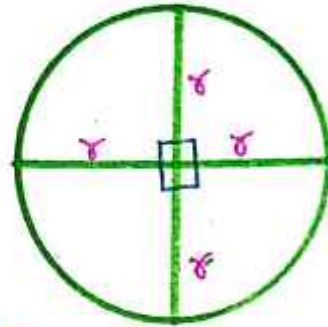
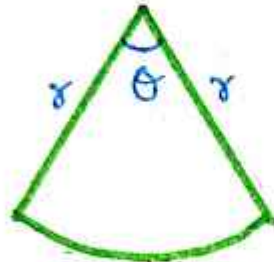


MENSURATION

SECTOR (त्रिज्याखण्ड)

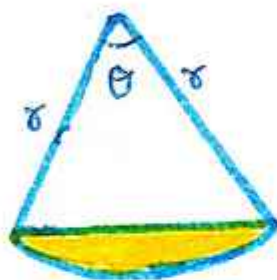


Length of arc
चाप की लम्बाई

* AREA OF SECTOR
(त्रिज्याखण्ड का क्षेत्रफल) $\Rightarrow \frac{\theta}{360} \times \pi r^2$

* LENGTH OF ARC
(चाप की लम्बाई) $\Rightarrow \frac{\theta}{360} \times 2\pi r$

* PERIMETER $\Rightarrow \frac{\theta}{360} \times 2\pi r + 2r$
(परिमाप)

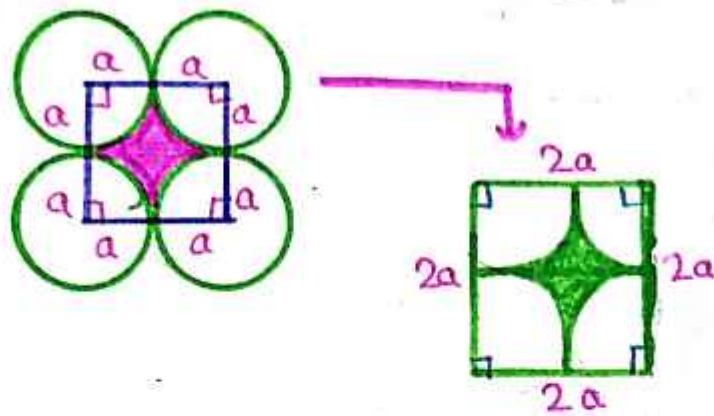


किसी त्रिभुज की दो भुजाएँ दे रखी हों और उनके बीच का Angle θ हो तो Area होता है। $Area = \frac{1}{2} r^2 \sin \theta$

$$Area \text{ of Segment} = \frac{\theta}{360} \pi r^2 - \frac{1}{2} r^2 \sin \theta$$

Q) Four equal circles each of radius 'a' units touch one another. The area enclosed between them ($\pi = \frac{22}{7}$). In square units is -

-चार वृत्त, जिनमें प्रत्येक की त्रिज्या a इकाई है एक दूसरे को स्पर्श करते हैं। उनके द्वारा घेरे गया क्षेत्रफल (वर्ग इकाई में) क्या है?



Area of shaded region = area of square - area of 4 sectors
 छायांकित भाग का क्षेत्रफल = वर्ग का Area - 4 त्रिज्याखण्ड का Area

$$(2a)^2 - 4 \times \frac{90}{360} \times \pi (a)^2$$

$$4a^2 - 4 \times \frac{1}{4} \pi (a^2)$$

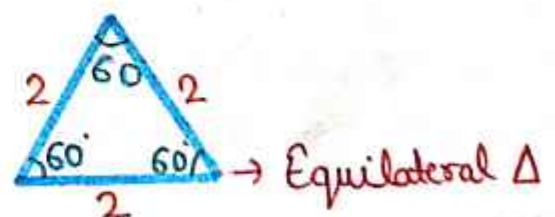
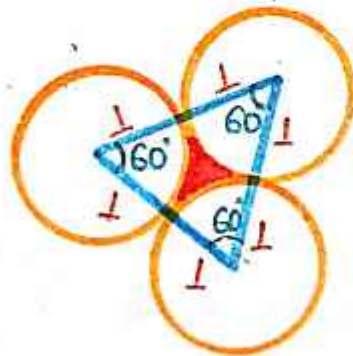
$$4a^2 - \pi a^2$$

$$a^2 \left(4 - \frac{22}{7}\right)$$

$$a^2 \times \frac{6}{7}$$

Q) Three coins of the same size (radius 1 cm) are placed on a table such that each of them touches the other two. The area enclosed by the coins is:

