

MENSURATION 3D

Q) Some lead spheres of diameter 6 cm are dropped into a cylindrical beaker containing some water so that they are completely immersed. If the diameter of the beaker is 9 cm and the water level has risen by 32 cm, find the number of lead spheres dropped in the beaker.

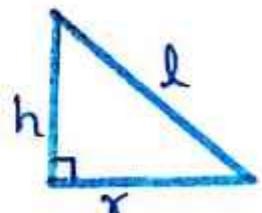
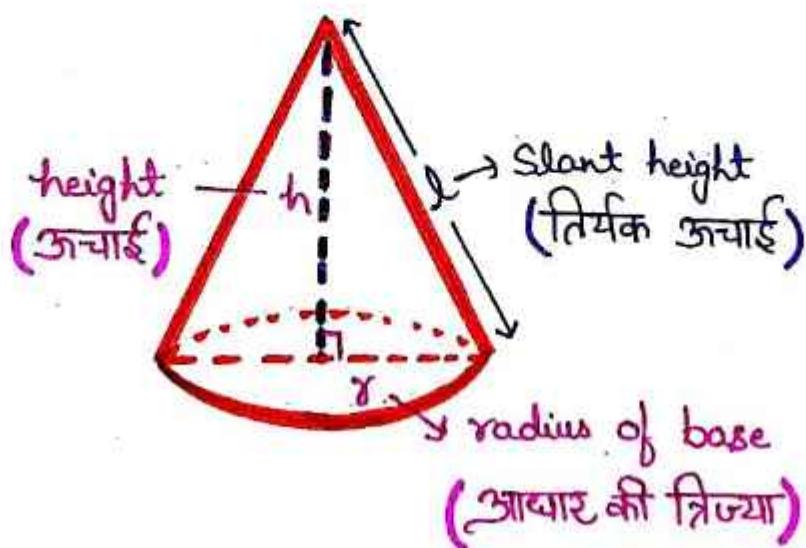
सीसे के 6 सेमी व्यास के कुछ गोले एक बेलनाकार बीकर में गिराए जाते हैं जिसमें कुछ पानी थोटा है ताकि वे पूर्णतः इब जाएँ। यदि बीकर का व्यास 9 सेमी है और जल स्तर 32 सेमी बढ़ गया है, तो बीकर में गिराए गए सीसे के गोलों की संख्या भात कीजिए।

$$\pi \left(\frac{9}{2}\right)^2 \times 32 = \frac{4}{3} \pi \left(\frac{6}{2}\right)^3 \times n$$

$$\frac{3}{4} \pi \times 32 = \frac{4}{3} \times 27 \times n$$

$$18 = n$$

TYPE - II



$$l^2 = h^2 + r^2$$

$$l = \sqrt{h^2 + r^2}$$

* VOLUME (आयतन) :-

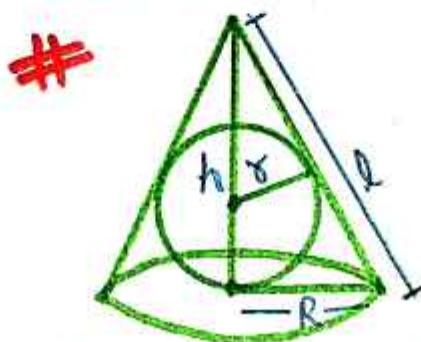
$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

* CURVED SURFACE AREA (C.S.A) (वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल) :-

$$= \pi r l$$

* TOTAL SURFACE AREA (T.S.A) (कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल) :-

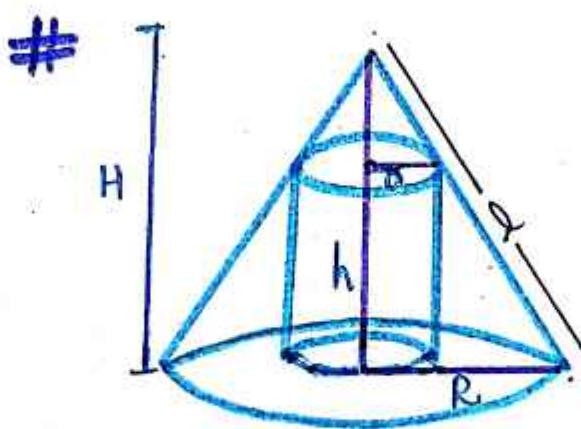
$$\begin{aligned} & \pi r l + \pi r^2 \\ & = \pi r (l + r) \end{aligned}$$



