

MENSURATION

Q) In a triangle, the length of one side is 5 cm and the difference between the lengths of the other two sides is 1 cm. If the perimeter of a triangle is 20 cm, find its area.

एक त्रिकोण में, एक भुजा की लंबाई 5 सेमी है और दूसरी दो भुजाओं की लंबाई के बीच का अंतर 1 सेमी है। यदि त्रिकोण की परिधि 20 सेमी है, तो उसके क्षेत्रफल का पता लगाएँ।

$$5, \textcircled{A} \quad \textcircled{A+1}$$

$$5 + A + A + 1 = 20$$

$$2A = 14$$

$$A = 7$$

$$S = \frac{20}{2} = 10$$

$$\sqrt{10 \times 5 \times 3 \times 2}$$

$$5 \times 2 \quad 2 \times 5 \sqrt{3}$$

$$10\sqrt{3} \text{ cm}^2$$

Q) If the area of a triangle is 1176 cm^2 and the ratio of the base and the respective height is 3:4 then what will be the height of the triangle?

यदि किसी त्रिभुज का क्षेत्रफल 1176 सेमी.^2 है और आधार और संबंधित ऊंचाई का अनुपात 3:4 है तो त्रिभुज की ऊंचाई क्या होगी?

$$\begin{array}{ccc} \text{Base} & : & \text{height} \\ 3 & : & 4 \\ 3R & & 4R \end{array}$$

$$\frac{1}{2} \times 3R \times 4R = 1176$$

$$R^2 = 196$$

$$R = \sqrt{196} = 14$$

$$4R = 14 \times 4 = 56 \text{ cm}$$

- Q) The base of a triangle is 15 cm and the height is 12 cm. The height of another triangle whose area is twice the area of this triangle and the base is 20 cm is as follows -

किसी त्रिभुज का आधार 15 सेमी. है और ऊँचाई 12 सेमी है। एक अन्य त्रिभुज की ऊँचाई जिसका क्षेत्रफल इस त्रिभुज के क्षेत्रफल का दुगुना है और आधार 20 सेमी. है, निम्न है -

$$\left(\frac{1}{2} \times 15 \times 12\right) \times 2 = \left(\frac{1}{2} \times 20 \times h\right)$$

$$180 = 10 \times h$$

$$h = 18$$

- Q) The area of a triangular field of each side x m is equal to the area of another triangular field of sides 50 m, 70 m and 80 m. The value of x is closest to:

प्रत्येक भुजा x मीटर वाले एक त्रिकोणीय मैदान का क्षेत्रफल 50 m, 70 m और 80 m भुजाओं वाले एक अन्य त्रिकोणीय मैदान के क्षेत्रफल के बराबर है। x का मान किसके निकटतम है?

