

# MENSURATION

## क्षेत्रमिति

2D

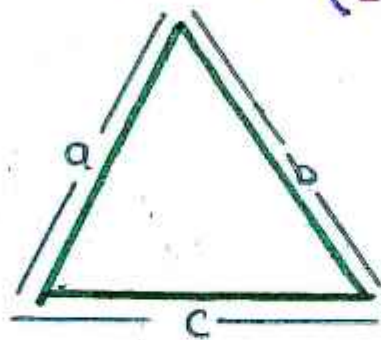
- Triangle (त्रिभुज)
- Quadrilaterals (चतुर्भुज)
- Circles (वृत्त)
- Polygons (बहुभुज)

3D

- Cube & Cuboid (घन और घनाभ)
- Cylinder (बेलन)
- Cone (शंकु)
- Sphere & Hemisphere (गोला और अर्द्धगोला)
- Prism & Pyramid (प्रिज्म और पिरामिड)
- Misc (विविध)

## TRIANGLE (त्रिभुज)

\* तीन भुजाओं वाली बंद आकृति (Enclosed figure of three sides)

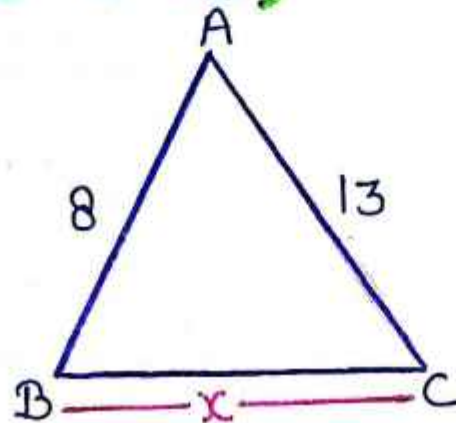


- किसी भी triangle में Sum of two sides should be greater than the third side  
(किसी भी त्रिभुज में दो भुजाओं का योग तीसरी भुजा से बड़ा होगा।)

$$\begin{cases} a+b > c \\ b+c > a \\ c+a > b \end{cases}$$

- दो भुजाओं का Difference तीसरी side से कम होगा।

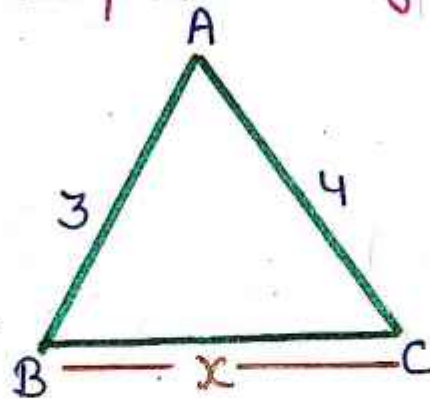
$$\begin{cases} a \sim b < c \\ b \sim c < a \\ c \sim a < b \end{cases}$$



$$5 < x < 21$$

6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20

15 possible triangles



$$1 < x < 7$$

2, 3, 4, 5, 6

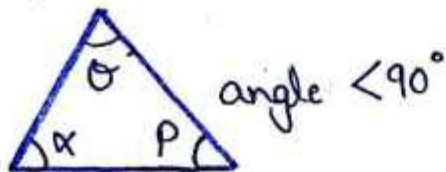
5 possible triangles

# CLASSIFICATION OF TRIANGLE

## त्रिभुज का वर्गीकरण

On the basis of Angle  
कोण के आधार पर

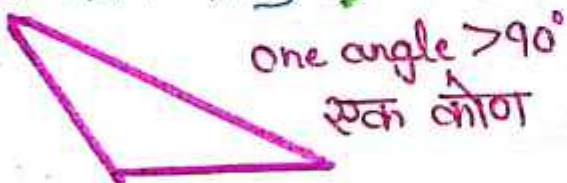
- 1) Acute angle triangle  
(न्यून कोण त्रिभुज)



- 2) Right angle triangle  
(समकोण त्रिभुज)

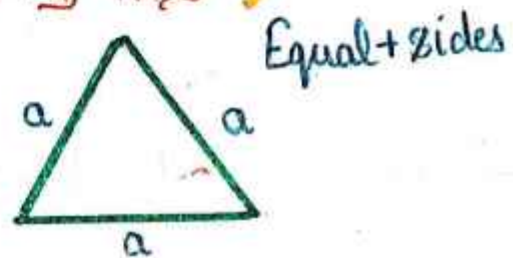


- 3) Obtuse angle triangle  
(अधिक कोण त्रिभुज)

