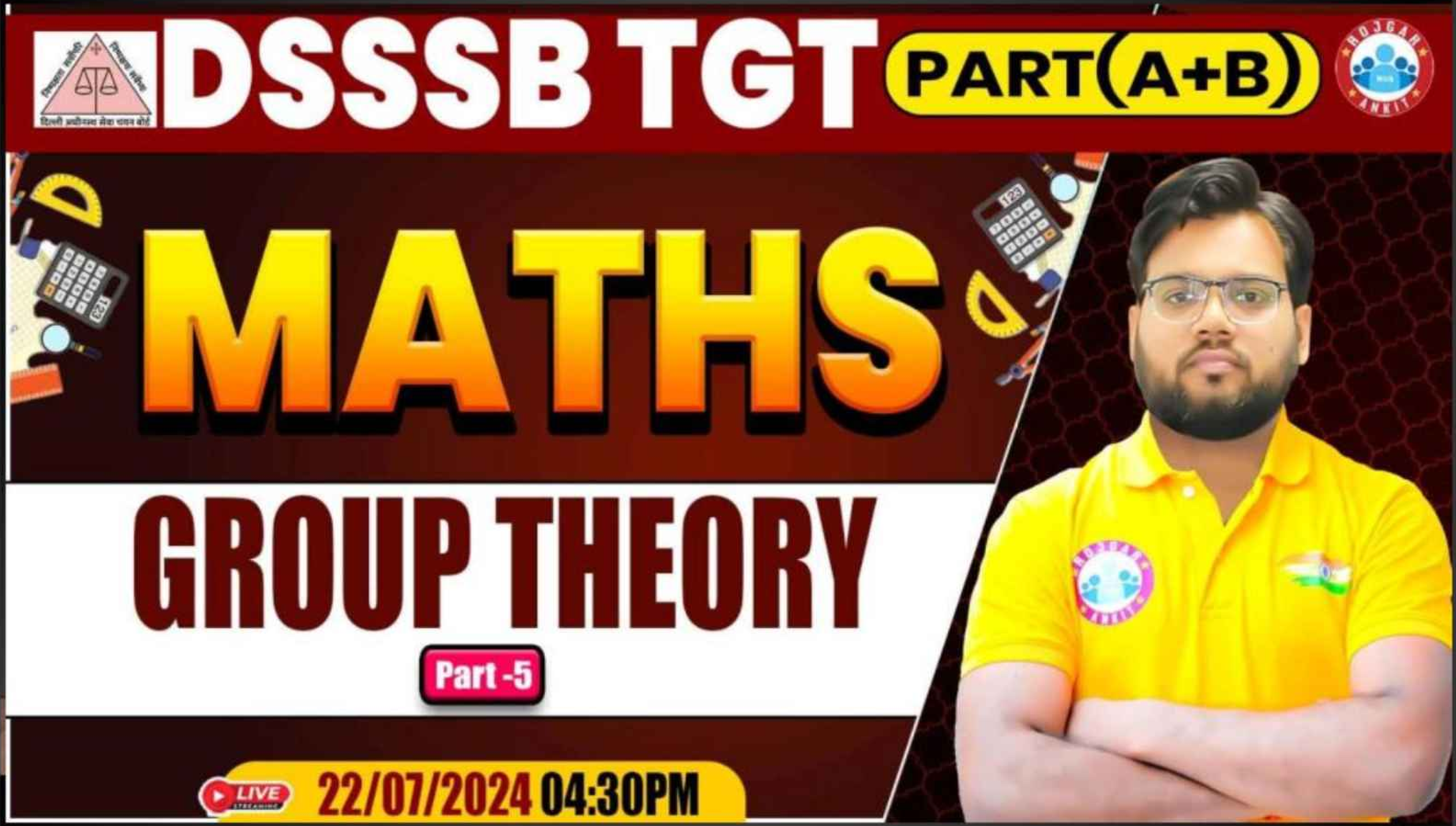

DSSSB TGT
PART(A+B)
MATHS
GROUP THEORY
Part -5
LIVE
22/07/2024 04:30PM

**$U(n); n > 1$ is group under multiplication modulo?** yes

**U(n);n>1 गुणन मॉड्यूलो के अंतर्गत समूह है?**

Q. $G = u(12)$, **Find identity and inverse of each element of** $U(12)$

प्रश्न. G=u(12), U(12) के प्रत्येक तत्व की पहचान और व्युत्क्रम ज्ञात करें

**Quaternion ($Q_4$)** : $O(Q_4) = 8$

$\{\pm 1, \pm i, \pm j, \pm k$ , $i^2 = j^2 = k^2 = -1$

