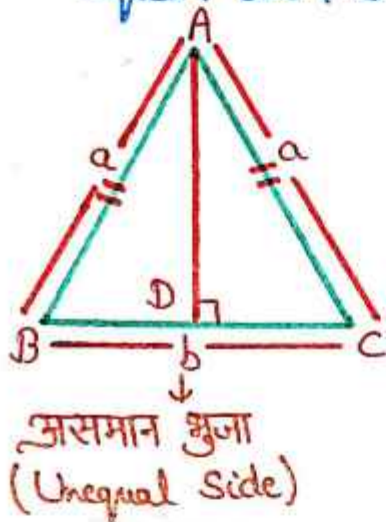


MENSURATION

TYPE - III समद्विबाहु त्रिभुज

ISOSCELES TRIANGLE

- सम + द्वि + बाहु
Equal + two + Sides



→ Median / माध्यिका
(AD) = त्रिभुज की ऊँचाई

$$BD = DC$$

AD divides BC into two equal halves

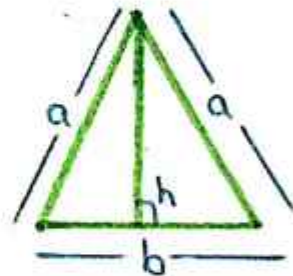
(AD, BC को दो बराबर हिस्सों में बाँटती है।)

* परिमाप (Perimeter) (P) $\Rightarrow (2a + b)$

* क्षेत्रफल (Area) (A) $\Rightarrow \frac{b}{4} \sqrt{4a^2 - b^2}$

* AD = height (ऊँचाई) $\Rightarrow \frac{1}{2} \sqrt{4a^2 - b^2}$

* Area = $\frac{1}{2} \times \text{आधार (B)} \times \text{ऊँचाई (H)}$



Q) The area of an isosceles triangle is $2\sqrt{12}$ sq. cm. If the height of the triangle is 12 cm then what will be the base of the triangle?

एक समद्विबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल $2\sqrt{12}$ वर्ग सेमी है। यदि त्रिभुज की ऊँचाई 12 सेमी है तो त्रिभुज का आधार क्या होगा?

$$\frac{1}{2} \times \text{Base} \times \frac{3}{2} = 2\sqrt{12}$$

$$\text{Base} = \frac{\sqrt{12}}{3}$$

- Q) An isosceles triangle of area 12 sq cm has one of its equal sides as 5 cm. The length of the base of the triangle is:
- एक समद्विबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल 12 वर्ग सेमी. है तथा इसके बराबर भुजाओं में प्रत्येक की लम्बाई 5 सेमी. है तो आधार की लम्बाई है :

$$\frac{b}{4} \sqrt{4 \times 5^2 - b^2} = 12$$

$$b \sqrt{100 - b^2} = 48$$

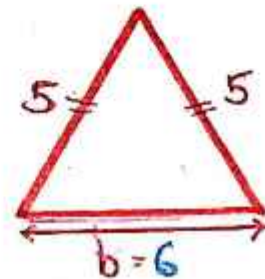
$$6 \sqrt{100 - 36}$$

$$6 \sqrt{64}$$

$$6 \times 8$$

$$= 48$$

$$b = 6$$



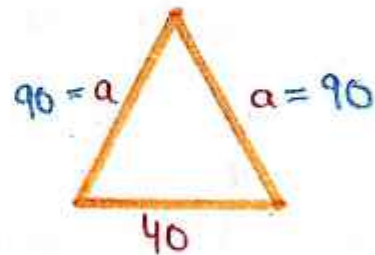
- Q) The perimeter of an isosceles triangle is 220 cm. If the base is 40 cm, then the length of each of the other sides is:

एक समद्विबाहु त्रिभुज का परिमाप 220 सेमी है। यदि इसका आधार 40 सेमी है, तो अन्य भुजाओं में प्रत्येक की लंबाई बताएँ।

$$2a + 40 = 220$$

$$2a = 180$$

$$a = \frac{180}{2} = 90 \text{ cm}$$

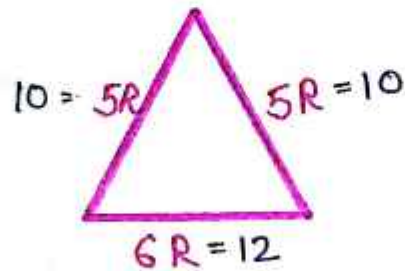


- Q) The perimeter of an isosceles triangle is 32 cm. Its base is $\frac{6}{5}$ times the length of the equal sides. Find the area.

