन उपयोग में लाकर 64 छोटी समान आकार की ठोस गेंदे बनाई जाती हैं। बड़ी गेंद के पृष्ठीय क्षेत्रफल का सभी छोटी गेंदों के पृष्ठीय क्षेत्रफल के योगफल से अनुपात क्या है?

$$\frac{4}{3}\pi (R)^3 = \frac{4}{3}\pi (r)^3 \times 64$$

$$\frac{R^3}{r^3} = \frac{64}{1}$$

$$\boxed{\frac{R}{r} = \sqrt[3]{\frac{64}{1}} = \frac{4}{1}}$$

क्षेत्रफल $\frac{R^2}{r^2} = \frac{16}{1}$ → 16 → बड़ी गेंद, 1 → एक छोटी गेंद

64 का Surface Area

64×1

$= 64$

$$\frac{16}{64} = \frac{1}{4} = 0.25$$

Q) The radii of three spheres are 6 cm, 8 cm and 10cm respectively. If they are melted to form a single solid sphere. What will be the radius of the resulting sphere (in cm).
धातु के तीन गोलों की त्रिज्या क्रमश: 6 सेमी, 8 सेमी और 10 सेमी है। यदि उन्हें पिघलाकर एक ठोस गोला बनाया जाता है। तो परिणामी गोले की त्रिज्या (सेमी में) ज्ञात कीजिए?

$$\frac{4}{3}\pi(6)^3 + \frac{4}{3}\pi(8)^3 + \frac{4}{3}\pi(10)^3 = \frac{4}{3}\pi(R)^3$$

$$\frac{4}{3}\pi(216 + 512 + 1000) = \frac{4}{3}\pi R^3$$

$$1728 = R^3$$

$$R = \sqrt[3]{1728} = 12$$

Q) Diameter of a solid sphere is 9 cm. It is melt to form a wire whose diameter is 2mm. Find the length of the wire.
एक ठोस गोले का व्यास 9 सेमी है। इसे पिघलाकर एक 2 मि. मी. व्यास वाला एक तार बनाया जाता है। इस तार की लम्बाई बताए?

1 cm = 10 mm. 1m = 1000mm

Vol. of Sphere = Vol. of wire

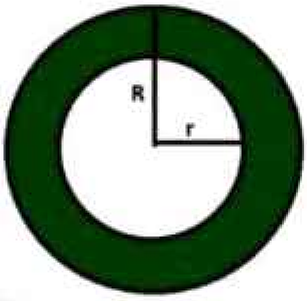
$$\frac{4}{3}\pi\left(\frac{90}{2}\right)^3 = \pi\left(\frac{2}{2}\right)^2 \times h$$

$$\frac{4}{3} \times \frac{45 \times 45 \times 45}{1000} = 1 \times h$$

$$h = \frac{60 \times 2025}{1000} m$$

$$\frac{12150}{100} = 121.50m$$

HOLLOW SPHERE
खोखला गोला



* आयतन (VOLUME)

$$\frac{4}{3}\pi(R^3-r^3)$$

Q) The outer and inner radii are 10 cm and 6 cm respectively of a hollow metallic sphere. If it is melted and made into small solid balls of radius 2 cm, what will be the number of balls?

धातु के एक खोखले गोले की बाह्य और आंतरिक त्रिज्याएँ क्रमश: 10 सेमी और 6 सेमी है। यदि इसे पिघलाकर 2 सेमी त्रिज्या की ठोस छोटी - छोटी गेंदें बनायी जाती हैं, तो गेंदों की संख्या कितनी होगी?

$$\frac{4}{3}\pi(10^3-6^3)=\frac{4}{3}\pi(2)^3\times n$$

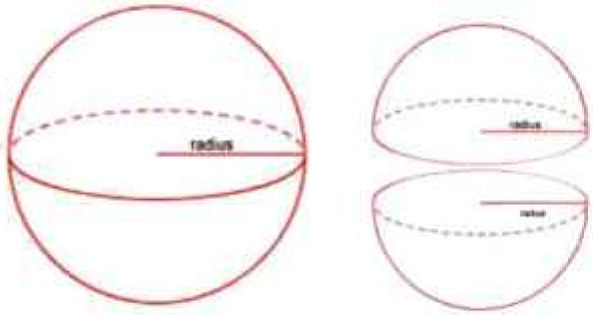
$$1000-216=8\times n$$

$$\frac{784}{8}=n \quad (98)$$

$$n=98$$

TYPE-VIII

अर्धगोले (HEMISPHERE)



* आयतन (VOLUME)

$(V) = \frac{2}{3}\pi r^3$

* वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल (CURVED SURFACE AREA)(C.S.A)

$2\pi r^2$

* कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल (TOTAL SURFACE AREA)(T.S.A)

$3\pi r^2$

Q) The radius of a hemisphere is 9cm. Find its volume.
एक अर्धगोले की त्रिज्या 9cm है। इसका आयतन ज्ञात कीजिए।