1 सेमी त्रिज्या वाले 3 बराबर सिक्के एक-दूसरे को स्पर्श करते हुए मेज पर रखे हैं। सिक्कों द्वारा घिरा क्षेत्रफल ज्ञात करें।



Area of shaded region = Area of triangle - Area of 3 sectors

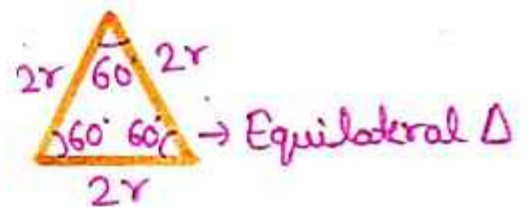
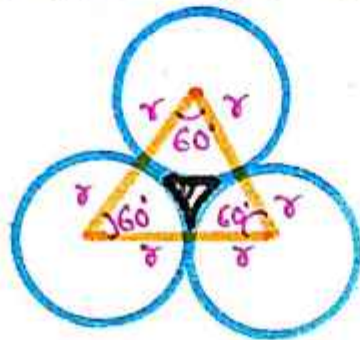
छायांकित भाग का क्षेत्रफल = त्रिभुज का Area - 3 त्रिज्याखण्ड का Area

$$\frac{\sqrt{3}}{4}(2)^2 - 3 \times \frac{60^\circ}{360} \times \pi (1)^2$$

$$\left(\sqrt{3} - \frac{\pi}{2}\right)$$

Q) Three circles of equal radius 'r' cm touch each other. Find the perimeter of untouch portion.

'r' सेमी. त्रिज्या वाले तीन वृत्त एक दूसरे को बाह्य रूप में स्पर्श करते हैं। तो छायांकित भाग का परिमाण बताओ।



Perimeter = length of arc of three sectors

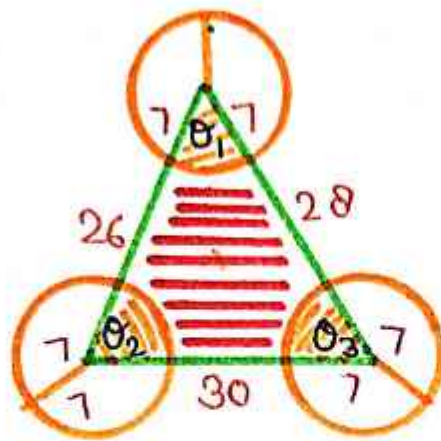
परिमाण = तीनों त्रिज्याखण्ड की चाप की लम्बाई

$$3 \times \frac{\theta}{360} \times 2\pi r$$

$$3 \times \frac{60}{360} \times 2 \times \pi (r)$$

Q) At each corner of a triangular field of sides 26m, 28m and 30m, a cow is tethered by a rope of length 7m, the area (in m²) ungrazed by the cows is:

किसी त्रिभुजनुमा क्षेत्र की भुजाएँ 26 मीटर, 28 मीटर, तथा 30 मीटर हैं। प्रत्येक शीर्ष पर 7 मी. लम्बी रस्सी द्वारा गायों को बाँध्या गया। गायों द्वारा बिना चरा हुआ भाग का क्षेत्रफल ज्ञात करें।