$$50 \text{ m}, 70 \text{ m}, 80 \text{ m}$$

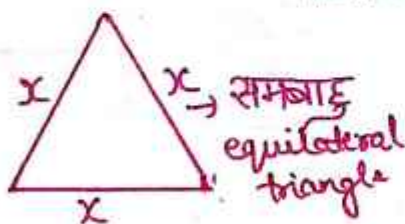
$$P = 200$$

$$S = \frac{200}{2} \times 100$$

$$\sqrt{100 \times 50 \times 30 \times 20}$$

$$10 \times 10 \sqrt{300}$$

$$10 \times 10 \times 10 \sqrt{3} \Rightarrow 1000 \sqrt{3}$$



$$\text{Area} = \frac{\sqrt{3}}{4} x^2 = 1000 \sqrt{3}$$

$$x^2 = 4 \times 1000$$

$$x = \sqrt{4 \times 1000}$$

$$2 \times 10 \sqrt{10}$$

$$20 \sqrt{10}$$

$$20 \times 3.16$$

$$63.2$$

TYPE-II समबाहु त्रिभुज EQUILATERAL TRIANGLE

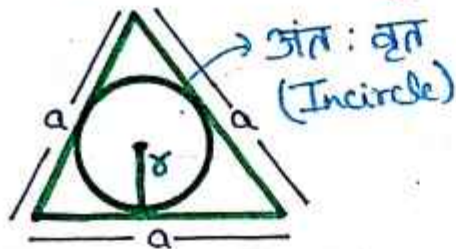
समबाहु त्रिभुज

↓
सम + बाहु
↓ ↓
equal Side

➡ Perimeter (परिमाप) = $3a$

➡ Area (क्षेत्रफल) = $\frac{\sqrt{3}}{4} \times a^2$

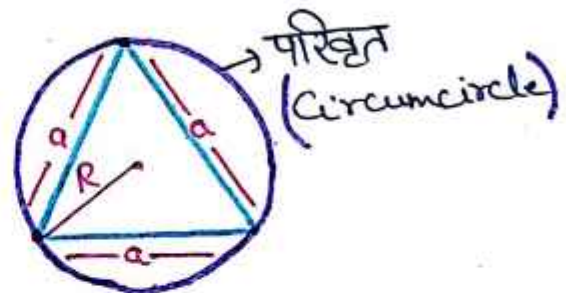
➡ $h = \text{height (ऊँचाई)} = \frac{\sqrt{3}}{2} a$



$r = \text{radius of Incircle}$
(अंतः वृत्त की त्रिज्या)

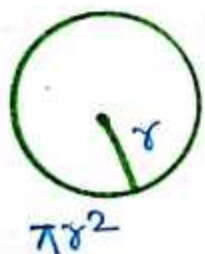
$$r = \frac{a}{2\sqrt{3}}$$

$$R = \frac{a}{\sqrt{3}}$$

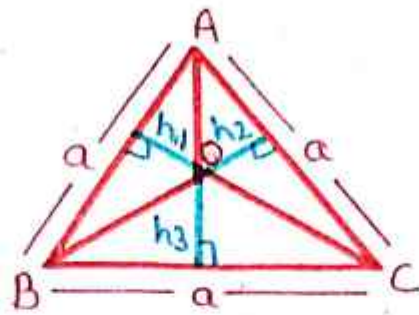


* $R = 2r$

• $R : r$
 $\frac{a}{\sqrt{3}} : \frac{a}{2\sqrt{3}}$
 $2 : 1$



• परिवृत्त (C) : अंतवृत्त (I)
त्रिज्या 2 : 1
(Radius)
क्षेत्रफल $\pi(2)^2$: $\pi(1)^2$
(Area) 4 : 1

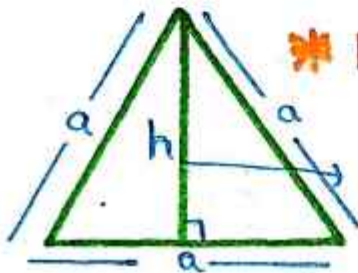


→ $h_1, h_2, h_3 \rightarrow$ Perpendiculars (लम्बा)

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Ar } \triangle AOB = \frac{1}{2} \times h_1 \times a \\ \text{Ar } \triangle AOC = \frac{1}{2} \times h_2 \times a \\ \text{Ar } \triangle BOC = \frac{1}{2} \times h_3 \times a \end{array} \right\}$$

$$\frac{1}{2} \times (h_1 + h_2 + h_3) = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$$

$$a = \frac{2}{\sqrt{3}} (h_1 + h_2 + h_3)$$



✳ Median divides the triangle into two equal halves.

$h =$ ऊँचाई = माध्यिका
height = Median

Q) Find the area of an equilateral triangle whose each side measures 12cm.

उस समबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए, जिसकी प्रत्येक भुजा की माप 12 सेमी है।

$$a = 12$$

$$A = \frac{\sqrt{3}}{4} \times a^2$$

$$\frac{\sqrt{3}}{4} \times 12^2 \times 12$$

$$36\sqrt{3} \text{ cm}^2$$

Q) If the area of an equilateral triangle is $25\sqrt{3} \text{ cm}^2$, then the length of each side of the triangle is —

यदि एक समबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल $25\sqrt{3} \text{ cm}^2$ है, तो त्रिभुज की प्रत्येक भुजा की लंबाई — है।

$$\frac{\sqrt{3}}{4} \times a^2 = 25\sqrt{3}$$

$$a^2 = 100$$

$$a = \sqrt{100} = 10 \text{ cm}$$

$$\bullet h = \frac{\sqrt{3}}{2} \times a = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 10 = 5\sqrt{3}$$

$$\bullet P = 3 \times a = 3 \times 10 = 30$$

$$\bullet r = \frac{a}{2\sqrt{3}} = \frac{10}{2\sqrt{3}} = \frac{5}{\sqrt{3}}$$

$$\bullet R = \frac{a}{\sqrt{3}} = \frac{10}{\sqrt{3}}$$

$$\bullet R : r$$

$$2 : 1$$

$$\bullet \text{Ar. C} : \text{Ar. I}$$

$$4 : 1$$

Q) Height of an equilateral triangle is 9 cm. Find its area?