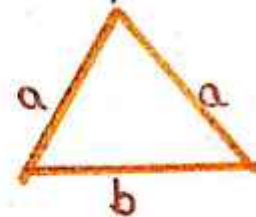


On the basis of sides  
भुजाओं के आधार पर

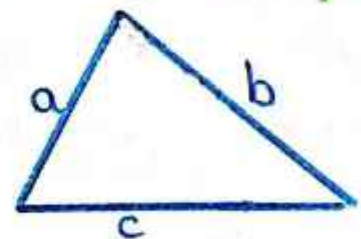
- 1) Equilateral triangle  
(समबाहु त्रिभुज)



- 2) Isosceles triangle  
(समद्विबाहु त्रिभुज)



- 3) Scalene triangle  
(विषमबाहु त्रिभुज)





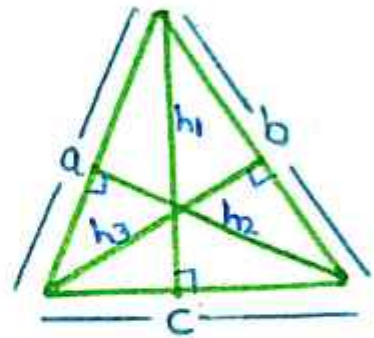
## SCALEDNE TRIANGLE (विषमबाहु त्रिभुज)

→ परिमाण (Perimeter) (P)

$$P = a + b + c$$

→ अर्ध परिमाण (Semiperimeter) (S)

$$S = \frac{P}{2} = \frac{a+b+c}{2}$$



→ क्षेत्रफल (Area) (A)

→ Heron's formula

$$\sqrt{S(S-a)(S-b)(S-c)}$$

$$\text{Area} = \frac{1}{2} \times \text{आधार} \times \text{ऊँचाई}$$

$$= \frac{1}{2} \times c \times h_1$$

$$= \frac{1}{2} \times b \times h_2$$

$$= \frac{1}{2} \times a \times h_3$$

### TYPE-I त्रिभुज

Q) What can be the possible lengths of the three sides of a triangle?

एक त्रिभुज की तीन भुजाओं की संभावित लम्बाई क्या हो सकती है?

3 cm, 4 cm, 5 cm

Q) The sides of a triangle are in the ratio  $\frac{1}{2} : \frac{1}{3} : \frac{1}{4}$ . If the perimeter of the triangle is 52 cm, the length of the smallest side is:

किसी त्रिभुज की भुजाएं  $\frac{1}{2} : \frac{1}{3} : \frac{1}{4}$  हैं। यदि त्रिभुज का परिमाण 52 सेमी है, तब त्रिभुज की सबसे छोटी भुजा की लंबाई ज्ञात करें।

$$\frac{1}{2} \times \frac{12}{12} : \frac{1}{3} \times \frac{12}{12} : \frac{1}{4} \times \frac{12}{12}$$

$$6 : 4 : 3$$

$$13 \rightarrow 52$$

$$1 \rightarrow \frac{52}{13} \text{ (4)}$$

$$3 \times 4 = 12 \text{ cm}$$

Q) The lengths of the sides of a triangle are 5 cm, 7 cm and 10 cm. Find the area of the triangle (in  $\text{cm}^2$ ).

एक त्रिभुज की भुजाओं की लंबाइयां 5 सेमी., 7 सेमी. और 10 सेमी हैं। त्रिभुज का क्षेत्रफल (सेमी.<sup>2</sup> में) ज्ञात कीजिए।

$$P = 5 + 7 + 10 = 22$$

$$S = \frac{22}{2} = 11$$

$$\sqrt{S(S-a)(S-b)(S-c)}$$

$$\sqrt{11 \times (11-5)(11-7)(11-10)}$$

$$\sqrt{11 \times 6 \times 4 \times 1}$$

$$2\sqrt{66}$$

Q) The lengths of the three sides of a triangle are 12 cm, 15 cm and 21 cm respectively. Find the area (in  $\text{cm}^2$ ) of the triangle.