एक समद्विबाहु त्रिभुज का परिमाण 32 सेमी है। इसका आधार, समान भुजाओं का $\frac{6}{5}$ गुना है। क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

Equal Side : Base

$$\begin{array}{ccc} 5 & : & 6 \\ 5R & & 6R \end{array}$$



$$16R = 32$$

$$R = 2$$

$$\text{Area} = \frac{3}{4} \sqrt{4 \times 10^2 - 12^2}$$

$$3 \sqrt{400 - 144}$$

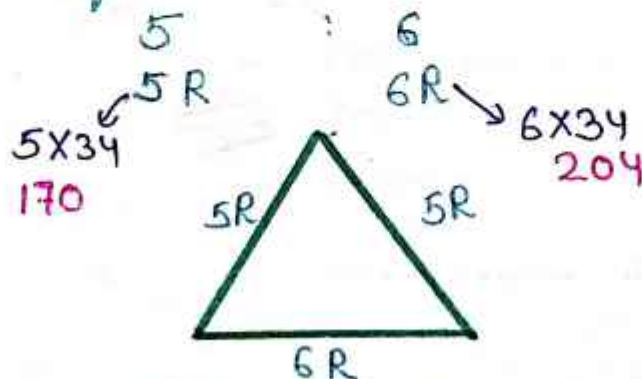
$$3 \times \sqrt{256}$$

$$3 \times 16 = 48 \text{ cm}^2$$

Q) The perimeter of an isosceles triangle is 544 cm and each of the equal sides is $\frac{5}{6}$ times of the base. What is the area (in m^2) of the triangle?

किसी समद्विबाहु त्रिभुज का परिमाण 544 सेमी. तथा प्रत्येक बराबर भुजा आधार की $\frac{5}{6}$ है। त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात करें? (मी^2 में)

Equal Side : Base



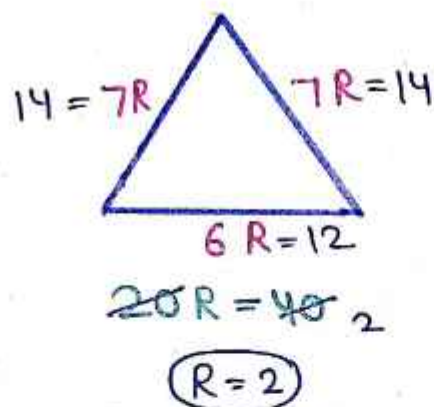
$$16R = 544$$

$$R = 34$$

$$\begin{aligned}
 \text{Area} &= \frac{51}{4} \sqrt{4 \times 170^2 - 204^2} \\
 &= 51 \sqrt{340^2 - 204^2} \\
 &= 51 \sqrt{544 \times 136} \\
 &= 51 \sqrt{17 \times 32 \times 17 \times 8} \\
 &= 51 \times 17 \times 16 \\
 &= 867 \times 16 \\
 &= 13872
 \end{aligned}$$

Q) The perimeter of an isosceles triangle is 40 cm. Its lateral side and the base are in the ratio 7:6. The area of the triangle is:

एक समद्विबाहु त्रिभुज की परिमाप 40 सेमी. है। इसकी पार्श्विक भुजा तथा आधार का अनुपात 7:6 है तो त्रिभुज का क्षेत्रफल है.