एक समबाहु त्रिभुज की ऊँचाई 9 सेमी है। इसका क्षेत्रफल बताएं।

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \times a = 9$$

$$a = \frac{18}{\sqrt{3}}$$

$$A = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} \times \frac{324}{3}$$

$$27\sqrt{3} \text{ sq. cm}$$

Q) If each side of an equilateral triangle is tripled then what will be the area of the new equilateral triangle?

यदि किसी समबाहु त्रिभुज की प्रत्येक भुजा को तीन गुना कर दिया जाता है तो नए समबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल कितना होगा?

$$\begin{array}{ccc} \Delta_1 & & \Delta_2 \\ \text{Side} & 1 & : 3 \end{array}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{4} (1)^2 : \frac{\sqrt{3}}{4} \times (3)^2$$

$$\begin{array}{ccc} \text{Area} & 1 & : 9 \\ & & \downarrow \\ & & 9 \text{ times} \end{array}$$

प्रारंभिक क्षेत्रफल का 9 गुना

Q) The numerical value of the area of an equilateral triangle is twice the numerical value of its perimeter. What is the area of the above triangle?

एक समबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल का संख्यात्मक मान इसके परिमाप के संख्यात्मक मान का दो गुना है। उपरोक्त त्रिभुज का क्षेत्रफल क्या है?

$$\frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = (3a) \times 2$$

$$\sqrt{3} a = 24$$

$$a = \frac{24}{\sqrt{3}}$$

$$\text{Area} = \frac{\sqrt{3}}{4} \times \frac{144}{3} = 48$$

$$48\sqrt{3} \text{ cm}^2$$

Q) If the sides of the equilateral triangle is r then the area of the triangle varies directly as:

यदि समबाहु त्रिभुज की प्रत्येक भुजा की लम्बाई r हो तो त्रिभुज का क्षेत्रफल किसके अनुक्रमानुपाती होगा?

$$\text{Side} = r$$

$$\text{Area} = \frac{\sqrt{3}}{4} r^2$$

$$\text{Area} \propto r^2$$

Q) If the length of each median of an equilateral triangle is $6\sqrt{3}$ cm, the perimeter of the triangle is:

एक समबाहु त्रिभुज की माध्यिका $6\sqrt{3}$ cm है, तो उस त्रिभुज का परिमाप ज्ञात करें?

$$h = 6\sqrt{3}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \times a = 6\sqrt{3}$$

$$a = 12$$

$$\text{परिमाप} = 3a$$

$$3 \times 12$$

$$36 \text{ cm}$$

Q) If x is the length of a median of an equilateral triangle, then its area is:

यदि किसी समबाहु त्रिभुज की माध्यिका की लम्बाई x हो तो इसका क्षेत्रफल क्या होगा?

$$h = \frac{\sqrt{3}}{2}a = x$$

$$a = \frac{2x}{\sqrt{3}}$$

$$A = \frac{\sqrt{3}}{4} \times \frac{4x^2}{3} = \frac{\sqrt{3}x^2}{3}$$

	Δ_1		Δ_2
Perimeter/Altitude/Side	a	:	b
परिमाण/शीर्षलम्ब			
Area	a^2	:	b^2

	Δ_1		Δ_2
Area	x	:	y
परिमाण/Altitude/Side	\sqrt{x}	:	\sqrt{y}

Q) The area of two equilateral triangles is in the ratio 25:36. Their altitudes will be in the ratio:

दो समबाहु त्रिभुजों के क्षेत्रफल का अनुपात 25:36 है। उनके शीर्षलम्बों का अनुपात होगा।

	Δ_1		Δ_2
Area	25	:	36
height	$\sqrt{25}$:	$\sqrt{36}$
	5	:	6

Q) From a point within an equilateral triangle, length of perpendiculars drawn to the three sides are 6 cm, 7 cm and 8 cm respectively, the length of the side of the triangle is:

