



# DSSSB TGT

## PART (A+B)



# MATHS

## APPLICATION OF DERIVATIVES



07/06/2024 04:30PM





## Derivatives For Application

**1.** Find the rate of change of the area of a circle with respect to its radius  $r$  when  $r = 5\text{cm}$ .

जब  $r = 5$  सेमी हो, तो वृत्त की त्रिज्या  $r$  के सापेक्ष क्षेत्रफल में परिवर्तन की दर ज्ञात कीजिए।

(a)  $10\pi \text{ cm}^2/\text{cm}$

(b)  $12\pi \text{ cm}^2/\text{cm}$

(c)  $20\pi \text{ cm}^2/\text{cm}$

(d)  $24\pi \text{ cm}^2/\text{cm}$

**2. Find the rate of change of the area of a circle with respect to its radius  $r$  when**  
**जब  $r = 3$  सेमी हो, तो वृत्त की त्रिज्या  $r$  के सापेक्ष क्षेत्रफल में परिवर्तन की दर ज्ञात कीजिए**

**(a)  $r = 3\text{cm}$**

**(b)  $r = 4\text{cm}$**



**3.** The volume of a cube is increasing at the rate of  $8 \text{ cm}^3/\text{s}$ . How fast is the surface area increasing when the length of an edge is  $12 \text{ cm}$ ?

एक घन का आयतन  $8 \text{ cm}^3/\text{s}$  की दर से बढ़ रहा है। जब किनारे की लंबाई  $12 \text{ cm}$  हो, तो सतही क्षेत्रफल कितनी तेजी से बढ़ रहा है?

(a)  $\frac{8}{5} \text{ cm}^2/\text{s}$

(b)  $\frac{8}{3} \text{ cm}^2/\text{s}$

(c)  $\frac{9}{4} \text{ cm}^2/\text{s}$

(d)  $\frac{8}{7} \text{ cm}^2/\text{s}$

**4.** The volume of a cube is increasing at a rate of 9 cubic centimetres per second. How fast is the surface area increasing when the length of an edge is 10 centimetres ?

एक घन का आयतन 9 घन सेंटीमीटर प्रति सेकंड की दर से बढ़ रहा है। जब किनारे की लंबाई 10 सेंटीमीटर हो तो सतही क्षेत्रफल कितनी तेजी से बढ़ रहा है?

(a)  $5.4 \text{ cm}^2/\text{s}$

(b)  $2.4 \text{ cm}^2/\text{s}$

(c)  $3.6 \text{ cm}^2/\text{s}$

(d)  $7.2 \text{ cm}^2/\text{s}$



**5.** The radius of a circle is increasing uniformly at the rate of 3 cm/s. Find the rate at which the area of the circle is increasing when the radius is 10 cm.

एक वृत्त की त्रिज्या 3 cm/s की दर से समान रूप से बढ़ रही है। त्रिज्या 10 cm होने पर वृत्त का क्षेत्रफल किस दर से बढ़ रहा है, यह ज्ञात कीजिए।

(a)  $40 \pi \text{ cm}^2/\text{s}$

(b)  $50 \pi \text{ cm}^2/\text{s}$

(c)  $60 \pi \text{ cm}^2/\text{s}$

(d)  $48\pi \text{ cm}^2/\text{s}$

**6. An edge of a variable cube is increasing at the rate of 3 cm/s. How fast is the volume of the cube increasing when the edge is 10 cm long?**

एक परिवर्तनशील घन का किनारा 3 cm/s की दर से बढ़ रहा है। जब किनारा 10 cm लंबा हो तो घन का आयतन कितनी तेजी से बढ़ रहा है?

**(a)**  $800 \text{ cm}^2/\text{s}$

**(b)**  $900 \text{ cm}^2/\text{s}$

**(c)**  $750 \text{ cm}^2/\text{s}$

**(d)**  $690 \text{ cm}^2/\text{s}$



**7. A stone is dropped into a quiet lake and waves move in circles at the speed of 5 cm/s. At the instant when the radius of the circular wave is 8 cm, how fast is the enclosed area increasing?**

एक पत्थर को एक शांत झील में गिराया जाता है और लहरें 5 cm/s की गति से वृत्ताकार रूप में घूमती हैं। जिस क्षण वृत्ताकार तरंग की त्रिज्या 8 cm है, उस समय बंद क्षेत्र कितनी तेजी से बढ़ रहा है?