किसी त्रिभुज की तीन भुजाओं की लंबाई क्रमशः 12 cm, 15 cm और 21 cm हैं। त्रिभुज का क्षेत्रफल ( $\text{cm}^2$  में) ज्ञात कीजिए।

$$P = 12 + 15 + 21 = 48$$

$$S = \frac{48}{2} = 24$$

$$A = \sqrt{S(S-a)(S-b)(S-c)}$$

$$\sqrt{24 \times 12 \times 9 \times 3}$$

$$(4 \times 6) (4 \times 3)$$

$$2 \times 2 \times 3 \times 3 \times \sqrt{6}$$

$$36\sqrt{6}$$

Q) The sides of a triangular board are 13 meters, 14 meters and 15 meters. The cost of painting it at the rate of Rs. 8.75 per  $\text{m}^2$

एक त्रिभुजाकार गते की तीनों भुजाएँ क्रमशः 13 मी, 14 मी और 15 मी हैं। 8.75 रु प्रति  $\text{मी}^2$  के दर से इसे रंगवाने का खर्च क्या होगा?

$$P = 13 + 14 + 15 = 42$$

$$S = \frac{42}{2} = 21$$

$$A = \sqrt{21 \times 8 \times 7 \times 6}$$

$\begin{array}{ccc} \swarrow & \searrow & \swarrow & \searrow \\ 7 \times 3 & 4 \times 2 & 3 \times 2 & \end{array}$

$$2 \times 7 \times 3 \times 2$$

$$84 \text{ m}^2$$

$$1 \text{ m}^2 = 8.75 \text{ ₹}$$

$$84 \text{ m}^2 = 8.75 \times 84$$

$$\begin{array}{r} 35 \\ \times 84 \\ \hline 140 \\ 2800 \\ \hline 7350 \end{array}$$



1. The angles of a triangle are in the ratio 3:4: 5. The measure of the largest angle of the triangle is

त्रिभुज के कोण 3:4:5 के अनुपात में हैं। त्रिभुज का सबसे बड़ा कोण ज्ञात करें?

- (a)  $60^\circ$
- (b)  $75^\circ$
- (c)  $120^\circ$
- (d)  $150^\circ$

2. The sides of a triangle are in ratio  $\frac{1}{4} : \frac{1}{6} : \frac{1}{8}$  and its perimeter is 91cm. The difference of the length of longest side and that of shortest side is

एक त्रिभुज की भुजाओं का अनुपात  $\frac{1}{4} : \frac{1}{6} : \frac{1}{8}$  तथा परिमाप 91cm है। सबसे बड़ी तथा सबसे छोटी भुजा की लम्बाई का अन्तर ज्ञात करें?

- (a) 19cm
- (b) 20cm
- (c) 28cm
- (d) 21cm

3. The sides of a triangle are in the ratio 2:3:4. The perimeter of the triangle is 18cm. The area (in  $\text{cm}^2$ ) of the triangle is:

त्रिभुज की भुजाओं में अनुपात 2:3 : 4 है। त्रिभुज का परिमाप 18 सेमी. है। त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात करें ? (सेमी<sup>2</sup> में)

- (a) 9
- (b) 36
- (c)  $2\sqrt{42}$
- (d)  $3\sqrt{15}$

4. What is the area of the triangle whose sides are 9cm, 10cm and 11cm?

9cm, 10cm तथा 11cm भुजा वाले त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात करें?

- (a)  $30\text{cm}^2$
- (b)  $60\text{cm}^2$
- (c)  $30\sqrt{2}\text{cm}^2$
- (d)  $60\sqrt{2}\text{cm}^2$

5. If A is the area of a triangle in  $\text{cm}^2$ , whose sides are 9 cm, 10 cm and 11 cm,

then which one of the following is correct?

यदि A किसी त्रिभुज का क्षेत्रफल है जिसकी भुजाएं 9 सेमी., 10 सेमी. और 11 सेमी हैं। तब निम्न में से कौन सा सही है।

- (a)  $A < 40\text{ cm}^2$
- (b)  $40\text{ cm}^2 < A < 45\text{cm}^2$
- (c)  $40\text{ cm}^2 < A < 50\text{cm}^2$
- (d)  $A > 50\text{ cm}^2$

6. The sides of a triangular field are 949,1095,1022 meters. It is Rent at Rs.10000 per hectare. Find the rent of the field.