समबाहु त्रिभुज के भीतर किसी बिन्दु से तीनों भुजाओं पर डाले गये लम्बों की लम्बाई 6 सेमी, 7 सेमी तथा 8 सेमी है त्रिभुज की भुजा ज्ञात करें।

$$a = \frac{2}{\sqrt{3}}(h_1 + h_2 + h_3)$$

$$\frac{2}{\sqrt{3}}(6+7+8)$$

$$\frac{42}{\sqrt{3}} \Rightarrow \frac{14 \times 3}{\sqrt{3}}$$

$$a = \sqrt{a} \times \sqrt{a}$$

$$\frac{14 \times \sqrt{3} \times \cancel{\sqrt{3}}}{\cancel{\sqrt{3}}}$$

$$14\sqrt{3} \text{ cm}$$

Q) If the length of the three perpendiculars from a point in the interior of an equilateral triangle to the sides are 4 cm, 5 cm and 6 cm, then find the area of the triangle:

यदि किसी समबाहु त्रिभुज के अन्दर स्थिति किसी बिन्दु से त्रिभुज की भुजाओं पर खींचे गये लम्ब की लम्बाइयां 4 सेमी, 5 सेमी और 6 सेमी हों, तो त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात करें।

$$a = \frac{2}{\sqrt{3}}(4+5+6)$$

$$= \frac{30}{\sqrt{3}}$$

$$A = \frac{\sqrt{3}}{4} \times \frac{900}{3}$$

$$75\sqrt{3} \text{ cm}^2$$

- Q) The perpendicular distances of the three sides from a point in the interior of an equilateral triangle are $\sqrt{3}$ cm, $2\sqrt{3}$ cm and $5\sqrt{3}$ cm. The perimeter of this triangle (in cm) is
- किसी समबाहु त्रिभुज के अश्व्यांतर के किसी बिंदु से तीनों भुजाओं की लम्बिक दूरियाँ $\sqrt{3}$ सेमी, $2\sqrt{3}$ सेमी और $5\sqrt{3}$ सेमी हैं। इस त्रिभुज का परिमाण (सेमी. में) है-

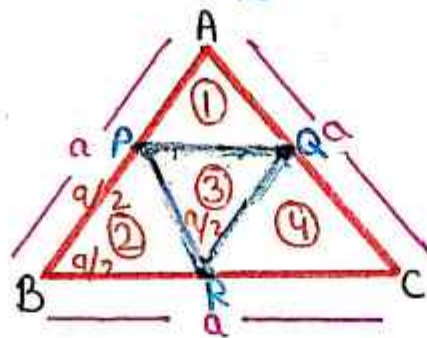
$$a = \frac{2}{\sqrt{3}}(\sqrt{3} + 2\sqrt{3} + 5\sqrt{3})$$

$$\frac{2}{\sqrt{3}} \times 8\sqrt{3}$$

$$16$$

$$\text{परिमाण} = 3 \times 16$$

$$48$$



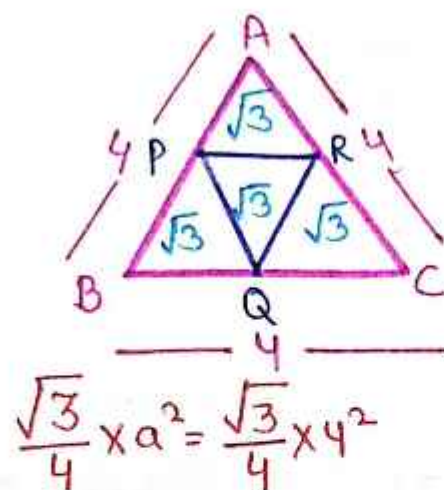
→ P, Q, R → Mid Points (मध्य बिंदु)

* चारों त्रिभुजों के Area बराबर होंगे
(Area of four triangles will be equal)

→ Area of each small triangle = $\frac{1}{4} \times (\text{area of large triangle})$

- Q) ABC is an equilateral triangle. P, Q, and R are the midpoints of sides AB, BC and AC respectively. The length of the side of the triangle is 4 cm. Find the area of triangle PQR.

ABC एक समबाहु त्रिभुज है। P, Q और R क्रमशः AB, BC और AC भुजाओं के मध्य बिंदु हैं। त्रिभुज की भुजा की लम्बाई 4 cm है। त्रिभुज PQR का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।



$$\text{ar. } \triangle PQR = \frac{1}{4} \text{ ar. } \triangle ABC$$

$$\frac{1}{4} \times 4\sqrt{3}$$

$$\sqrt{3}$$

Q) The height of an equilateral triangle is $4\sqrt{3}$ cm. The ratio of the area of its circumcircle to the area of its incircle will be-

किसी समबाहु त्रिभुज की ऊँचाई $4\sqrt{3}$ से.मी. है। इसके परिवृत्त के क्षेत्रफल का इसके अंतर्वृत्त के क्षेत्रफल से अनुपात होगा -

$$4 : 1$$

Q) If the difference between the areas of the circumcircle and incircle of an equilateral triangle is 44cm^2 , then the area of the triangle will be.