**(a)**  $80\pi \text{ cm}^2/\text{s}$

**(b)**  $70\pi \text{ cm}^2/\text{s}$

**(c)**  $90\pi \text{ cm}^2/\text{s}$

**(d)**  $50\pi \text{ cm}^2/\text{s}$



**8. A stone is dropped into a quiet lake and waves move in circles at a speed of 4cm per second. At the instant, when the radius of the circular wave is 10 cm, how fast is the enclosed area increasing?**

एक पत्थर को एक शांत झील में गिराया जाता है और लहरें 4 cm प्रति सेकंड की गति से वृत्ताकार रूप में घूमती हैं। जिस क्षण वृत्ताकार तरंग की त्रिज्या 10 cm है, उस समय बंद क्षेत्र कितनी तेजी से बढ़ रहा है?

**(a)**  $80\pi \text{ cm}^2/\text{s}$

**(b)**  $70\pi \text{ cm}^2/\text{s}$

**(c)**  $90\pi \text{ cm}^2/\text{s}$

**(d)**  $50\pi \text{ cm}^2/\text{s}$

**9.** The radius of a circle is increasing at the rate of 0.7 cm/s. What is the rate of increase of its circumference?

एक वृत्त की त्रिज्या 0.7 cm/s की दर से बढ़ रही है। इसकी परिधि की वृद्धि की दर क्या है?

(a)  $1.4\pi$  cm/s

(b)  $2\pi$  cm/s

(c)  $2.4\pi$  cm/s

(d)  $1.2\pi$  cm/s



**10.** The length  $x$  of a rectangle is decreasing at the rate of 5 cm/minute and the width  $y$  is increasing at the rate of 4 cm/minute. When  $x = 8\text{cm}$  and  $y = 6\text{cm}$  find the rates of change of (a) the perimeter, and (b) the area of the rectangle.

एक आयत की लंबाई  $x$  5 cm/मिनट की दर से घट रही है और चौड़ाई  $y$  4 cm/मिनट की दर से बढ़ रही है। जब  $x = 8\text{cm}$  और  $y = 6\text{cm}$  हो तो (a) परिधि और (b) आयत के क्षेत्रफल में परिवर्तन की दर ज्ञात करें।

(a)  $-2.5 \text{ cm/min}$

(b)  $-3 \text{ cm/min}$

(c)  $-2 \text{ cm/min}$

(d)  $-1.5 \text{ cm/min}$



**11.** The length  $x$  of a rectangle is decreasing at the rate of 5 cm/minute and the width  $y$  is increasing at the rate of 4 cm/minute. When  $x = 8\text{cm}$  and  $y = 6\text{cm}$  find the rates of change of (a) the perimeter, and (b) the area of the rectangle.

एक आयत की लंबाई  $x$  5 सेमी/मिनट की दर से घट रही है और चौड़ाई  $y$  4 सेमी/मिनट की दर से बढ़ रही है। जब  $x = 8$  सेमी और  $y = 6$  सेमी हो, तो (a) परिधि और (b) आयत के क्षेत्रफल में परिवर्तन की दर ज्ञात करें।

(a)  $3 \text{ cm}^2/\text{min}$

(b)  $2 \text{ cm}^2/\text{min}$

(c)  $4 \text{ cm}^2/\text{min}$

(d)  $5 \text{ cm}^2/\text{min}$



**12.** The length  $x$  of a rectangle is decreasing at the rate of 3 cm/minute and the width  $y$  is increasing at the rate of 2cm/minute. When  $x = 10\text{cm}$  and  $y = 6\text{cm}$  find the rates of change of (a) the perimeter and (b) the area of the rectangle.

एक आयत की लंबाई  $x$  3 सेमी/मिनट की दर से घट रही है और चौड़ाई  $y$  2 सेमी/मिनट की दर से बढ़ रही है। जब  $x = 10$  सेमी और  $y = 6$  सेमी हो, तो (a) परिधि और (b) आयत के क्षेत्रफल में परिवर्तन की दर ज्ञात करें।

(a)  $-2.5 \text{ cm/min}$

(b)  $-3 \text{ cm/min}$

(c)  $-2 \text{ cm/min}$

(d)  $-1.5 \text{ cm/min}$



**13.** A balloon, which always remains spherical on inflation, is being inflated by pumping in 900 cubic centimetres of gas per second. Find the rate at which the radius of the balloon increases when the radius is 15 cm.