• शंकु में रखी जा सकने वाली सबसे बड़ी गेंद।

(Maximum size of ball that can be placed in a cone)

$$r = \frac{Rh}{R+l}$$

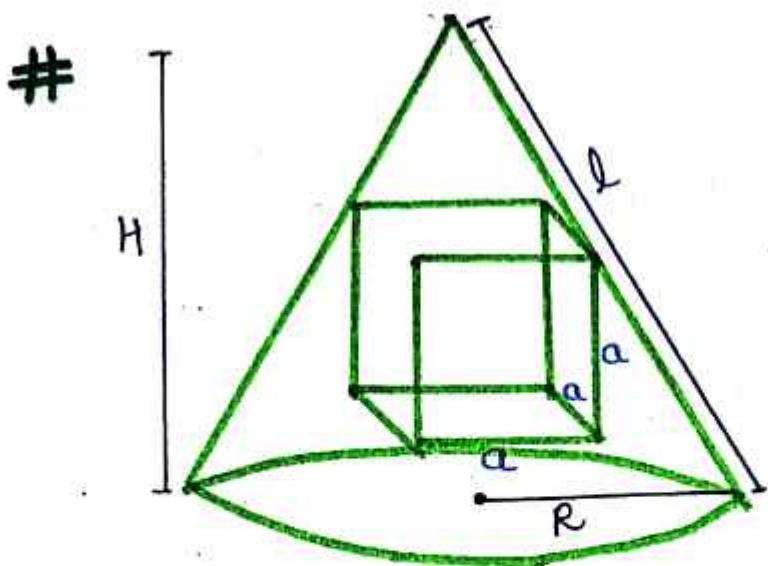


• शंकु में रखा जा सकने वाला सबसे बड़ा बेलन।

(Maximum size of cylinder that can be placed in a cone)

$$\frac{h}{H} = \frac{l-r}{R}$$

$$\Rightarrow h = \frac{(l-r)}{R} \times H$$



* शंकु में रखा जा सकने वाला सबसे बड़ा घन।

(Maximum size of cube that can be placed in a cone)

$$a = \frac{\sqrt{2rH}}{\sqrt{2r+H}}$$

- Q) The height of a cone is 15 cm and the radius of its base is 14 cm. What is the volume of the cone?

एक शंकु की ऊँचाई 15 सेमी है और इसके आधार की त्रिज्या 14 सेमी है। शंकु का आयतन कितना है?

$$h = 15$$

$$r = 14$$

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

$$\frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 14^2 \times 14 \times 15$$

$$308 \times 10$$

$$3080 \text{ cm}^3$$

- Q) What is the total surface area of a cone of base radius 6 cm and height 8 cm?

6 सेमी आधार त्रिज्या और 8 सेमी ऊँचाई वाले शंकु का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल क्या होगा?

ROJGAR WITH ANKIT

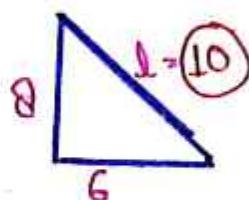
$$r=6$$

$$h=8$$

$$T.S.A = \pi r (l+r)$$

$$\frac{22}{7} \times 6 (10+6)$$

$$\frac{22}{7} \times 6 \times 16$$



$$\frac{22 \times 96}{7} = \frac{2112}{7}$$

$$301.71 \text{ cm}^2$$

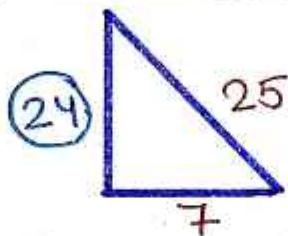
Q) The lateral surface area of a cone is 550 cm^2 . If the diameter of the cone is 14 cm, what will be its height?