यदि किसी समबाहु त्रिभुज के परिवृत्त तथा अंतर्वृत्त के क्षेत्रफलों में अंतर 44सेमी^2 हो, तो त्रिभुज का क्षेत्रफल होगा ($\pi = \frac{22}{7}$ लीजिए)

$$\pi \left(\frac{a}{\sqrt{3}} \right)^2 - \pi \left(\frac{a}{2\sqrt{3}} \right)^2 = 44$$

$$\pi \frac{a^2}{(\sqrt{3})^2} \left[1 - \frac{1}{4} \right] = 44$$

$$\frac{22}{7} \times \frac{a^2}{3} \times \frac{3}{4} = 44$$

$$\boxed{a^2 = 56}$$

$$A = \frac{\sqrt{3}}{4} \times a^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 56$$

$$14\sqrt{3}$$

IInd Method

अंत वृत्त
 $4 : 1 \rightarrow \frac{44}{3}$
 $3 \rightarrow 44$

$$\boxed{1 \rightarrow \frac{44}{3}}$$

$$\pi \left(\frac{a}{2\sqrt{3}} \right)^2 = \frac{44}{3}$$

$$\frac{22}{7} \times \frac{a^2}{4 \times 3} = \frac{44}{3}$$

$$\boxed{a^2 = 56}$$

$$A = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 56$$

$$14\sqrt{3}$$

Q) What is the ratio of the areas of the circumcircle and incircle of an equilateral triangle?

एक समबाहु त्रिभुज के परिवृत्त तथा अंतः वृत्त के क्षेत्रफलों का अनुपात कितना होगा?

$$4 : 1$$

Q) What will be the area of the incircle of an equilateral triangle with side 42 cm.

42 सेमी की भुजा वाले एक समबाहु त्रिभुज के अंतः वृत्त का क्षेत्रफल होगा -

$$r = \frac{a}{2\sqrt{3}} = \frac{42}{2\sqrt{3}}$$

$$\pi (r)^2 = \pi \left(\frac{21}{\sqrt{3}} \right)^2$$

$$\frac{22}{7} \times \frac{441}{3} = 44 \times 21$$

22X21

462

Q) If the inner radius of an equilateral triangle is $\sqrt{3}$ cm, then find the perimeter of that triangle.

यदि किसी समभुज त्रिभुज की आन्तरिक त्रिज्या $\sqrt{3}$ सेमी है, तो उस त्रिभुज का परिमाण बताएँ।

$$r = \sqrt{3}$$

↓

$$\frac{a}{2\sqrt{3}} = \sqrt{3}$$

$$a = 2\sqrt{3} \times \sqrt{3}$$

$$2 \times 3 = 6$$

$$P = 3a = 3 \times 6$$

18

1. The height of an equilateral triangle is 15 cm . The area of the triangle is

किसी समबाहु त्रिभुज की ऊँचाई 15 cm है। त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात करें?

- (a) $50\sqrt{3}\text{sq. cm}$
- (b) $70\sqrt{3}\text{sq. cm}$
- (c) $75\sqrt{3}\text{sq. cm}$
- (d) $150\sqrt{3}\text{sq. cm}$

2. The area of an equilateral triangle is $9\sqrt{3}\text{ m}^2$. The length of the median is

किसी समबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल $9\sqrt{3}\text{ m}^2$ है। माध्यिका की लम्बाई ज्ञात करें ?

- (a) $2\sqrt{3}$
- (b) $3\sqrt{3}$
- (c) $2\sqrt{3}$
- (d) $3\sqrt{3}$

3. If area of an equilateral triangle is a and its height is b , then value of $\frac{b^2}{a}$ is:

किसी समबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल a तथा ऊँचाई b है। $\frac{b^2}{a}$ का मान ज्ञात करें?

- (a) 1
- (b) $\frac{1}{3}$
- (c) $\sqrt{3}$
- (d) $\frac{1}{\sqrt{3}}$

4. If the numerical value of height and area of an equilateral triangle is same. Then the length of each side of the triangle is

किसी समबाहु त्रिभुज की ऊँचाई तथा क्षेत्रफल का आंकिक मान समान है। त्रिभुज की प्रत्येक भुजा की लम्बाई ज्ञात करें?