एक गुब्बारा, जो फुलाने पर हमेशा गोलाकार रहता है, प्रति सेकंड 900 घन सेंटीमीटर गैस पंप करके फुलाया जा रहा है। त्रिज्या 15 सेमी होने पर गुब्बारे की त्रिज्या बढ़ने की दर ज्ञात कीजिए।

(a)  $\frac{1}{\pi} \text{ cm/s}$

(b)  $\pi \text{ cm/s}$

(c)  $\frac{1}{2\pi} \text{ cm/s}$

(d)  $2\pi \text{ cm/s}$



**14.** A balloon, which always remains spherical has a variable radius. Find the rate at which its volume is increasing with the radius when the latter is 10 cm.

एक गुब्बारा, जो हमेशा गोलाकार रहता है, उसकी त्रिज्या परिवर्तनशील होती है। त्रिज्या 10 सेमी होने पर इसका आयतन किस दर से बढ़ रहा है, यह ज्ञात कीजिए।

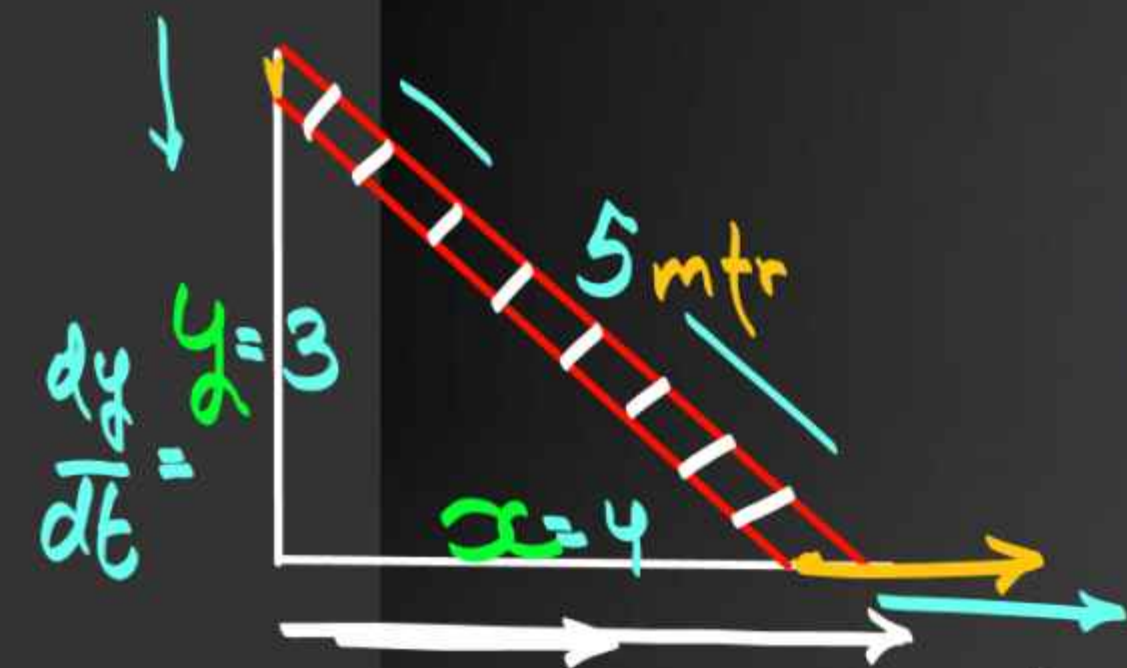
(a)  $400 \pi \text{ cm}^3/\text{cm}$

(b)  $350 \text{ cm}^3/\text{cm}$

(c)  $500 \pi \text{ cm}^3/\text{cm}$

(d) None of these





its height on the wall decreasing when the foot of the ladder is 4 m away from the wall?