$i \cdot j = k$ & $j \cdot k = i$ & $k \cdot i = j$

$j \cdot i = -k$ & $k \cdot j = -i$ & $i \cdot k = -j$

1. Claosure → $a, b \in Q_4$

$a \times b \in Q_4$

$j \cdot k = i \in Q_4$

2. Assosiative →

III Identity → $\boxed{a * e = a}$ $\boxed{e = 1}$

IV Inverse → $a \times a^{-1} = e = 1$

$1 \times 1 = 1$ $1^{-1} = 1$

$-1 \times -1 = 1$ $-1^{-1} = -1$

$i \times -i = 1$ $i^{-1} = -i$

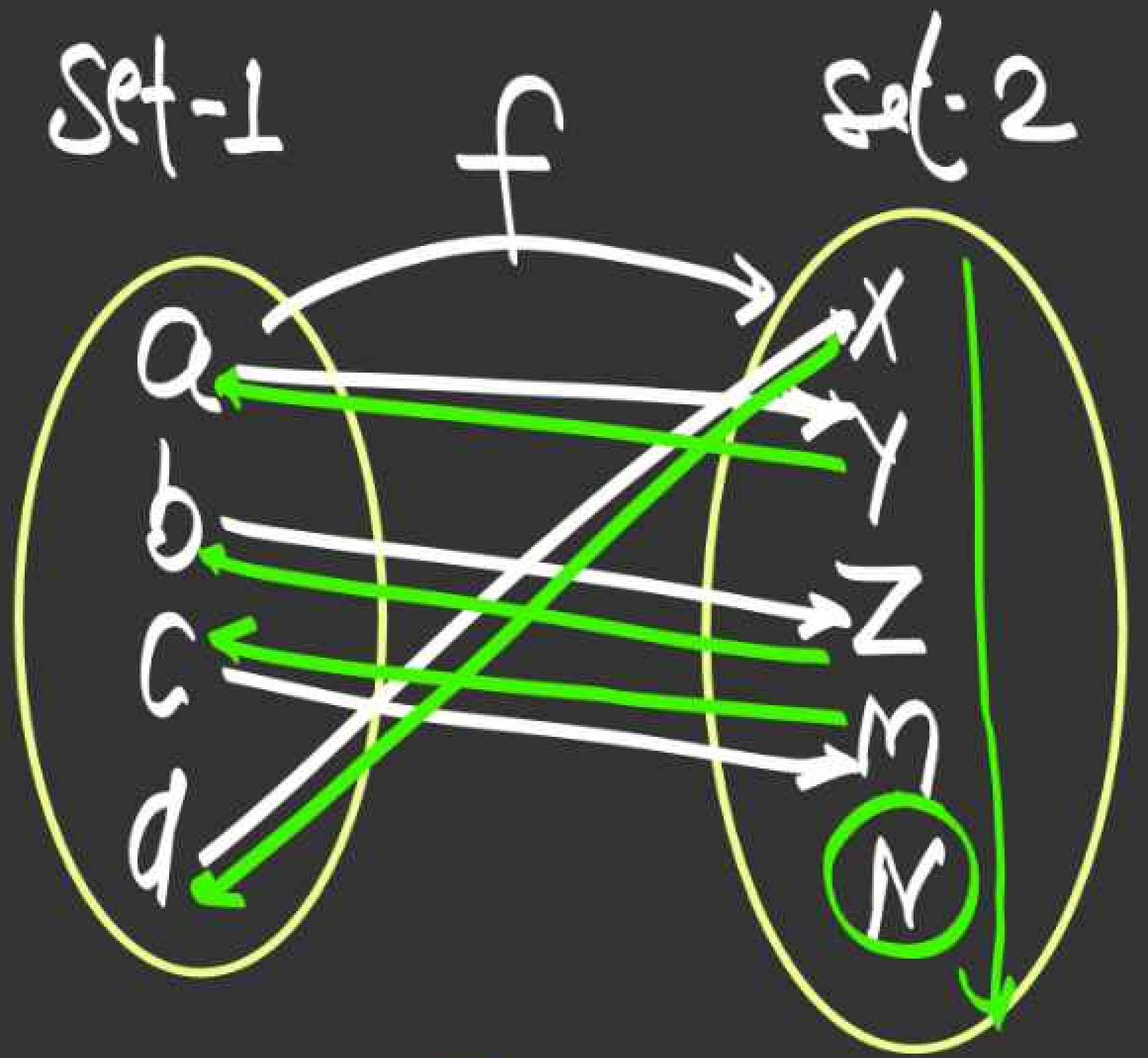
# Klein's - ($K_4$)