$$\begin{aligned}
 \text{Area} &= \frac{312}{4} \sqrt{4 \times 14^2 - 12^2} \\
 &= 3 \sqrt{4 \times 196 - 144} \\
 &= 3 \sqrt{784 - 144} \\
 &= 3 \sqrt{640} \\
 &= 3 \sqrt{64 \times 10} \\
 &= 3 \times 8 \sqrt{10} \\
 &= 24 \sqrt{10} \text{ cm}^2
 \end{aligned}$$

- Q) The area of an isosceles triangle is 4 square units, if the length of the unequal side is 2 units, the length of each equal side is:

किसी समद्विबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल 4 वर्ग इकाई है। यदि असमान भुजा की लम्बाई 2 इकाई हो, तब बराबर भुजाओं की लम्बाई ज्ञात करें।

$$\frac{1}{2} \times \sqrt{4 \times a^2 - 4} = 4$$

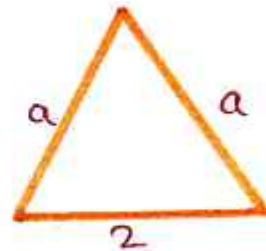
$$\sqrt{4a^2 - 4} = 8$$

Square Both Side

$$4a^2 - 4 = 64$$

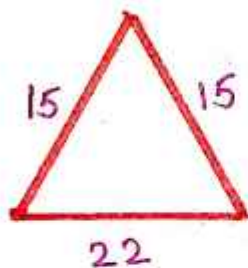
$$4a^2 = 68$$

$$a = \sqrt{17}$$

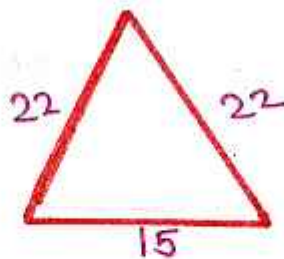


- Q) The length of two sides of an isosceles triangle are 15 cm and 22 cm respectively. What are the possible values of its perimeter?

किसी समद्विबाहु त्रिभुज की दो भुजाएँ 15 सेमी. तथा 22 सेमी. हैं। परिमाप के सम्भव मान ज्ञात करें।



परिमाप $15 + 15 + 22$
 52

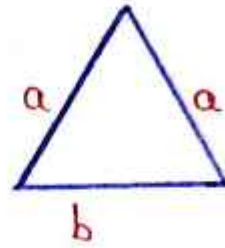


$22 + 22 + 15$
 59

- Q) If an isosceles triangle the length of each equal side is 'a' units and that of the third side is 'b' units, then its area will be:

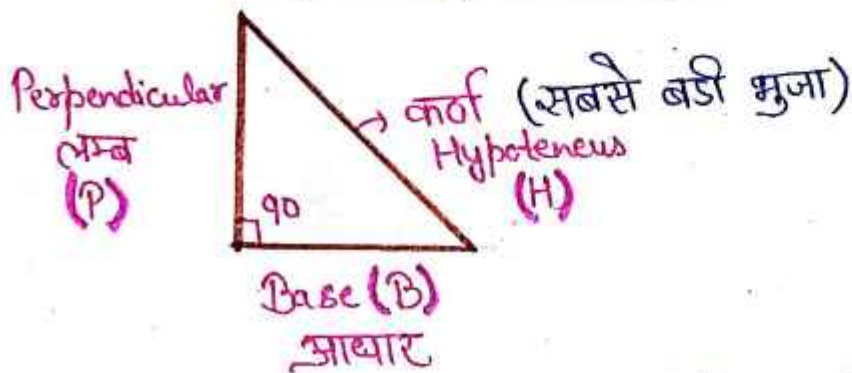
यदि एक समद्विबाहु त्रिभुज के समान भुजाओं में प्रत्येक की लम्बाई 'a' इकाई तथा तीसरी भुजा की लम्बाई 'b' इकाई है तो इसका क्षेत्रफल है:

$$\frac{b}{4} \sqrt{4a^2 - b^2} \text{ sq. units}$$



TYPE - IV समकोण त्रिभुज

† Right Angle Triangle †



* Pythagoras Theorem (पाइथागोरस धिरोरम)

$$(\text{लम्ब})^2 + (\text{आधार})^2 = (\text{कर्ण})^2$$

$$P^2 + B^2 = H^2$$

Ex:-

3, 4, 5

$$3^2 + 4^2 = 5^2$$

$$9 + 16 = 25$$

$$25 = 25$$

3, 4, 5 are the sides of
Right angle triangle

Triplets (तिर्यक)