एक शंकु का पार्व पृष्ठीय क्षेत्रफल 550 cm^2 है। यदि शंकु का व्यास 14 cm है, तो इसकी ऊंचाई क्या होगी ?

$$\pi r l = 550$$

$$\frac{22}{7} \times \left(\frac{14}{2}\right) \times l = 550$$

$$l = \frac{550}{22} \times 25$$



$$h=24 \text{ cm.}$$

Q) The curved surface area of a cone is 2200 cm^2 and its radius is 28 cm. What is the slant height (in cm) of the cone? (Use $\pi = 22/7$)

एक शंकु का बक्क पृष्ठीय क्षेत्रफल 2200 cm^2 है और इसकी त्रिज्या 28 cm है। इस शंकु की तिर्यक ऊंचाई (cm में) क्या है ? ($\pi=22/7$ का प्रयोग करें)।

ROJGAR WITH ANKIT

$$\pi r l = 2200$$

$$\frac{22}{7} \times \frac{4}{28} \times l = \frac{100}{2200} \times 25$$

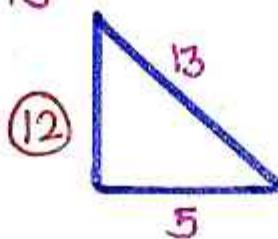
$$l = 25$$

- Q) The radius of the base of a right circular cone is 5 cm. Its slant height is 13 cm. What is its volume (in cm, rounded off to 1 decimal place)

एक लंब वृत्तीय शंकु के आधार की त्रिज्या 5 सेमी है। इसकी तिरछी ऊँचाई 13 सेमी है। इसका आयतन क्या है (सेमी² में, दशमलव के 1 स्थान तक पूर्णांकित) ? ($\pi = \frac{22}{7}$ का प्रयोग करें।)

$$r = 5$$

$$l = 13$$



$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 \times h$$

$$\frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 25 \times 12$$

$$\frac{2200}{7}$$

$$314.\underline{3}$$

- Q) The curved surface area of one cone is twice that of the other while the slant height of the latter is twice that of the former. The ratio of their radii is:

एक शंकु का वक्र पृष्ठ का फ़ेलाल दूसरे शंकु के वक्रपृष्ठ के फ़ेलाल का दोगुना है जबकि दूसरे वाले शंकु की त्रिज्या ऊँचाई पदले वाले शंकु की त्रिज्या ऊँचाई का दोगुना है। इनके त्रिज्याओं का अनुपात बताएं ?

ROJGAR WITH ANKIT

$$\begin{array}{c}
 \text{Cone}_1 \quad \text{Cone}_2 \\
 l \quad 1 : 2 \\
 r \quad r_1 : r_2 \\
 \hline
 \text{C.S.A} \quad 2 : 1
 \end{array}$$

$$\frac{\pi(r_1) \times 1}{\pi(r_2) \times 2} = \frac{2}{1}$$

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{4}{1}$$

- Q) The radius and height of a right circular cone are increased by 25%. Find the percentage increase in the volume of the cone. (rounded to 2 decimal places).

एक लंब वृत्तीय शंकु की त्रिज्या और ऊँचाई में 25% की वृद्धि की जाती है। शंकु के आयतन में प्रतिरक्षता में वृद्धि ज्ञात कीजिए। (दरामलव के 2 स्थानों तक सन्तुष्टिपूर्ण)

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

$$25\% = +\frac{1}{4}$$

$$\begin{array}{ccc}
 4 & & 5 \\
 4 & & 5 \\
 4 & & 5 \\
 \hline
 \text{Vol.} & \underbrace{\frac{64}{64}}_{+61} & \frac{125}{125}
 \end{array}$$

$$\% \text{ वृद्धि} = \frac{61}{64} \times \frac{25}{16} \times 100$$

$$95.31\%$$

- Q) The heights of two cones are in the ratio 7:5 and the ratio of their diameters is 10:21. Find the ratio of their volumes.
- दो शंकुओं की ऊँचाई 7:5 के अनुपात में है और उनके व्यास का अनुपात 10:21 है। उनके आयतनों का अनुपात ज्ञात करें। ($\pi = 22/7$ का प्रयोग करें।)

ROJGAR WITH ANKIT

$$\begin{array}{rcl}
 h & = & 5 \\
 D/r & = & 10 : 21 \\
 \hline
 V & = & 10^2 \times 7 : 21^2 \times 5 \\
 \frac{1}{3}\pi r^2 h & = & 700 : 441 \times 5 \\
 \cancel{100} & = & 63 \\
 20 & & \\
 & & 20 : 63
 \end{array}$$

- Q) The radius of the base of a conical tent is 20 feet and the slant height of the cone is 35 feet. Find the area (in square feet) of canvas required to make this tent. Ignore canvas wastage.