बिना चरा हुआ भाग = Area of triangle - Area of three sector
(Ungrazed Area)

$$P = 26 + 28 + 30$$

$$84$$

$$S = \frac{84}{2} = 42$$

$$A = \sqrt{42 \times 16 \times 14 \times 12}$$

$$\begin{matrix} \wedge & \wedge & \wedge \\ 6 \times 7 & 7 \times 2 & 6 \times 2 \end{matrix}$$

$$6 \times 7 \times 2 \times 4$$

$$84 \times 4 = 336$$

$$\frac{\theta_1}{360} \times \pi (7)^2 + \frac{\theta_2}{360} \times \pi (7)^2 + \frac{\theta_3}{360} \times \pi (7)^2$$

$$\pi (7)^2 \left(\frac{\theta_1 + \theta_2 + \theta_3}{360} \right)$$

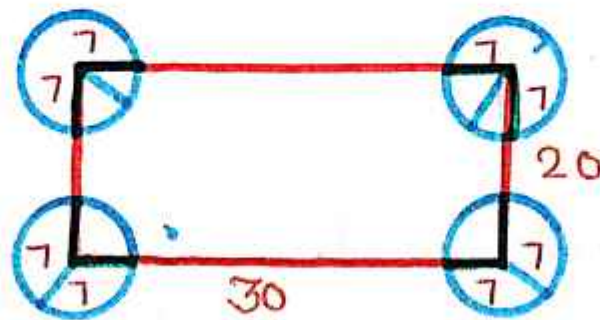
$$\frac{126}{7} \times 7^2 \left(\frac{180}{360} \right) = 77$$

$$336 - 77$$

$$259$$

Q) Four cows are tied at the 4 corners (one at each corner) of a rectangular field of length 30m and width 20m. The length of the rope is 7m. What is the area of the field that the cows cannot graze? (Use $\pi = \frac{22}{7}$)

30 मीटर लंबाई और 20 मीटर चौड़ाई वाले एक आयताकार मैदान के 4 कोनों (प्रत्येक कोने पर एक) पर चार गाय बंधी हुई हैं। रस्सी की लंबाई 7 मीटर है। खेत का वह क्षेत्रफल कितना है, जिसे गाय नहीं चर सकती हैं? ($\pi = 22/7$ का प्रयोग कीजिए)



वह क्षेत्र जिसे गाय चर नहीं सकती = आयत का Area - 4 त्रिज्याखण्ड का Area

Ungrazed Area = Area of Rectangle - Area of 4 sectors

$$30 \times 20 - 4 \times \frac{90}{360} \times \pi (7)^2$$

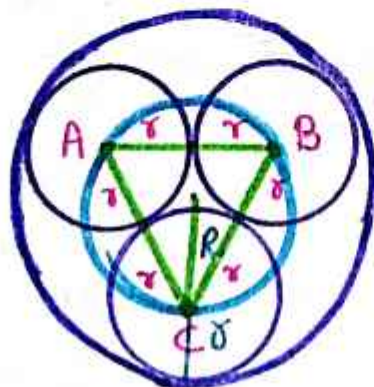
$$600 - 4 \times \frac{1}{4} \times \frac{22}{7} \times 7^2$$

$$600 - 154$$

$$446 \text{ m}^2$$

Q) Three circles of equal radius 'r' cm touch each other. Find the radius of circumcircle.

"r" सेमी. त्रिज्या वाले तीन वृत्त एक-दूसरे को बाह्य रूप में स्पर्श करते हैं। तो बाह्य वृत्त की त्रिज्या बताओ?



समबाहु त्रिभुज के परिवृत्त की त्रिज्या

$$R = \frac{2r}{\sqrt{3}}$$

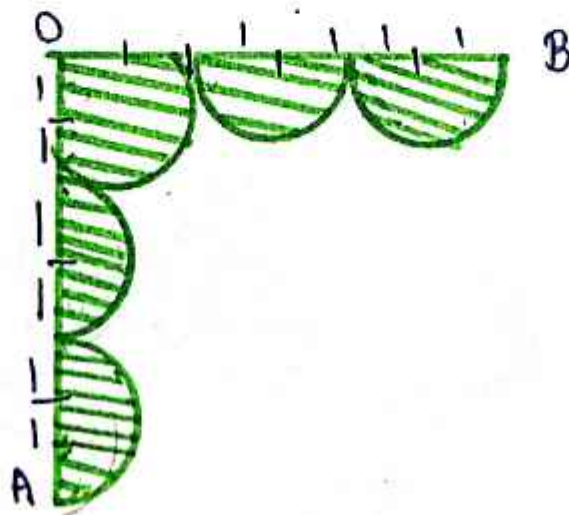
बड़े वृत्त की त्रिज्या = $\frac{2r}{\sqrt{3}} + r$