3	4	5
6	8	10
9	12	15
⋮	⋮	⋮
3R	4R	5R

• 5, 12, 13

• 10, 24, 26

• 7, 24, 25

• 20, 21, 29

• 12, 35, 37

• 8, 15, 17

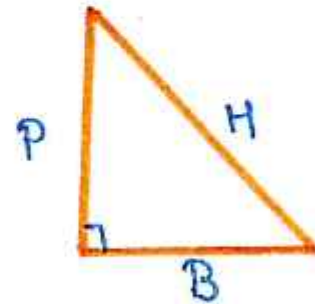
• 9, 40, 41

• 11, 60, 61

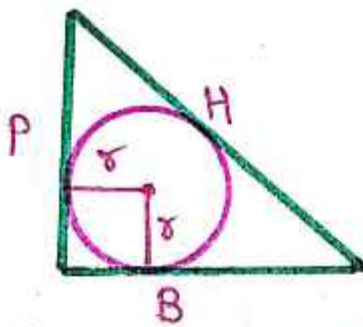
• 16, 63, 65

* Perimeter (P) $\Rightarrow P + B + H$

* Area (क्षेत्रफल) $= \frac{1}{2} \times \text{लम्ब} \times \text{आधार}$
 $= \frac{1}{2} \times P \times B$



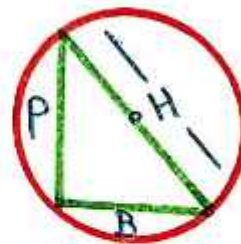
* Inradius (अंतःवृत्त की त्रिज्या) $\rightarrow r$



$$r = \left(\frac{P + B - H}{2} \right)$$

* Circumradius (परिवृत्त की त्रिज्या) $\rightarrow R$

$$R = \frac{H}{2}$$



1. The perimeter of an isosceles triangle is 20 cm. If each of its sides is twice the base, then find the lengths of the three sides of the triangle:

एक समद्विबाहु त्रिभुज की परिमिति 20 सेमी है। यदि उसकी प्रत्येक भुजा आधार की दुगुनी है, तो त्रिभुज के तीनों भुजाओं की लम्बाई ज्ञात करें:

- (A) 4 सेमी, 8 सेमी, 8 सेमी
- (B) 5 सेमी, 7.5 सेमी, 7.5 सेमी
- (C) 6 सेमी, 7 सेमी, 7 सेमी
- (D) 3 सेमी, 6 सेमी, 6 सेमी

2. The perimeter of an isosceles triangle is 220 cm. If the base is 40 cm, then the length of each of the other sides is-

एक समद्विबाहु त्रिभुज का परिमाप 220 सेमी है। यदि इसका आधार 40 सेमी है, तो अन्य भुजाओं में प्रत्येक की लंबाई बताएँ।

- (a) 85 cm
- (b) 90 cm
- (c) 80 cm
- (d) 95 cm

3. The area of an equilateral triangle is $\sqrt{3}$ cm². Find the side (in cm) of the triangle.

एक समबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल $4\sqrt{3}$ सेमी² हैं त्रिभुज की भुजा (सेमी में) ज्ञात कीजिए।

- (a) 4 (b) 2
- (c) $2\sqrt{3}$ (d) $\sqrt{3}$

4. The perimeter of an isosceles triangle is 30 cm and its equal sides are 12 cm long. Find the area of this triangle.

एक समद्विबाहु त्रिभुज का परिमाप 30 cm है और उसकी बराबर भुजाएँ 12 cm लंबाई की है। इस त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिये।

- (a) 7 (b) 5
- (c) $9\sqrt{15}$ (d) $4\sqrt{3}$

5. The perimeter of an isosceles triangle is 80 cm . If its base is 20 cm , which is different from the other two equal sides, then find the length of its equal length sides.