एक त्रिभुजाकार मैदान की भुजाएँ 949मी., 1095मी. और 1022मी. है। इसे 10,000रु प्रति हेक्टेयर की दर से किराये पर दिया जाता है। इस त्रिभुजाकार मैदान का किराया बताएं?

- (a) Rs. 447636
- (b) Rs. 446736
- (c) Rs. 447663
- (d) Data inadequate

7. The ratio of the lengths of two corresponding sides of two similar triangles is 2 : 1. What will be the ratio of the areas of these two triangles in the same order?

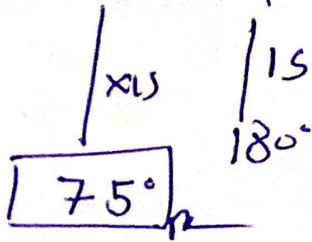
दो समरूप त्रिभुजों की दो संगत भुजाओं की लंबाइयों का अनुपात 2: 1 है। समान क्रम में इन दोनों त्रिभुजों के क्षेत्रफलों का अनुपात कितना होगा?

- (a) 2:1
- (b) 3 : 1
- (c)  $2\sqrt{2}:1$
- (d) 4:1

### ANSWER SHEET

1	2	3	4	5	6	7
B	D	D	C	B	A	D

$$3:4:5 \Rightarrow 12$$



Sol.2

$$\frac{1}{4}, \frac{1}{6}, \frac{1}{8} \times 24 \text{ (cm)}$$

$$6:4:3 \Rightarrow 13 \text{ (परिमाप)}$$

समल = 3

$$\begin{array}{c} \times 7 \\ \hline 91 \end{array}$$

$$\Rightarrow 3 \text{ unit}$$

$$3 \times 7 \Rightarrow 21 \text{ cm}$$

Sol.3

$$2:3:4 \Rightarrow 9$$

$\begin{array}{c} \times 2 \\ \hline 18 \end{array}$

$$\text{कुजा} \Rightarrow 4, 6, 8$$

$$s \Rightarrow \frac{4+6+8}{2} = 9$$

$$\Delta \text{ का क्षेत्र} \Rightarrow \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

$$\Rightarrow \sqrt{9(9-4)(9-6)(9-8)}$$

$$\Rightarrow \sqrt{9 \times 5 \times 3 \times 1}$$

$$\Rightarrow 3\sqrt{15}$$

Sol.4

$$\text{कुजा, } 9, 10, 11$$

$$s \Rightarrow \frac{9+10+11}{2} \Rightarrow 15$$

$$\Delta \text{ का क्षेत्र} \Rightarrow \sqrt{15(15-9)(15-10)(15-11)}$$

$$= \sqrt{15 \times 6 \times 5 \times 4}$$

$$\Rightarrow \sqrt{3 \times 5 \times 2 \times 3 \times 5 \times 4}$$

$$3 \times 2, 5\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow 30\sqrt{2} \text{ cm}$$

Sol.5

$$s \Rightarrow \frac{9+10+11}{2} \Rightarrow 15$$

$$\Delta \text{ का क्षेत्र} \Rightarrow \sqrt{15 \times 6 \times 5 \times 4}$$

$$\Rightarrow 30\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow 30 \times 1.414 \quad \sqrt{2} \Rightarrow 1.414$$

$$\Rightarrow 42.42$$

option (B) सही है



Sol. 6

$$8 \Rightarrow \frac{949 + 1095 + 1022}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{3066}{3} = 1533$$

$$\Delta \text{ का क्षेत्रफल} \Rightarrow \frac{1}{2} \times 1533 (1533 - 949) (1533 - 1095) (1533 - 1022)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times 1533 (584) (438) (511)$$

$$\Rightarrow 447636 \text{ m}^2$$

$$\text{जवाब} \Rightarrow \frac{447636}{10000} \times 10000$$

$$\boxed{\Rightarrow 447636}$$

Sol. 7

$$A \Delta_1 : A \Delta_2 = s_1^2 : s_2^2$$

$$\Rightarrow (2)^2 : (1)^2$$

$$\boxed{\Rightarrow 4:1}$$