एक शंकुकार तंबू के आधार की त्रिज्या 20 फुट है और शंकु की तिर्यक ऊँचाई 35 फुट है। इस तंबू को बनाने के लिए जितने कैनवास की जरूरत है उसका घोपफल (वर्ग फुट में) ज्ञात कीजिए। कैनवास के उपयोग पर ध्यान न दें। ($\pi = \frac{22}{7}$ का प्रयोग करें।)

$$r = 20$$

$$l = 35$$

$$\begin{aligned}
 \pi r l &= 22 \times 20 \times 35 \\
 \frac{22}{7} \times 20 \times 35 &= 22 \times 100 \\
 &= 2200
 \end{aligned}$$

- Q) A cone-shaped tent made from canvas. The radius of the tent is 7 units and a total of 308 units^{square} of canvas has been used in making it. What is the volume of the tent in cubic? (Use $\pi = 22/7$)

एक शंकु के आकार का तंबू कैनवास से बनाया गया है। तंबू की त्रिज्या 7 इकाई है और इसे बनाने में कुल 308 इकाई कैनवास का उपयोग किया गया है। ऐसे इकाई में तंबू का आयतन क्या है? ($\pi = 22/7$ का प्रयोग करें।)

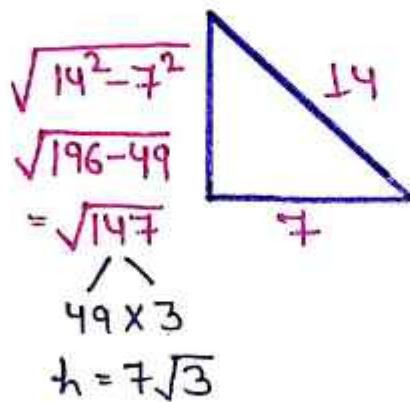
ROJGAR WITH ANKIT

$$r = 7$$

$$\pi r l = 308$$

$$\frac{22}{7} \times 7 \times l = 308$$

$$l = 14$$



$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

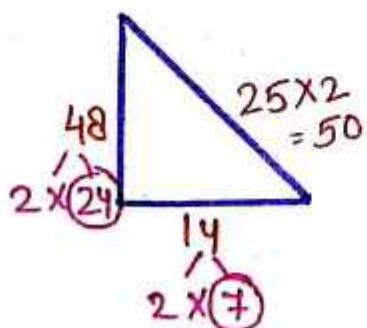
$$\frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times 7\sqrt{3}$$

$$\frac{154 \times 7\sqrt{3}}{3} = \frac{1078\sqrt{3}}{3}$$

$$\frac{1078}{\sqrt{3}}$$

- Q) A conical tent of canvas is to be made whose radius of the base is 14m and its height is 48m. How many metres of canvas will be required, if the width of the canvas is 8m?
- कैनवास का एक शंकाकार तम्बू बनाया जाना है जिसके आधार की त्रिज्या 14 मीटर है और इसकी ऊँचाई 48 मीटर है। यदि कैनवास की चौड़ाई 8 मीटर है, तो कितने मीटर कैनवास की आवश्यकता होगी।

Cone का C.S.A = Area of Rectangular Sheet



ROJGAR WITH ANKIT

$$\pi(14) \times 50 = 1 \times 8$$

$$\frac{1120}{7} \times 14 \times 50 = 1 \times 8 - 42$$

$$l = 11 \times 25$$

$$275$$

Q) A conical tent has to accommodate 25 persons. Each person must have 4m^2 of space on the ground and 80m^3 of air to breathe. Find the height of the tent.

एक शंकाकार टेंट में 25 व्यक्तियों को बैठाना है। प्रत्येक व्यक्ति को 4m^2 जगह और सास लेने के लिए 80m^3 छवा चाहिए। टेंट की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।