- (a) 2 units
- (b) 4units
- (c) 5units
- (d) 8unite

5. If the numerical value of the perimeter of an equilateral triangle is $\sqrt{3}$ times the area of it, then the length of each side of the triangle is :

यदि किसी समबाहु त्रिभुज के परिमाप का आंकिकमान उसके क्षेत्रफल का $\sqrt{3}$ गुना है। तो त्रिभुज की प्रत्येक भुजा ज्ञात करें?

- (a) 2 units
- (b) 3 units
- (c) 4 units
- (d) 6 units

6. The ratio of sides of a triangle is 3: 4: 5 and area of the triangle is 72 squares unit. Then the area of an equilateral triangle whose perimeter is same as that of the previous triangle is

किसी त्रिभुज की भुजाओं का अनुपात 3: 4: 5 है तथा क्षेत्रफल 72 वर्ग इकाई है। उस समबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात करें, जिसका परिमाप पूर्व त्रिभुज के बराबर है ?

(a) $32\sqrt{3}$ sq units

(b) $48\sqrt{3}$ sq units

(c) 96sq units

(d) $60\sqrt{3}$ sq units

7. What is the height (in cm) of an equilateral triangle whose each side is 8 cm ?

उस समबाहु त्रिभुज की ऊँचाई (सेमी में) क्या है, जिसकी भुजा की लंबाई 8 सेमी है।

(a) $4\sqrt{3}$

(b) $3\sqrt{2}$

(c) $4\sqrt{2}$

(d) $3\sqrt{5}$

8. The perimeter of an isosceles triangle is 220 cm . If the base is 40 cm , then the length of each of the other sides is-

एक समद्विबाहु त्रिभुज का परिमाप 220 सेमी है। यदि इसका आधार 40 सेमी है, तो अन्य भुजाओं में प्रत्येक की लंबाई. बताएँ।

(a) 85 cm

(b) 90 cm

(c) 80 cm

(d) 95 cm

ANSWER SHEET

1	2	3	4	5	6	7	8
C	B	C	A	C	B	A	B

Sol. 1

$$\frac{\sqrt{3}}{2}a \Rightarrow 15$$

$$a \Rightarrow \frac{30}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

$$a = 10\sqrt{3}$$

$$\begin{aligned} \Delta \text{ का क्षेत्रफल} &= \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 \\ &\Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{4} \times 10\sqrt{3} \times 10\sqrt{3} \\ &\Rightarrow 75\sqrt{3} \end{aligned}$$

Sol. 2

$$\frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = 9\sqrt{3}$$

$$\boxed{a=6}$$

$$\text{आसन्न भुजा} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 6$$

$$\boxed{\Rightarrow 3\sqrt{3}}$$

Sol. 3

$$\frac{b^2}{a} = \frac{\left[\frac{\sqrt{3}}{2} \times \text{भुजा} \right]^2}{\frac{\sqrt{3}}{4} \times \text{भुजा}^2}$$

$$\boxed{\Rightarrow \sqrt{3}}$$

Sol. 4

$h = 4$ का क्षेत्रफल

$$\frac{\sqrt{3}}{2} a = \frac{\sqrt{3}}{2} a$$

$$\boxed{a=2}$$

Sol. 5

$$3a = \sqrt{3} \times \left[\frac{\sqrt{3}}{4} a^2 \right]$$

$$3a = \frac{3}{4} a^2$$

$$\boxed{a=4}$$

Sol. 6

भुजा $3x, 4x, 5x$

$$\frac{1}{2} \times 3x \times 4x = 72$$

$$\frac{12x^2}{2} = 72$$

$$x = 2\sqrt{3}$$

समबाहु का क्षेत्रफल

$$12 \times 2\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow 24\sqrt{3}$$

$$\text{भुजा} \Rightarrow 8\sqrt{3}$$

$$\Delta \text{ का क्षेत्रफल} = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 8\sqrt{3} \times 8\sqrt{3}$$

$$\boxed{\Rightarrow 48\sqrt{3}}$$

Sol. 7

$$a = 8$$

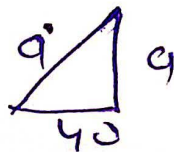
$$h = \frac{\sqrt{3}}{2} a$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} \times 8$$

$$\boxed{= 4\sqrt{3}}$$

Sol. 8

$$3a = 220$$



$$\text{परिमाप} = 2a + 40 = 220$$

$$2a = 180$$

$$\boxed{a = 90}$$