5 मीटर लंबी एक सीढ़ी दीवार से टिकी हुई है। सीढ़ी के निचले हिस्से को दीवार से दूर, ज़मीन के साथ 2 सेमी/सेकंड की दर से खींचा जाता है। जब सीढ़ी का पैर दीवार से 4 मीटर दूर है, तो दीवार पर इसकी ऊंचाई कितनी तेज़ी से घट रही है?

$$\frac{dx}{dt} = 2 \text{ cm/s}$$

$$x^2 + y^2 = 5^2$$

$$2x \frac{dx}{dt} + 2y \frac{dy}{dt} = 0$$

$$2 \times 4 \times 2 + 2 \times 3 \frac{dy}{dt} = 0$$

$$6 \frac{dy}{dt} = -16$$

(a)  $\frac{8}{7} \text{ cm/s}$

(b)  $\frac{8}{5} \text{ cm/s}$

(c)  $\frac{8}{3} \text{ cm/s}$

(d)  $\frac{8}{9} \text{ cm/s}$

$$\frac{dy}{dt} = -\frac{16}{6} = -\frac{8}{3} \text{ cm/s}$$



**16.** A balloon, which always remains spherical, has a variable diameter  $\frac{3}{2}(2x + 1)$  Find the rate of change of its volume with respect to  $x$ .

एक गुब्बारा, जो हमेशा गोलाकार रहता है, उसका व्यास  $\frac{3}{2}(2x + 1)$  है।  $x$  के सापेक्ष इसके आयतन में परिवर्तन की दर ज्ञात कीजिए।

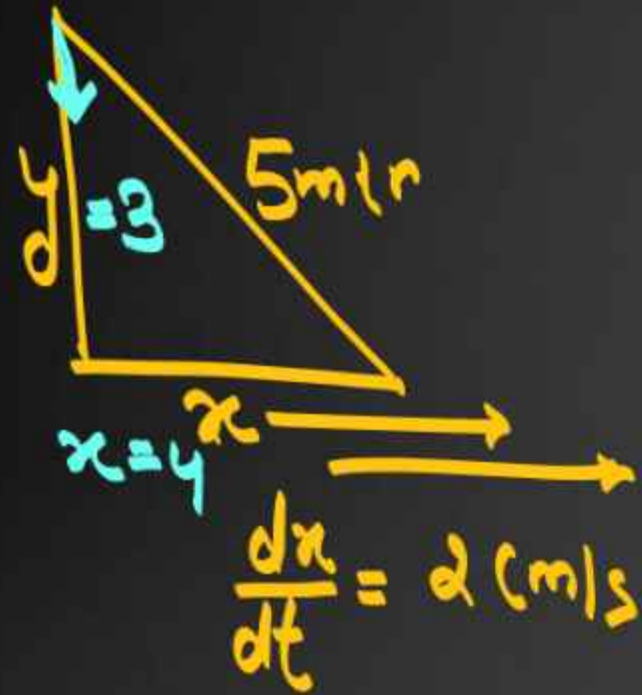
(a)  $\frac{27}{8} \pi$

(b)  $\pi(2x + 1)^2$

(c)  $\frac{27}{8} \pi(2x + 1)^2$

(d)  $\frac{\pi}{8}(2x + 1)^2$

**17.** A ladder 5 m long is leaning against a wall. The bottom of the ladder is pulled along the ground, away from the wall, at the rate of 2cm/s. How fast is its height on the wall decreasing when the foot of the ladder is 4 m away from the wall?



$$x^2 + y^2 = 5^2$$

$$2x \cdot \frac{dx}{dt} + 2y \cdot \frac{dy}{dt} = 0$$

5 मीटर लंबी एक सीढ़ी दीवार के सहारे टिकी हुई है। सीढ़ी का निचला हिस्सा दीवार से दूर, 2 सेमी/सेकेंड की दर से ज़मीन के साथ खींचा जाता है। जब सीढ़ी का पैर दीवार से 4 मीटर दूर होता है, तो दीवार पर इसकी ऊंचाई कितनी तेज़ी से घट रही है?



18. The radius of an air bubble is increasing at the rate of  $\frac{1}{2}$  cm/s. At what rate is the volume of the bubble increasing when the radius is 1 cm?