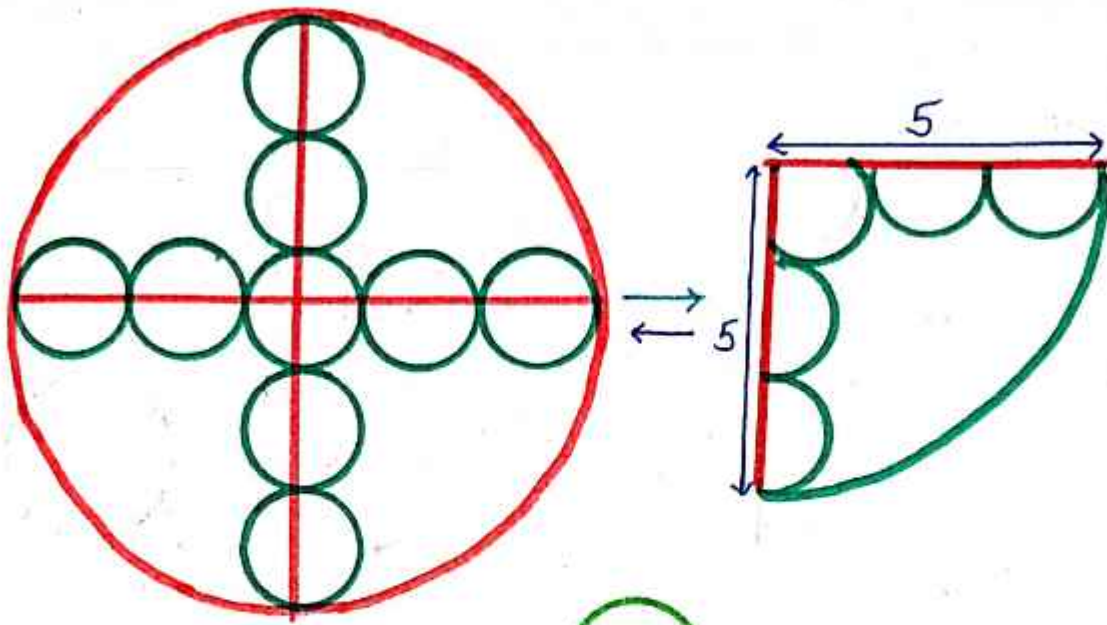
$$r \left(\frac{2+\sqrt{3}}{\sqrt{3}} \right) \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

$$\frac{r(2\sqrt{3}+3)}{3}$$

Q) A circular paper is folded along its diameter, then again it is folded to form a quadrant. Then it is cut as shown in the figure, after it the paper was reopened in the original circular shape. Find the ratio of the original paper to that of the remaining paper? (The shaded portion is cut off from the quadrant. The radius of quadrant OAB is 5 cm and radius of each semicircle is 1 cm):

एक वृत्ताकार कागज को इसके व्यास के अनुदिश मोड़ा जाता है। ताकि वृत्त का चतुर्थ भाग बनाया जा सके। तब इसे चित्र में दिखाए गए तरीके से मोड़ा जाता है। इसके बाद इस कागज को इसके मूल कागज तथा शेष कागज के बीच का अनुपात बताएं। (वृत्त के चतुर्थ भाग से छायांकित भाग को काट कर अलग किया जाता है। वृत्त के चतुर्थ भाग OAB की त्रिज्या की लम्बाई 5 सेमी. है और प्रत्येक अर्धवृत्त की त्रिज्या 1 सेमी. है।)