one-one & onto

✓ one-one & into

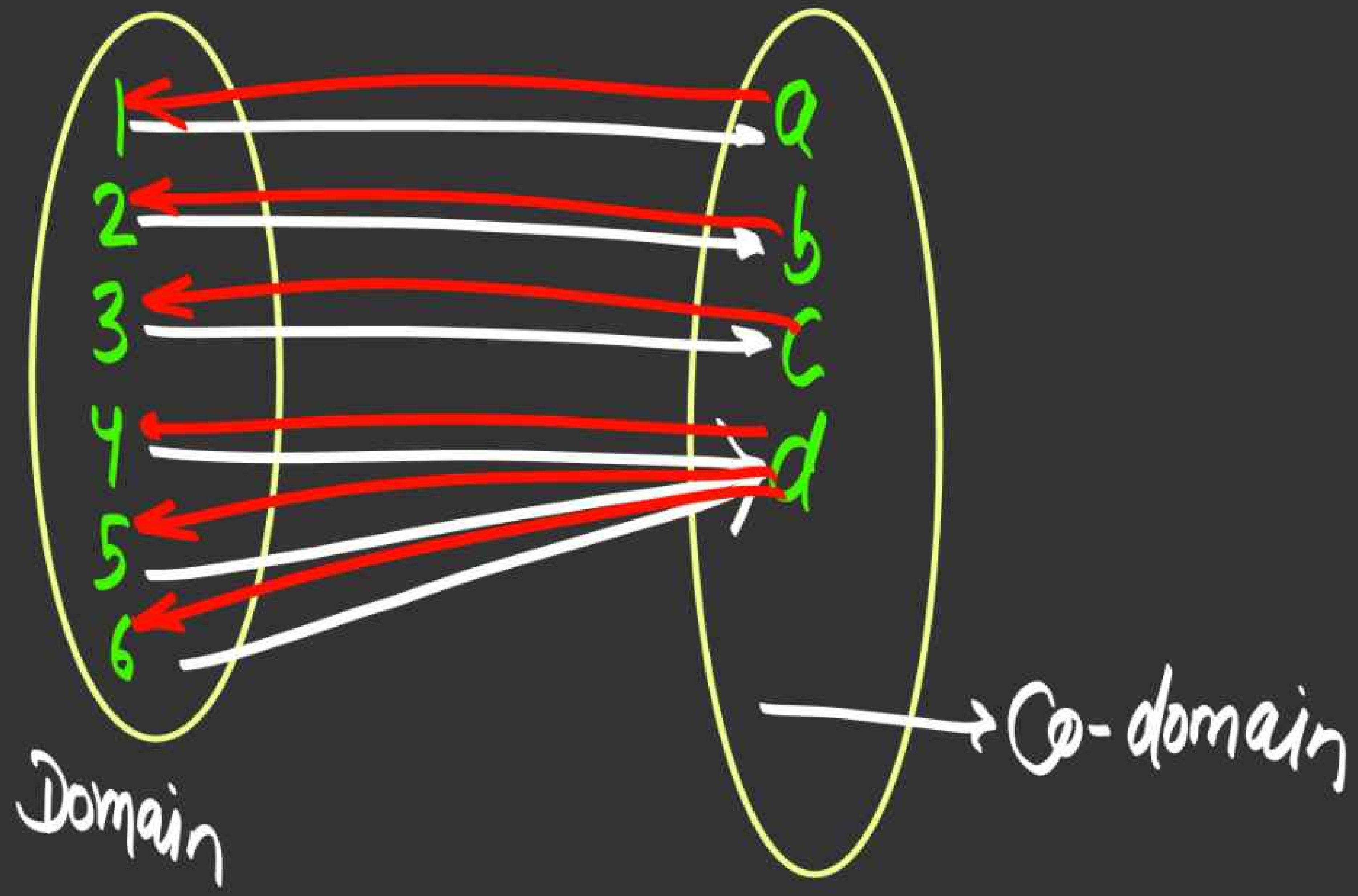
onto

into




One-one & into

# many-one & onto



$O(S_n) \Rightarrow n!$

**Sn – Set of all one-one & onto Mappings From set containing n-elements to itself.**

**Sn - सभी एक-एक और एक-पर मैपिंग का सेट, n-तत्वों वाले सेट से स्वयं तक।** Symmetric

$* \; O(S_4) = 4! \Rightarrow 24$

Construct $S_2 \rightarrow$

$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$

$S_4 \Rightarrow$ order $= 24$

- $Q_4$ (Quaternion group): is a group under multiplication modulo? yes

$Q_4$ (क्वाटर्नियन समूह): गुणन मॉड्यूलो के अंतर्गत एक समूह है?

- $(K_4)$ क्लेन – चार समूह $\Rightarrow \{a, b, e, ab/$ $a^2 = e, b^2 = e, ab = ba\}$ गुणन मॉड्यूलो के अंतर्गत समूह है? yes

$(K_4)$ klein-four group $\Rightarrow \{a, b, e, ab/$ $a^2 = e, b^2 = e, ab = ba\}$ is group under multiplication modulo? yes

