DSSSB TGT
PART(A+B)
MATHS
REAL ANALYSIS (MCQ'S)
(02)
LIVE
26/08/2024 04:00 PM

नई Class →

Continue Wednesday → ALGEBRA

↓

फ्री इसी Class में मिलेंगे।

1. The range of $y = [2x]$ is

(a) even positive integers

(b) all integers

(c) $R$

(d) None of these

$y = [2x]$

Real

Rational

Irrational

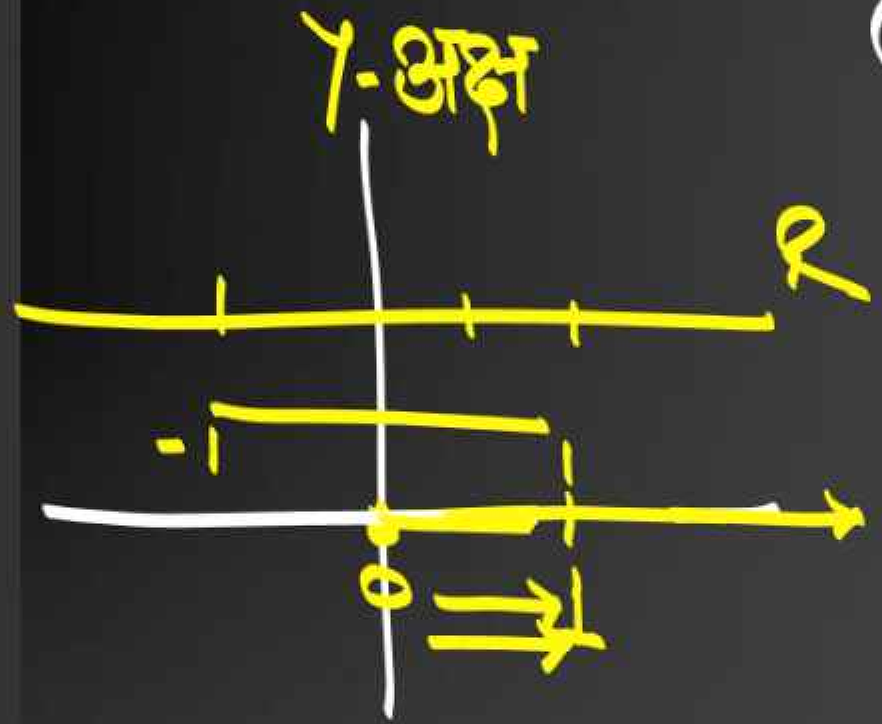
2. Let $f(x) = |x|$ has an inverse, it's domain is

(a) $R$

(b) $[-1,1]$

(c) $[0,1]$

(d) None of these



3. Domain of the function $f(x) = \sqrt{\sin^{-1}(2x) + \frac{\pi}{6}}$ is

(a) $\left[-\frac{1}{4}, \frac{1}{2}\right]$

(b) $\left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$

(c) $\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$

(d) $\left[-\frac{1}{4}, \frac{1}{4}\right]$

$\left[-\frac{1}{4}, \frac{1}{2}\right]$

$0 \leq \sin^{-1}2x + \frac{\pi}{6} \leq \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{6}$

$-\frac{\pi}{6} \leq \sin^{-1}2x \leq \frac{\pi}{2}$

$-\sin\frac{\pi}{6} \leq 2x \leq \sin\frac{\pi}{2}$

$-\frac{1}{2} \leq 2x \leq 1$

$-\frac{1}{4} \leq x \leq \frac{1}{2}$

4. **The domain of the function** $F(x) = \frac{1}{[x]} + \sqrt{2x - x^2}$ **is**

(a) $[1,2]$

(b) $[0,2]$

(c) $[0,1]$

(d) $[1,0]$

$F(x) = \frac{1}{[x]} + \sqrt{2x - x^2}$

$2x - x^2 \geq 0$

$x(2-x) \geq 0$

$x \geq 0$

$2 - x \geq 0$

$x \leq 2$

# Sequence (अनुक्रम) & Series (श्रेणी)

Sequence → 1, 2, 3, 4, 5 - - . .

Series → 1 + 2 + 3 + 4 + - - - -

# § Sequence (अनुक्रम) Definition:

Every function defined from the set $N$ of natural numbers to a non empty set $X$ is called a sequence.

(प्राकृत संख्याओं के समुच्चय $N$ से किसी अरिक समुच्चय $X$ में परिभाषित प्रत्येक फलन एक अनुक्रम कहलाता हैं)

अन्य शब्दों में किसी अरिक्त समुच्चय $X$ में अनुक्रम एक नियम होता है जो प्रत्येक प्राकृत संख्या को $X$ के अद्वितीय अवग्रव से सम्बद्ध करता है।

अर्थात् फलनन $s, N \to X, X$ में परिभाषित अनुक्रम है।

**Special Case (विशिष्ट स्थिति)** जब X वास्तविक संख्याओं के समुच्चय R का उप समुच्चय लिया जाये अर्थात् $X \subset R$ तो फलन $s: N \to R$

Real Sequence कहलाता है।
वास्तविक अनुक्रम

$f; N \to X$

$X \subset R$

X is subset of R

वास्तविक अनुक्रम (Real Sequence) कहलाता है।

**Real Sequence (वास्तविक अनुक्रम) Definition:**

**Every function defined from the set $N$ of nutural mumbers to a non empty sub set $X$ of the set of real mumbers $R$ is called a real sequence.**