एक हवा के बुलबुले की त्रिज्या  $\frac{1}{2}$  सेमी/सेकेंड की दर से बढ़ रही है। जब त्रिज्या 1 सेमी है, तो बुलबुले का आयतन किस दर से बढ़ रहा है?

$$\frac{dr}{dt} = \frac{1}{2} \text{ cm/sec}$$

$$r=1$$

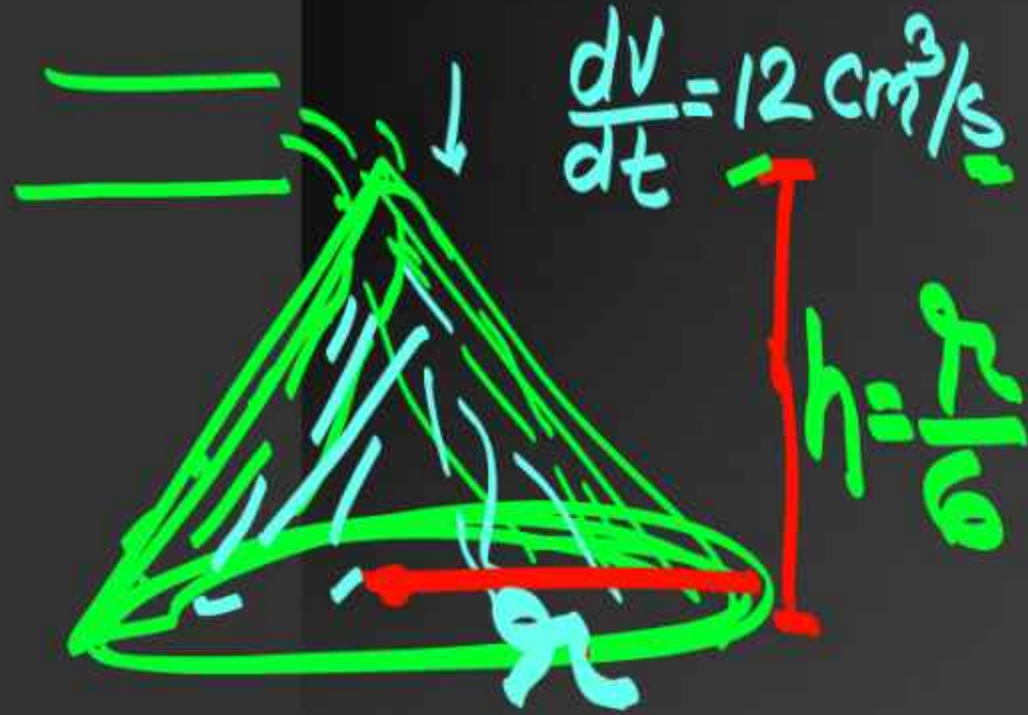
गोला का आयतन  
 $\Rightarrow \frac{4}{3} \pi r^3$

$$\begin{aligned} \frac{dV}{dt} &\Rightarrow \frac{d}{dt} \left( \frac{4}{3} \pi r^3 \right) \\ &\Rightarrow \frac{4}{3} \pi \cdot 3r^2 \cdot \frac{dr}{dt} \\ &\Rightarrow \frac{4}{3} \pi \cdot \cancel{3} \times 1 \times 1 \times \frac{1}{2} \\ &\Rightarrow 2\pi \text{ cm}^3/\text{s} \end{aligned}$$



cone increasing when the height is 4 cm?

एक पाइप से  $12 \text{ सेमी}^3/\text{सेकेंड}$  की दर से रेत गिर रही है, गिरती रेत ज़मीन पर इस तरह से एक शंकु बनाती है कि शंकु की ऊंचाई हमेशा आधार की त्रिज्या का छठा हिस्सा होती है। जब ऊंचाई 4 सेमी है, तो रेत के शंकु की ऊंचाई कितनी तेजी से बढ़ रही है?



$$r = 6h$$

$$\frac{dV}{dt} = \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{3} \pi r^2 h \right)$$

$$= \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{3} \pi \cancel{6}^2 h \times 6h \times h \right)$$

$$\Rightarrow \frac{d}{dt} (12\pi h^3)$$

$$\frac{dr}{dt}$$

$$12 = 12\pi \cancel{3}^2 h^2 \cdot \frac{dh}{dt}$$

$$\frac{1}{\pi \times 3 h^2} = \frac{dh}{dt}$$

$$\frac{dh}{dt} \Rightarrow \frac{1}{48\pi} \text{ cm/s}$$

$$\frac{dh}{dt} = ?$$



**20.** The rate of change of the area of a circle with respect to its radius  $r$  at  $r = 6$  cm is.

$r = 6$  सेमी पर इसकी त्रिज्या  $r$  के संबंध में एक वृत्त के क्षेत्रफल में परिवर्तन की दर है।