- $D_n$ is a group under Multiplication modulo? yes

$D_n$ गुणन मॉड्यूलो के अंतर्गत एक समूह है?

Multiplication ⇒ $e=1$

inverse

$a^2=1$

$a \times a = 1$

$a^{-1}=a$

$b^{-1}=b$

$ab^{-1}=ab$

Q. The……… presentation is by

$$V = \{a, b / a^2 = b^2 = (ab)^2 = 1\}$$

……… प्रस्तुतिकरण इस प्रकार है

$$V = \{a, b / a^2 = b^2 = (ab)\text{^}2 = 1\}$$

$e$

(a) Klein -four group क्लेन-फोर समूह

(b) Permutation group क्रमचय समूह

(c) Automorphism group ऑटोमोर्फिज्म समूह

(d) None of above उपरोक्त में से कोई नहीं

Q. What is the order of klein's four group?

क्लेन के चार समूह का क्रम क्या है?

(a) 4

(b) 1

(c) 3

(d) 8

$o(K_4) = 4$

Fix

a, b, e, ab

Q. Let S is a finite set of $n$ symbols, then what is the order of permutation group $S$ ?

$S_n \rightarrow$ Permutation

मान लीजिए S, n प्रतीकों का एक परिमित समूह है, तो क्रमचय समूह S का क्रम क्या है?