$$\text{आधार का क्षेत्रफल} = 100\text{m}^2$$

$$\pi r^2 = 100$$

$$\text{आयतन} = 2000\text{m}^3$$

$$\frac{1}{3} \pi r^2 \times h = 2000$$

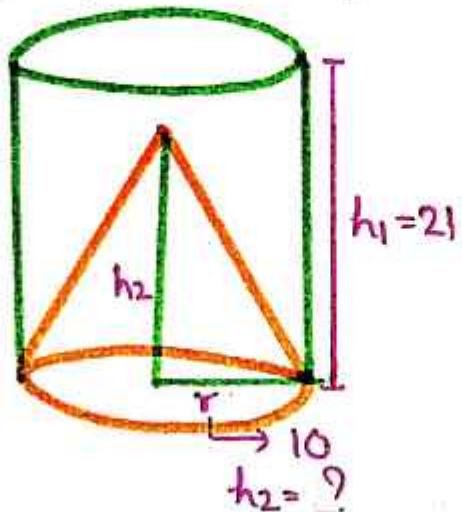
$$\frac{1}{3} \times 100 \times h = 2000$$

$$h = 60\text{m}$$

Q) From a right circular cylinder of radius 10 cm and height 21 cm a right circular cone of same base radius is removed. If the volume of the remaining portion is 4400cm^3 , then the height of the removed cone is:

ROJGAR WITH ANKIT

किसी 10 सेमी. त्रिज्या तथा 21 सेमी. ऊँचाई वाले बेलन से उसी त्रिज्या का एक शंकु काटा जाता है। यदि बचे भाग का आयतन 4400 सेमी³ हो, तब शंकु की ऊँचाई ज्ञात करें।



$$\text{Vol. of Cone} = \text{Vol. of cylinder} - 4400$$

$$\pi(10)^2 \times 21 - 4400$$

$$\frac{22}{7} \times 100 \times 21^3$$

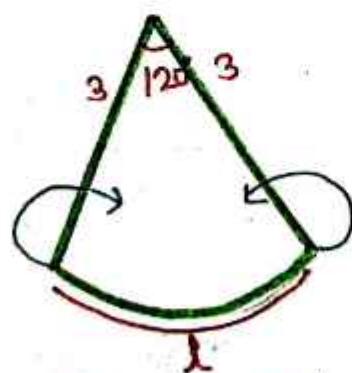
$$6600 - 4400$$

$$\frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 100 \times h = 2200 + 100$$

$$h = 21 \text{ cm}$$

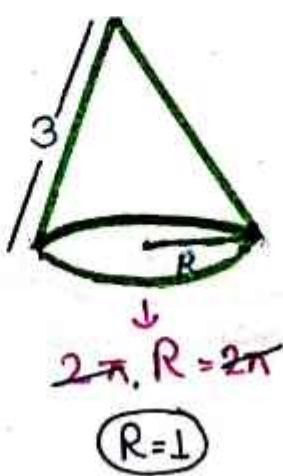
- Q) A sector of circle of radius 3 cm has an angle of 120° . If it is modulated into a cone. Find the volume of the cone.

उसमी. त्रिज्या वाले किसी वृत्त के वृत्तखण्ड का कोण 120° है। अगर इससे शंकु बनाया जाये तो शंकु का आयतन ज्ञात करें।



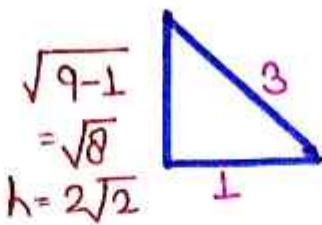
$$l = \frac{120}{360} \times 2 \times \pi \times 3$$

$$l = 2\pi$$



$$(R = 1)$$

ROJGAR WITH ANKIT



$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 \times h$$

$$\frac{1}{3}\pi (1)^2 \times 2\sqrt{2}$$

$$\frac{2\sqrt{2}\pi}{3} \text{ cm}^3$$

Q) A cone of radius 4cm and height 3cm is filled with water. If the entire water of the cone is poured into a cylinder of radius 2cm, then how much will the level of water rise in the cylinder?

4 सेमी त्रिज्या और 3 सेमी ऊँचाई वाला एक शंकु पानी से भरा हुआ है। यदि शंकु के पूरे पानी को 2 सेमी त्रिज्या वाले बेलन में डाला जाता है, तब बेलन में पानी का स्तर कितना बढ़ेगा।

$$\frac{1}{3}\pi (4)^2 \times 3 = \pi (2)^2 \times h$$

$$4 \cancel{\times 6} = 4 \times h$$

$$h = 4 \text{ cm}$$

1. The height of a cone is 15 cm and the radius of its base is 14 cm. What is the volume of the cone?

एक शंकु की ऊँचाई 15 सेमी है और इसके आधार की त्रिज्या 14 सेमी है। शंकु का आयतन कितना है?