(a)  $10\pi$

(b)  $12\pi$

(c)  $8\pi$

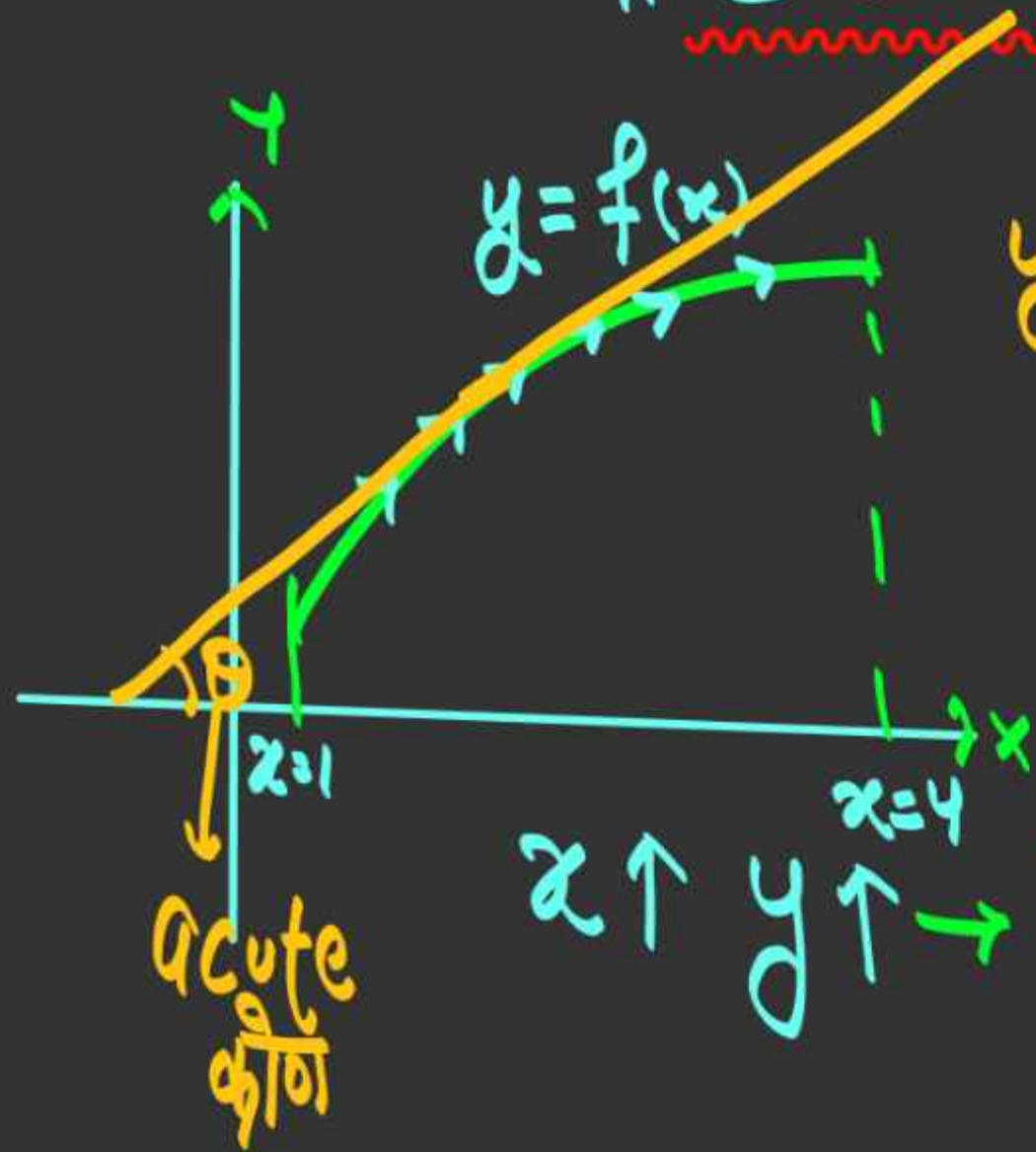
(d)  $11\pi$

$$\frac{dA}{dr} \Rightarrow \frac{d(\pi r^2)}{dr}$$

$$\frac{dA}{dr} = \pi \cdot 2r = 2\pi r$$