बड़े वृत्त

$$r = 5$$

$$\pi r^2 = \pi (5)^2$$

$$= 25\pi$$

एक वृत्त का Area

$$= \pi (1)^2 = \pi$$

$$9 \text{ वृत्त का Area} = 9\pi$$

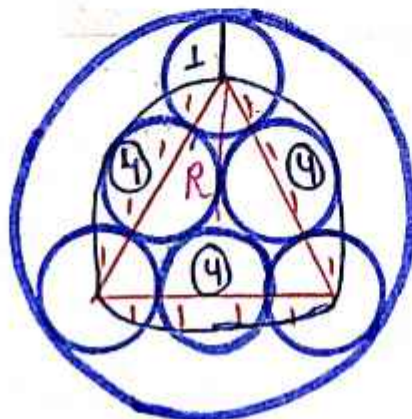
$$\text{शेष भाग का Area} = 25\pi - 9\pi = 16\pi$$

$$25\pi : 16\pi$$

$$25 : 16$$

Q) Each of the 6 circles has the same ^{unit} radius. These 6 circles are inside another bigger circle. All the smaller circles touch each other. What is the circumference of the bigger circle?

6 वृत्त में से प्रत्येक की इकाई त्रिज्या समान है। ये 6 वृत्त एक अन्य बड़े वृत्त के अंदर हैं। सभी छोटे वृत्त एक-दूसरे को स्पर्श करते हैं। बड़े वृत्त की परिधि बताएं।