## Representation of a Sequence (अनुक्रम का निरूपण):

यदि $x: N \rightarrow R$ अनुक्रम है तो $n \in N$ के प्रतिबिम्ब $x(n) = x_n \in R$ से प्रकट करते हैं जो अनुक्रम का $n$वां पद कहलाता है।

$\langle 1, 2, 3, 4, 5 \ldots\ldots n \rangle$

इस प्रकार अनुक्रम $< x(1), x(2), \ldots x(n) >$ या $< x_1, x_2, \ldots, x_n, \ldots, >$ को संश्रेप रूप में $< x_n >$ या $\{x_n\}_{n=1}^{\infty}$ से निरूपित करते हैं।

$\langle x_n \rangle$ $\{x_n\}_{n=1}^{\infty}$

$\langle \quad \rangle$

## Range of a Sequence ( अनुक्रम का परास ) :

**Defintition :**

**The set of all distinct elements of a sequence is called the range of the sequence.**

(अनुक्रम के विधिन पदों का समुच्चय, अनुक्रम का परास कहलाता हैं)

## Important Remarks ( टिप्पणी):

Natural No.

1. अनुक्रम का प्रान्त (डोमेन) आवश्यक रूप से $N$ ही होता है। चूंकि $N$ अनन्त समुच्चय है, अतः अनुक्रम में अनन्त पद होते हैं। $\langle 1, 2, 3, \ldots n \ldots \infty \rangle$

$\langle 3, 3, 3, 3, \ldots \infty \rangle$

Range → $\{3\}$

2. अनुक्रम का परास सीमित भी हो सकता है.। उदाहरणार्थ, अनुक्रम $\langle 1, -1, 1, -1, \ldots \rangle$ का परास $= \{1, -1\}$ → Range

Constant

3. अचर अनुक्रम का परास $= \{c\}$

4. तत्समक अनुक्रम का प्रान्त $=$ परास $= N \subset R$

Indentity Sequence का Domain = Range

5. $x_1, x_2, \dots$ इत्यादि अनुक्रम के प्रथम, द्वितीय, .... पद कहलाते हैं। यदि $m$ वें तथा $n$ वें पद समान $(x_m = x_n)$ भी हों तो वे भिन्न-भिन्न पद ही माने जाते हैं अर्थात् विभिन्न स्थितियों के पद भी विभिन्न ही माने जाते है भले हीं उनका मान समान हो।

**Ex 1.** यदि $x_n = 1/n$, तो $< x_n > = < 1.\frac{1}{2},\frac{1}{3},\frac{1}{4}, \dots .1/\mathbf{n}.$

2. यदि $x_n = (-1)^n$. तो $< x_n > = < -1.1 < -1.1..>$

3. यदि $x_n = 1 - (-1)^n$, तो $< x_n > = < 2.11 = 2.0....>$

## Particular Sequences (विशेष प्रकार के अनुक्रम):

### (a) Constant Sequence (अचर अनुक्रम):

If $n$th term of the sequence $x_n = c$ (constant) $\in R, \forall n \in N$. then the sequence obtained $\langle c, c..\rangle$ is called a constant sequence.

Constant

(यदि अनुक्रम का $n$ वां पद $x_n = c$ अचर $\in R, \forall n \in N$. हो, तो इससे प्राप्त अनुक्रम $\langle c, c \ldots \rangle$ अचर अनुक्रम कहलाती है।)

$\langle 2, 2, 2, \ldots \rangle$

$x_1 = 2$

$x_2 = 2$

## (b) Identity Sequence (तत्समक अनुक्रम):

If $n$ th [illegible] of the sequence $x_n = n$, then the sequence obtained $\langle 1,2,3,\ldots \rangle$ is called an identity sequence.

यदि अनुक्रम का $n$ वां पद $x_n = n$ हो, तो प्राप्त अनुक्रम $< 1,2,3 \ldots >$ तत्समक अनुक्रम कहलाती है।

$<1,2,3,4,5,6,---\ n>$

## Equal Sequence (समान अनुक्रम) : Definition :

Two sequences $< x_n >$ and $< y_n >$ are said to be equal. If their n th terms are same i.e. $x_n = y_n, \forall n \in N$.

(दो अनुक्रम $\langle x_n \rangle$ तथा $< y_n >$ समान कहलाती हैं यदि उनके $n$ वें पद समान हों अर्थात् $x_n = y_n, \forall n \in N.$).

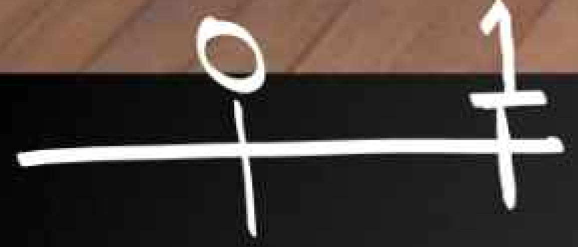
ence $x$ is said to be bounded above, if there exist a real number K such that $x_n \le K, \forall n \in N$.

(एक अनुक्रम $x$ ऊपर की ओर परिबद्ध कहलाती है यदि एक ऐसी वास्तविक संख्या $K$ विद्यमान हो कि $x_n \le K. \forall n \in N$)]

$n \in N$

$x_n = \frac{1}{n}$

$x_n = \frac{1}{n}$




$\langle x_n \rangle = \langle 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \ldots \frac{1}{n} \ldots 0 \rangle$

1 is upper bounded