$V = \frac{2}{3}\pi r^3$

$\frac{2}{3} \times \pi (9)^3$

$\frac{2}{3} \times \pi \times 729$ (243)

486π

Q) Find the difference between the total surface area and the curved surface area of a hemisphere of diameter 4cm.
4 सेमी व्यास वाले एक अर्द्धगोले के संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल और वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल का अंतर ज्ञात करें।

$d = 4cm$

$r = \frac{4}{2}\ 2cm$

T.SA C SA

$3\pi r^2 - 2\pi r^2$

πr^2

$\pi(2)^2$

4π

Q) The radius of a hemispherical bowl is 21cm. It has to be painted inside as well as outside. Calculate the cost of painting it at the rate of ₹ 0.05 per cm^2, assuming that the thickness of the bowl is negligible

एक अर्द्धगोलाकार कटोरे की त्रिज्या 21cm है। इसे अंदर के साथ-साथ बाहर भी पेंट किया जाना है। ₹ 0.05 प्रति cm^2 की दर से इसे पेंट करने की लागत की गणना करें, यह मान लें कि कटोरे की मोटाई नगण्य है। ($\pi = 22/7$ लें)

पेंट वाला Area $= 2\pi r^2 + 2\pi r^2$

$4\pi r^2$

खर्च ⇒ $4 \times \frac{22}{7} \times 21 \times 21 \times \frac{0.05}{100}$

$\frac{66 \times 21}{5} = \frac{1386}{5}$

277.2

Q) The surface areas of a sphere and another solid hemisphere are equal. Find the ratio of their volumes.

एक गोले और एक अन्य ठोस अर्द्धगोले के पृष्ठीय क्षेत्रफल बराबर हैं। उनके आयतनों का अनुपात ज्ञात कीजिए।

गोला   अर्धगोला

$4\pi R^2$ $3\pi r^2$

$$\frac{R^2}{r^2} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{R}{r} = \frac{\sqrt[2]{3}}{\sqrt[2]{4}} = \frac{\sqrt[2]{3}}{2}$$

$$\frac{R^3}{r^3} = \frac{(3^{1/2})^3}{8} = \frac{3^{3/2}}{8}$$

$$\frac{3\sqrt{3}}{8}$$

1. When the circumference of a toy ballon is increased from 20cm to 25cm its radius (in cm) is increased by:
किसी गुब्बारे की परिधि को 20cm से 25cm तक बढ़ाया गया। उसकी त्रिज्या में वृद्धिं ज्ञात करें ?
(a) $\frac{1}{15}$
(b) $\frac{5}{\pi}$
(c) $\frac{5}{2\pi}$
(d) $\frac{\pi}{5}$

2. The total surface area of a solid hemisphere is 108 π cm ^{2}. The volume of the hemisphere is
किसी ठोस अर्द्धगोले का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल 108π सेमी^{2} है। तब इसका आयतन क्या होगा?
(a) 72 πcm^3
(b) 144 πcm^3
(c) $108\sqrt{6}$cm^3
(d) $54\sqrt{6}$cm^3

3. The surface area of two spheres are in the ratio 4: 9. Their volumes will be in the ratio
दो गोलों के पृष्ठ क्षेत्रफलों का अनुपात 4:9 हैं। उनके आयतनों का अनुपात ज्ञात करें ?
(a) 2:3
(b) 4:9
(c) 8:27
(d) 64:729

4. The volume of two spheres is in the ratio 8 : 27. The ratio of their surface area is:
दो गोले के आयतनों का अनुपात 8:27 है। उनके पृष्ठ क्षेत्रफल का अनुपात ज्ञात करें ?
(a) 4:9
(b) 2 : 3
(c) 4:5
(d) 5:6

5. A sphere and a hemisphere have the same volume. The ratio of their curved surface area is:
किसी गोले तथा अर्धगोले का आयतन समान है। सम्पूर्ण पृष्ठ क्षेत्रफल का अनुपात ज्ञात करें?
(a) $2^{\frac{3}{2}}: 1$
(b) $2^{\frac{2}{3}}: 1$
(c) $4^{\frac{2}{3}}: 1$
(d) $2^{\frac{1}{3}}: 1$

6. A solid hemisphere of 20cm radius is divided into two equal part. Find the surface area of each part?
20 सेमी. त्रिज्या के ठोस अर्धगोले को दो बराबर भागों में काटा गया है। प्रत्येक भाग का पृष्ठीय क्षेत्रफल (वर्ग सेमी.) क्या है ?
(a) πr^2
(b) $2\pi r^2$
(c) $3\pi \mathrm{r}^2$
(d) $4\pi r^2$

7. Surface area of a hemisphere is 16/25 times the surace area of another sphere. Find the ratio of their diameters.

एक अर्द्धगोला का पृष्ठीय क्षेत्रफल एक अन्य गोला के क्षेत्रफल का 16/25 गुना है। उनके व्यासों में अनुपात क्रमशः क्या होगा ?