(a) $n$

(b) $n + 1$

(c) $2^n$

(d) $n\,!$

$\Rightarrow D_n$ is group under multiplication Modulo? Yes

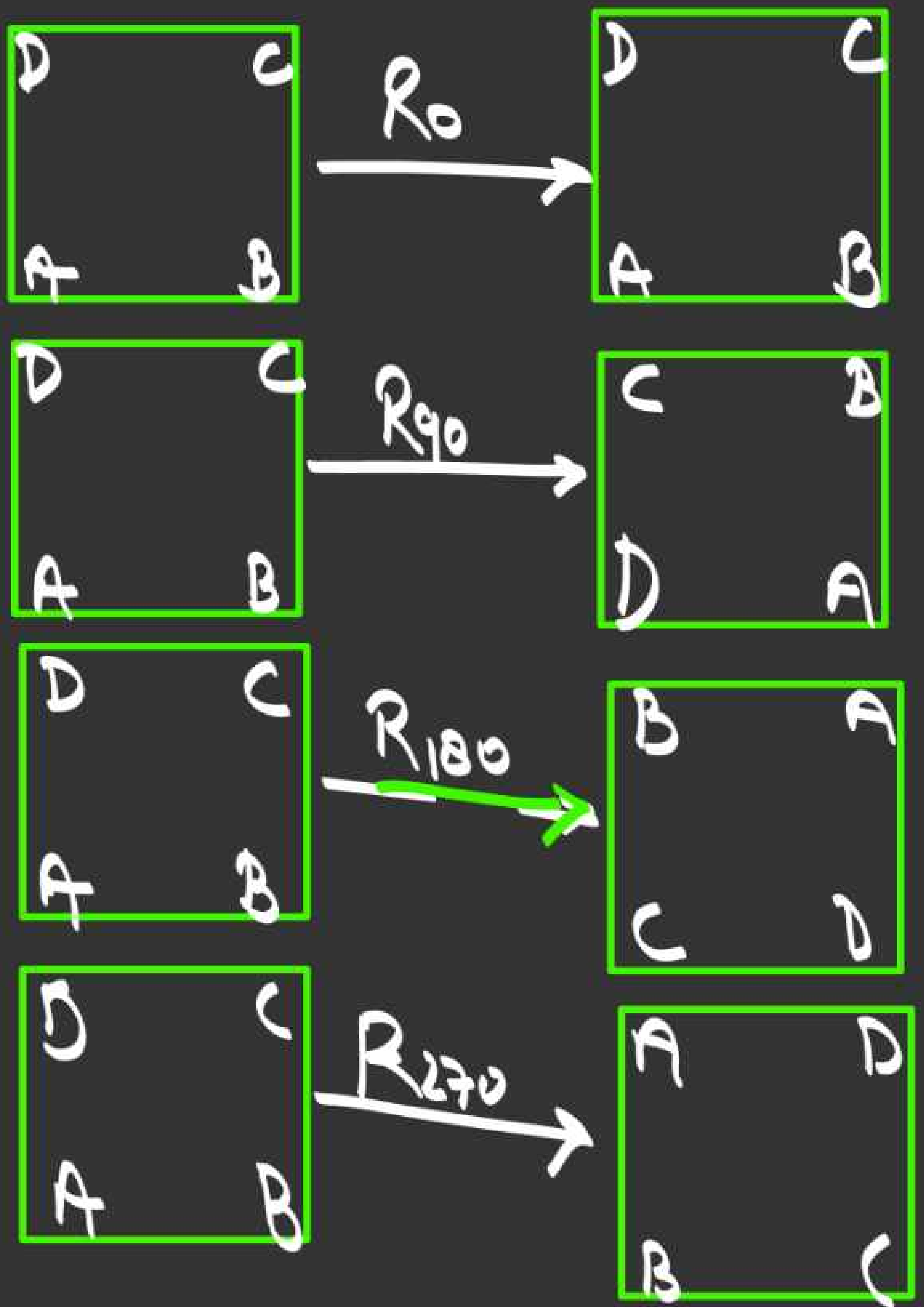
Order$(D_n) \Rightarrow \underline{\underline{2 \times n}}$