- (a) 3420 cm^3
- (b) 3080 cm^3
- (c) 2860 cm^3
- (d) 3240 cm^3

2. The height of a cone is 24 cm and the radius of its base is 10.5 cm. What is the volume of the cone ?

एक शंकु की ऊँचाई 24 सेमी है और इसके आधार की त्रिज्या 10.5 सेमी है। शंकु का आयतन कितना है ?

- (a) 2546 cm^3
- (b) 2772 cm^3
- (c) 2984 cm^3
- (d) 2398 cm^3

3. A pile of sand is in the shape of a right circular cone. Its slant height is 10 feet and base diameter is 16 feet.

Find the volume of pile of sand?

रेत का ढेर एक लम्ब वृत्तीय शंकु के आकार का है। इसकी तिर्यक ऊँचाई 10 फुट और आधार व्यास 16 फुट है। ढेर बनाने वाली रेत का आयतन ज्ञात कीजिए। मान लीजिए $\pi = 3.14$.

- (a) 401.92 ft^3
- (b) 301.96 ft^3
- (c) 423.89 ft^3
- (d) 441.72 ft^3

4. If the area of the base of a cone is increased then it becomes 1.96 times

of original area. If the volume is increased by:

यदि किसी शंकु के आधार का क्षेत्रफल बढ़ाया जाता है तो यह मूल क्षेत्रफल का 1.96 गुना हो जाता है। यदि आयतन में....की वृद्धि होती है ?

- (a) 40%
- (b) 96%
- (c) 141%
- (d) 100%

5. The curved surface area of a cone is $25\sqrt{2}\pi \text{ cm}^2$. If the height of the cone is equal to the radius of its base, then what is the volume (in cm^3) of the cone? (use $r = 22 / 7$) correct it to two decimal places.

एक शंकु का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल $25\sqrt{2}\pi \text{ cm}^2$ है। यदि शंकु की ऊँचाई उसके आधार की त्रिज्या के बराबर है, तो शंकु का आयतन क्या है?

- (a) 140
- (b) 132.75
- (c) 130.95
- (d) 124.85

6. Height of a right circular cone is 28 cm. If diameter of its base is 42 cm, then what will be the curved surface area of the cone?

एक लम्ब वृत्तीय शंकु की ऊँचाई 28 सेमी है। यदि इसके आधार का व्यास 42 सेमी है, तो शंकु का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल कितना होगा?

- (a) 4620 cm^2
- (b) 170 cm^2
- (c) 2310 cm^2
- (d) 1540 cm^2

7. Height of a right circular cone is 8 cm. If diameter of its base is 12 cm, then what will be the curved surface area of the cone?

एक लंब वृत्तीय शंकु की ऊँचाई 8 सेमी है यदि उसके आधार का व्यास 12 सेमी है, तो शंकु का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल कितना होगा?

- (a) $1056/7 \text{ cm}^2$
- (b) $1320/7 \text{ cm}^2$
- (c) $1440/7 \text{ cm}^2$
- (d) $2112 / 7 \text{ cm}^2$

8. What is the total surface area of a cone of radius 24 cm and height 10 cm?

24 सेमी त्रिज्या और 10 सेमी ऊँचाई वाले शंकु का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल कितना है ?
(SSC (a) 3924.61 cm^2

- (b) 3279.76 cm^2
- (c) 4261.23 cm^2
- (d) 3771.43 cm^2

9. The radius of a cone is 5 cm and its slant height is 16 cm. Its total surface area (in cm^2)

एक शंकु की त्रिज्या 5 cm है और इसकी तिर्यक ऊँचाई 16 cm है। इसका कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल (cm^2 में) _____ होगा।

- (a) 320
- (b) 330
- (c) 310
- (d) 300

10. The curved surface area of a cone is 550 cm^2 . If the area of its base is 154 cm^2 , then what will be the volume of the cone?

एक शंकु का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल 550 सेमी² है। यदि इसके आधार का क्षेत्रफल 154 सेमी² है, तो शंकु का आयतन क्या होगा ?