एक समद्विबाहु त्रिभुज का परिमाप 80 सेमी. है। यदि इसका आधार 20 सेमी. है, जो कि अन्य दो समान भुजाओं से अलग है, तो इसकी समान लंबाई वाली भुजाओं की लंबाई ज्ञात करें।

(a) 25 सेमी. (b) 30 सेमी.

(c) 40 सेमी. (d) 20 सेमी.

6. The perimeter of an isosceles triangle is 91 cm and its base is $1\frac{1}{4}$ times the sum of the other two equal sides, then what will be the length of its base?

एक समद्विबाहु त्रिभुज का परिमाप 91 सेमी है और इसका आधार अन्य दो बराबर भुजाओं का $1\frac{1}{4}$ गुना है, तो इसके आधार की लंबाई क्या होगी?

(a) 25

(b) 35

(c) 28

(d) 20

7. The area of an isosceles right triangle is 81cm^2 . Find the length of its hypotenuse.

एक समद्विबाहु समकोण त्रिभुज का क्षेत्रफल 81cm^2 है। इसके कर्ण की लम्बाई ज्ञात कीजिए

(a) 18 cm

(b) 22 cm

(c) 16 cm

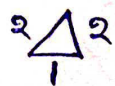
(d) 14 cm

ANSWER SHEET

1	2	3	4	5	6	7
A	B	A	C	B	B	A

Sol. 1

$$2a + b \Rightarrow 20$$



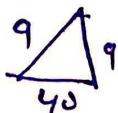
$$\begin{matrix} 5 & \rightarrow & 20 \\ 1 & \rightarrow & 4 \end{matrix}$$

अनुपात $\Rightarrow 1, 2, 2$

$$\Rightarrow 4, 8, 8$$

Sol. 2

$$2a + b \Rightarrow 220$$



$$2a + 40 = 220$$

$$2a = 180$$

अनुपात $\boxed{a = 90}$

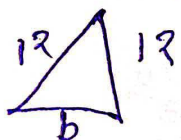
Sol. 3

$$\frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = 4\sqrt{3}$$

$$a^2 \Rightarrow 16$$

$$\boxed{a = 4}$$

Sol. 4



$$2a + b = 30$$

$$2 \times 12 + b \Rightarrow 30$$

$$\boxed{b = 6}$$

$$A = \frac{6}{4} \sqrt{4 \times 144 - 36}$$

$$\frac{3}{2} \sqrt{576 - 36}$$

$$\frac{3}{2} \sqrt{540}$$

$$\frac{3}{2} \sqrt{2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5}$$

$$\frac{3}{2} \times 2 \times 3 \sqrt{15} \boxed{= 9\sqrt{15}}$$

Sol. 5

$$2a + b \Rightarrow 80$$

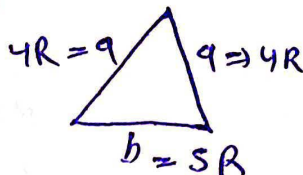


$$2a + 20 = 80$$

$$2a = 60$$

$$\boxed{a = 30}$$

Sol. 6



$$a : b$$

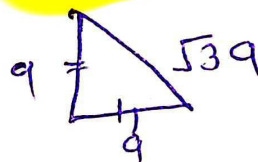
$$4 : 5$$

$$13R = 91$$

$$\boxed{R = 7}$$

$$\text{आधार} = SR$$
$$\boxed{\Rightarrow 35}$$

Sol. 7



$$\frac{1}{2} \times a \times a = 81$$

$$a^2 = 81 \times 2$$

$$a = 9\sqrt{2}$$

$$\sqrt{2} a \Rightarrow \sqrt{2} \times 9\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow 2 \times 9$$

$$\boxed{\Rightarrow 18 \text{ cm}}$$