समबाहु त्रिभुज के परिवृत्त की त्रिज्या

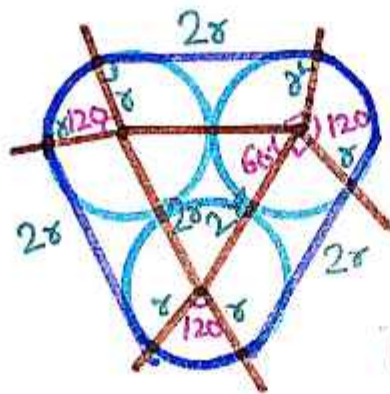
$$= \frac{4}{\sqrt{3}}$$

बड़े वृत्त की त्रिज्या = $\left(\frac{4}{\sqrt{3}} + 1\right)$

Perimeter = $2\pi r$

$$2 \times \pi \left(\frac{4 + \sqrt{3}}{\sqrt{3}} \right)$$

LENGTH OF BAND
रस्सी की लम्बाई



$$2r + 2r + 2r = 6r$$

Length of arc of 3 sector
तीनों त्रिज्याखण्ड की चाप की लम्बाई

$$3 \times \frac{120}{360} \times 2\pi r = 2\pi r$$

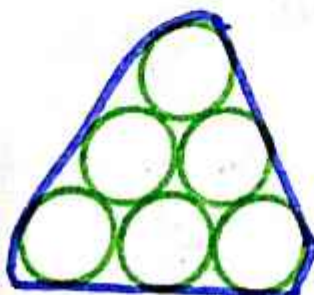
Length of Band = $6r + 2\pi r$

$$\downarrow$$

$$3 \times 2r$$

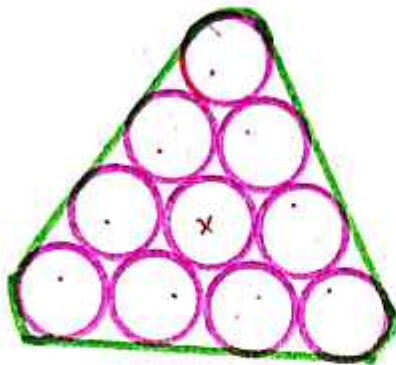
$3D + 2\pi r$

\downarrow
 $D = \text{ व्यास }$



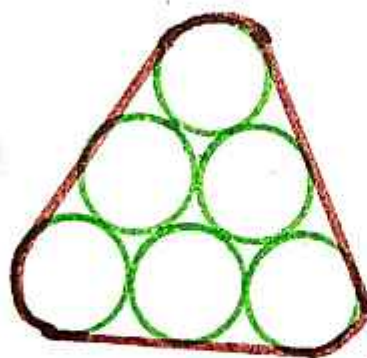
Length of Band = $6D + 2\pi r$

जितने Circle को Band touch करेगा उतने Circle के D बनने हैं।



$$L = 9D + 2\pi r$$

- Q) There are six circular rings of iron, kept close to each other. A string binds them as tightly as possible. If the radius of each circular iron ring is 1cm. What is the minimum possible length of string required to bind them?
 लोहे के वृत्ताकार वलय एक-दूसरे से सटाकर रखे गए हैं। एक तार द्वारा इन वलयों को जितना संभव हो उतना कस कर बाँधा जाता है। यदि प्रत्येक लोहे के वलय की त्रिज्या 1 सेमी हो तो इन वलयों को बाँधने के लिए कम से कम कितने लम्बे तार की आवश्यकता होगी?



$$r = 1$$

$$D = 2$$

$$\begin{aligned} \text{Length of band} &= 6D + 2\pi r \\ &= 6 \times 2 + 2 \times \pi \times 1 \\ &= 12 + 2\pi \\ &= 2(6 + \pi) \end{aligned}$$

1. The circumference of a circle is ' $a\pi$ ' units and the area of the circle is ' $b\pi$ ' square units. If $a : b = 4 : 5$, then the radius of the circle is .

एक वृत्त की परिधि ' $a\pi$ ' इकाई है और वृत्त का क्षेत्रफल ' $b\pi$ ' वर्ग इकाई है। यदि $a : b = 4 : 5$ है, तो वृत्त की त्रिज्या है।

- (a) 3 cm
- (b) 2.5 cm
- (c) 5cm
- (d) 2 cm

2. A circle circumscribes a rectangle whose sides are in the ratio 4:3. If the perimeter of the rectangle is 56 cm, then what is the area (in sq cm) of the circle?

एक वृत्त, एक आयत को घेरे हुए है जिसकी भुजाएँ 4: 3 में हैं। यदि आयत की परिधि 56 सेमी है, तो वृत्त का क्षेत्रफल (वर्ग सेमी) क्या है?

- (a) 70π
- (b) 96π
- (c) 90π
- (d) 100π

3. The area of a triangle is 15 sq cm and the radius of its incircle is 3 cm. What is its circumference?

एक त्रिभुज का क्षेत्रफल 15 वर्ग सेमी है और इसके अन्तःवृत्त की त्रिज्या 3 सेमी है। इसकी परिधि कितनी है?

- (a) 12 cm
- (b) 20 cm
- (c) 5 cm
- (d) 10 cm

4. The difference between the areas of two concentric circles is 264 cm^2 . What is the difference between the square of their radii?

दो संकेन्द्रित वृत्तों के क्षेत्रफलों के बीच का अंतर 264 cm^2 है। उनकी त्रिज्या के वर्ग के बीच का अंतर क्या है?

- (a) 70 cm^2
- (b) 140 cm^2
- (c) 84 cm^2
- (d) 64 cm^2

5. A small circle touches a larger circle internally and also passes through the centre 'O' of the larger circle. If the area of the smaller circle is 192 cm^2 , find the area (in cm^2) of the larger circle.

एक छोटा वृत्त एक बड़े वृत्त को आंतरिक रूप से स्पर्श करता है और बड़े वृत्त के केंद्र 'O' से भी गुजरता है। यदि छोटे वृत्त का क्षेत्रफल 192 cm^2 है, तो बड़े वृत्त का क्षेत्रफल (cm^2 में) ज्ञात कीजिए।

- (a) 768
- (b) 384
- (c) 1024
- (d) 720

6. The diameter of a circle is $\frac{7}{4}$ times the base of a triangle, and the height of the triangle is 14 cm. If the area of the triangle is 56 cm^2 , then what is the circumference (in metres) of the circle (using $\pi = \frac{22}{7}$)

एक वृत्त का व्यास त्रिभुज के आधार का $\frac{7}{4}$ गुना है, और त्रिभुज की ऊँचाई 14 सेमी है। यदि त्रिभुज का क्षेत्रफल 56 cm^2 है, तो वृत्त की परिधि (मीटर में) क्या है (उपयोग $\pi = \frac{22}{7}$)