$D_n = \{x^i y^j \mid x^2 = e, y^n = e, xy = y^{-1}x$

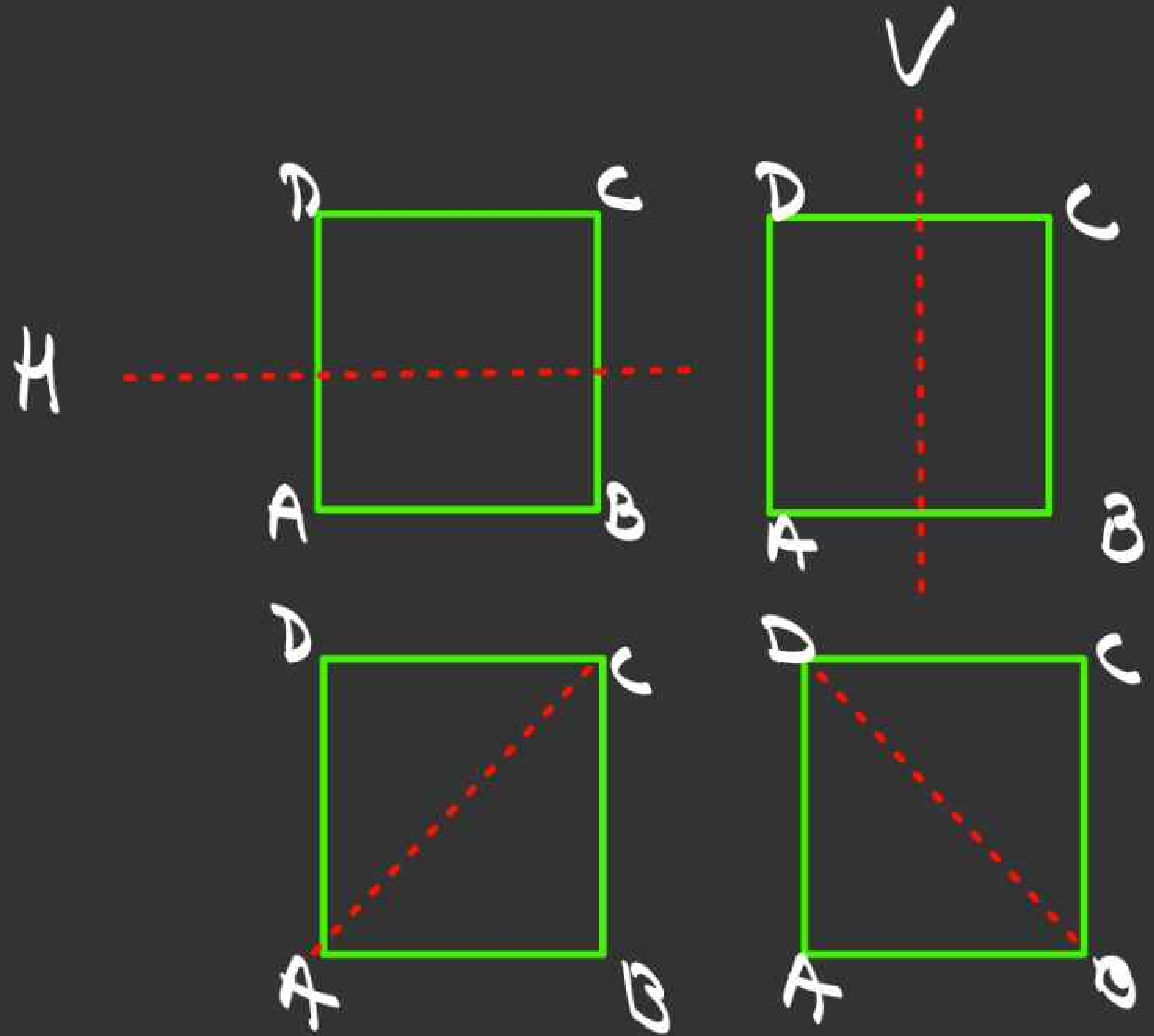
Reflexion Rotation

Notes = [Identity element always be $R_0$ is $D_n$ group ]

# Rotationg




# Reflexion



**Q. Find identity and inverse of each element of $D_4$?**

**$D_4$ के प्रत्येक तत्व की पहचान और व्युत्क्रम ज्ञात करें?**

$a = b^{-1}$

$a^{-1} = b$

$R_0 \rightarrow$ identity

$D_4 = \{R_0, R_{90}, R_{180}, R_{270}, \underbrace{H, V, D, D'}_{\text{Reflexion}}\}$

Inverse :- $R_0^{-1} = R_0$

$\boxed{R_0 = R_{360}}$

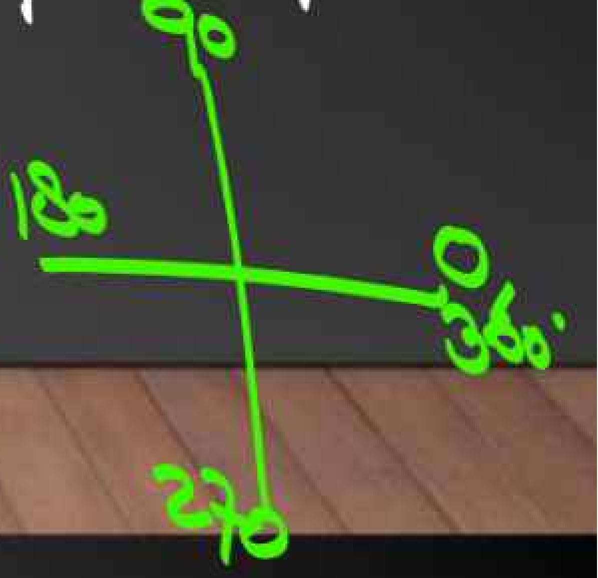
$\boxed{R_{180}^{-1} = R_{180}}$

$R_{90} \cdot R_{270} = R_{360}$

$R_{90}^{-1} = R_{270}$

$R_{180} \cdot R_{180} = R_{360}$

$R_{270}^{-1} = R_{90}$



$O(D_3) \Rightarrow 2 \times 3 = 6$

Q. Find identity and inverse of each element of $D_3$?

$D_3$ के प्रत्येक तत्व की पहचान और व्युत्क्रम ज्ञात करें?

$D_3 = \{R_0, R_{120}, R_{240}, \ldots\}$

$R_0 \cdot R_0 = R_0 \Rightarrow R_0^{-1} = R_0$

$R_{120} \cdot R_{240} = R_{360}$ $\quad R_{120}^{-1} = R_{240}$ & $R_{240}^{-1} = R_{120}$

$D_5 \rightarrow$ inverse

$O(D_5) = 10$

$D_5 \Rightarrow \{R_0, R_{72}, R_{144}, R_{216}, R_{288}$

Inverse $\rightarrow$ $R_0^{-1} = R_0$

$R_{72} R_{288} = R_{360}$

$R_{72}^{-1} = R_{288}$

$R_{288}^{-1} = R_{72}$

$\theta = \frac{360}{5} \Rightarrow 72$

$R_{144} \cdot R_{216} = R_{360} \Rightarrow R_{144}^{-1} = R_{216}$

$R_{216}^{-1} = R_{144}$