- (a) 2464 cm^3
- (b) 1836 cm^3
- (c) 1232 cm^3
- (d) 1472 cm^3

ANSWER SHEET

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
B	B	A	A	C	C	B	D	B	C

Sol. 1

$$h = 15 \\ r = 14 \\ \text{आयतन} = \frac{1}{3} \pi r^2 h \\ \Rightarrow \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 14 \times 14 \times 15 \\ \boxed{\Rightarrow 3080 \text{ cm}^3}$$

Sol. 2

$$\text{आयतन} = \frac{1}{3} \pi r^2 h \\ \Rightarrow \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 10.5 \times 10.5 \times 24 \\ \boxed{\Rightarrow 2772}$$

Sol. 3

$$l = 10 \\ D = 16 \\ r = \frac{16}{2} = 8 \\ h = \sqrt{l^2 - r^2} \\ \Rightarrow \sqrt{(10)^2 - (8)^2} = 6$$

$$\text{आयतन} = \frac{1}{3} \times 8 \times 8 \times 6 \times 3.14 \\ \boxed{\Rightarrow 401.92 \text{ cm}^3}$$

Sol. 4

$$50 \quad 100 : 196$$

$$r \quad 10 : 14$$

$$\text{आयतन} = \left(\frac{1}{3} \pi \times 100 \times 5 \right) : \left(\frac{1}{3} \pi \times 196 \times 4 \right) \\ 100 : 196$$

$$\frac{96}{100} \times 100 \\ \boxed{\Rightarrow 96\%}$$

Sol. 5

$$\text{आयतन का } 60^\circ \Rightarrow \pi r l \\ \Rightarrow \pi r l = 25 \sqrt{2} \pi \\ \ell^2 = r^2 + r^2 \\ \Rightarrow 2r^2 \\ l = \sqrt{2} r \\ r^2 = 25 \\ r = 5 \Rightarrow h$$

$$\text{आयतन} \Rightarrow \frac{1}{3} \pi r^2 h \\ \Rightarrow \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 5 \times 5 \times 5 \\ \boxed{\Rightarrow 130.95}$$

Sol. 6

$$l = \sqrt{h^2 + r^2} \\ l = \sqrt{(28)^2 + (21)^2} \\ l = \sqrt{784 + 144} = \sqrt{928} \\ l = 35 \\ \text{आयतन } 60^\circ = \pi r l \\ \Rightarrow \frac{22}{7} \times 21 \times 35 \\ \boxed{\Rightarrow 2310}$$

Sol. 7

$$\text{त्रिकोणीय क्षेत्रफल} \Rightarrow \sqrt{h^2 + r^2}$$

$$\Rightarrow \sqrt{8^2 + 6^2} = \sqrt{100}$$

$$l \Rightarrow 10$$

$$\text{वर्षायामी का } 75^\circ \Rightarrow \frac{22}{7} \times 6 \times 10$$

$$\boxed{\Rightarrow \frac{1320}{7}}$$

Sol. 8

$$l = \sqrt{h^2 + r^2}$$

$$\Rightarrow \sqrt{576 + 100}$$

$$l = 26$$

दूसरे का त्रिकोणीय क्षेत्रफल

$$\Rightarrow \pi r(l+r)$$

$$\Rightarrow \frac{22}{7} \times 24(26+24)$$

$$\Rightarrow \frac{22}{7} \times 24 \times 50$$

$$\boxed{\Rightarrow 3771.43}$$

Sol. 9

$$\text{त्रिकोणीय क्षेत्रफल} \Rightarrow \pi r(r+l)$$

$$\Rightarrow \frac{22}{7} \times 5(5+16)$$

$$\Rightarrow \frac{22}{7} \times 5 \times 21$$

$$\boxed{\Rightarrow 330}$$

Sol. 10

$$\text{वर्षायामी का } 75^\circ \Rightarrow \pi r^2 = 154$$

$$\boxed{r = 7}$$

$$\text{वर्षायामी } 75^\circ \Rightarrow \pi r l = 550$$

$$\frac{22}{7} \times 7 \times l = 550$$

$$\boxed{l = 25}$$

$$l = \sqrt{h^2 + r^2}$$

$$(25)^2 \Rightarrow h^2 + r^2$$

$$625 = h^2 + 49$$

$$h^2 = 576$$

$$\boxed{h = 24}$$

$$\text{वर्षायामी} \Rightarrow \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 7 \times 24$$

$$\boxed{\Rightarrow 1332}$$