- (a) 0.44m
- (b) 2.46m
- (c) 0.48m
- (d) 1.74 m

7. A circle circumscribes a rectangle of sides 24 cm and 7 cm. Find the area of the circle. ($\pi = 3.14$)

एक वृत्त 24 cm और 7 cm भुजा वाले आयत के परिगत है। वृत्त का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। ($\pi=3.14$)

- (a) 490.625 cm²
- (b) 420.545 cm²
- (c) 397.982 cm²
- (d) 478.967 cm²

ANSWER SHEET

1	2	3	4	5	6	7
B	D	D	C	A	A	A

Sol. 1

परिधि $\Rightarrow a + b$

$2 \times r = a + b$

$a = 2r$

हीन $\Rightarrow b + r = r^2$

$b = r^2$

$a : b$

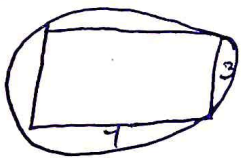
$2r : r^2$

$\frac{1}{2} (4 : 5) \frac{1}{2} \Rightarrow$

$r = 2.5$

Sol. 2

$4x : 3x$



$2(4x + 3x) = 56$

$x = 4$

$16, 12$

विकर्ण $= \sqrt{(16)^2 + (12)^2}$

$\Rightarrow 20$

वृत्त की त्रिज्या $= \frac{20}{2} \Rightarrow 10$

हीन $\Rightarrow \pi r^2$

$\Rightarrow \pi 100$
 $\Rightarrow 100\pi$

Sol. 3

अंतः त्रिज्या $= \frac{R}{5}$

$R \Rightarrow$ अर्धपरिमाण $\Rightarrow 3 = \frac{15}{5}$

$\Rightarrow R = 5$

परिमाण $= 2 \times 5$
 $\Rightarrow 10$

Sol. 4

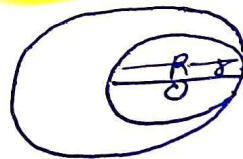
अन्तर $\Rightarrow 264$

$\pi R^2 - \pi r^2 = 264$

$\pi(R^2 - r^2) = 264$

$\frac{22}{7} (R^2 - r^2) = 264$
 $R^2 - r^2 = 84$

Sol. 5



दोनों वृत्तों का हीन $\Rightarrow 192$

$\pi r^2 = 192$

$\pi \times \left(\frac{R}{2}\right)^2 = 192$

$\pi R^2 = 192 \times 4$

$\pi R^2 = 768$

Sol. 6

$$\text{चरम} \Rightarrow 7x$$

$$\Delta \text{ का आधार} = 4x$$

$$\Delta \text{ का क्षेत्र} \Rightarrow \frac{1}{2} \times b \times h$$

$$56 = \frac{1}{2} \times 4x \times 14$$

$$\boxed{x = 2}$$

$$\text{चरम} \Rightarrow 7x \Rightarrow 7 \times 2 \Rightarrow 14$$

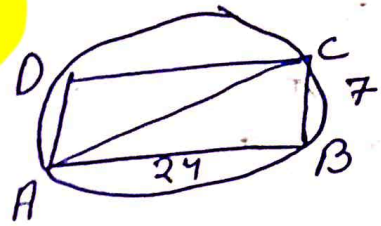
$$\text{त्रिज्या} \Rightarrow 7$$

$$\text{परिधि} \Rightarrow 2 \times \frac{22}{7} \times 7$$

$$\Rightarrow 44 \text{ cm}$$

$$\text{या } \boxed{\Rightarrow .44 \text{ m}}$$

Sol. 7



$$AC = \sqrt{24^2 + 7^2}$$

$$\Rightarrow \sqrt{576 + 49}$$

$$\Rightarrow 25$$

$$\text{त्रिज्या} \Rightarrow \frac{25}{2}$$

$$\text{क्षेत्र का क्षेत्र} \Rightarrow 3.14 \times \frac{25}{2} \times \frac{25}{2}$$

$$\boxed{\Rightarrow 490.625}$$