(a) 16:25

(b) 4:5

(c) 8:9

(d) $4\sqrt{2}:5$

8. The sum of radii of two spheres is 10cm and the sum of their volume is 880cm^3. What will be the product of their radii?

दो गोलों की त्रिज्या का योग 10cm तथा आयतनों का योग 880cm^3 है। त्रिज्याओं का गुणनफल ज्ञात करें ?

(a) 21

(b) $26\frac{1}{3}$

(c) $33\frac{1}{3}$

(d) 70

9. The diameter of two hollow spheres made from the same metal sheet is 21cm and 17.5cm respectively. The ratio of the area of metal sheets required for making the two spheres is

दो खोखले गोलों के व्यास 21 cm तथा 17.5cm है। दोनों गोलों को बनाने के लिए प्रयुक्त धातु चादरों के क्षेत्रफल का अनुपात ज्ञात करें ?

(a) 6:5

(b) 36:25

(c) 3:2

(d) 18:25

10. The volume of a solid hemisphere is 19404cm^3. Its total surface area is

किसी ठोस अर्धगोला का आयतन 19404 घन सेमी है। सम्पूर्ण पृष्ठ क्षेत्रफल ज्ञात करें ?

(a) 4158cm^2

(b) 2858cm^2

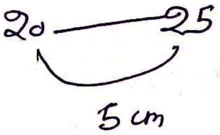
(c) 1738cm^2

(d) 2038cm^2

ANSWER SHEET

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
C	B	C	A	B	B	D	B	B	A

Sol. 1



$2\pi r = 5$

$\boxed{r = \frac{5}{2\pi}}$

Sol. 2

$3\pi r^2 = 108\pi$

$r^2 = 36$

$r \Rightarrow 6$

आयतन $\Rightarrow \frac{2}{3}\pi r^3$

$\Rightarrow \frac{2}{3}\pi \times 216$

$\boxed{\Rightarrow 144\pi}$

Sol. 3

क्षे० $= 4 : 9$

$r = \sqrt{4} : \sqrt{9}$

$\Rightarrow 2 : 3$

आयतन $\Rightarrow (2)^3 : (3)^3$

$\boxed{\Rightarrow 8 : 27}$

Sol. 4

$\frac{V_1}{V_2} = \frac{8}{27}$

$\frac{r_1}{r_2} = \sqrt[3]{\frac{8}{27}} \Rightarrow \frac{2}{3}$

$\frac{A_1}{A_2} = \left(\frac{2}{3}\right)^2 \boxed{\Rightarrow \frac{4}{9}}$

$\boxed{\Rightarrow 4 : 9}$

Sol. 5

$\frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{2}{3}\pi r^3$

$\frac{R^3}{r^3} = \frac{1}{2}$

$\frac{R}{r} = \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$

$\frac{A(R)}{A(r)} = \left(\frac{R}{r}\right)^2 \Rightarrow \left(\frac{1}{\sqrt[3]{2}}\right)^2$

$\Rightarrow \frac{1}{2^{2/3}}$

$\boxed{\Rightarrow 2^{2/3} : 1}$

Sol. 6

$\Rightarrow \frac{4\pi r^2}{4} + \frac{\pi r^2}{2} + \frac{\pi r^2}{2}$

$\boxed{\Rightarrow 2\pi r^2}$

Sol. 7

$\frac{2\pi r^2}{4\pi R^2} \Rightarrow \frac{16}{25}$

$\boxed{\frac{r}{R} \Rightarrow \frac{4\sqrt{2}}{5}}$

Sol. 8

$\Rightarrow \frac{4}{3}\pi (R_1^3 + R_2^3) \Rightarrow 880$

$\Rightarrow R_1^3 + R_2^3 \Rightarrow 210$

$(R_1 + R_2) [R_1^2 + R_2^2 - R_1 R_2) = 210$

$10 [(R_1 + R_2)^2 - 3R_1 R_2] \Rightarrow 210$

$(10)^2 - 3R_1 R_2 = 21$

$R_1 R_2 = \frac{79}{3}$

$\Rightarrow 26\frac{1}{3}$

Sol. 9

$\frac{r_1}{r_2} = \frac{21}{17.5}$

$\Rightarrow \frac{6}{5}$

$\frac{A_1}{A_2} = \left(\frac{6}{5}\right)^2$

$\Rightarrow 36 : 25$

Sol. 10

$\frac{2}{3}\pi r^3 = 19404$

$\Rightarrow \frac{2}{3} \times \frac{22}{7} \times r^3 = 19404$

$\Rightarrow r = 21$

$T.S.A = 3\pi r^2$

$\Rightarrow 3 \times \frac{22}{7} \times 21 \times 21$

$\Rightarrow 4158$