at  $r = 6$   
 $12\pi$

# # Increasing & decreasing function -



$$y = f(x) =$$

$$\frac{dy}{dx}$$

$$f'(x) \geq 0$$

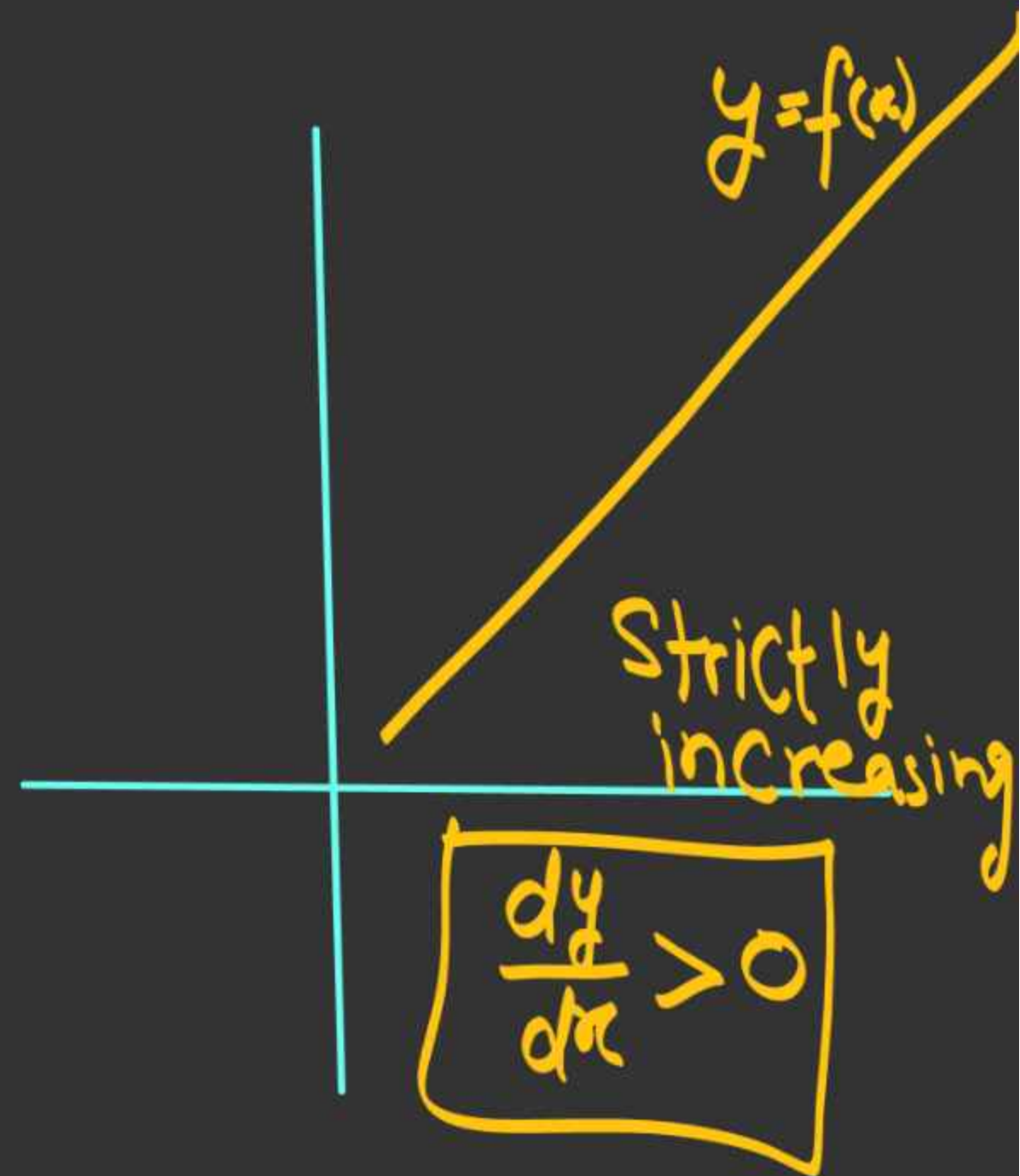
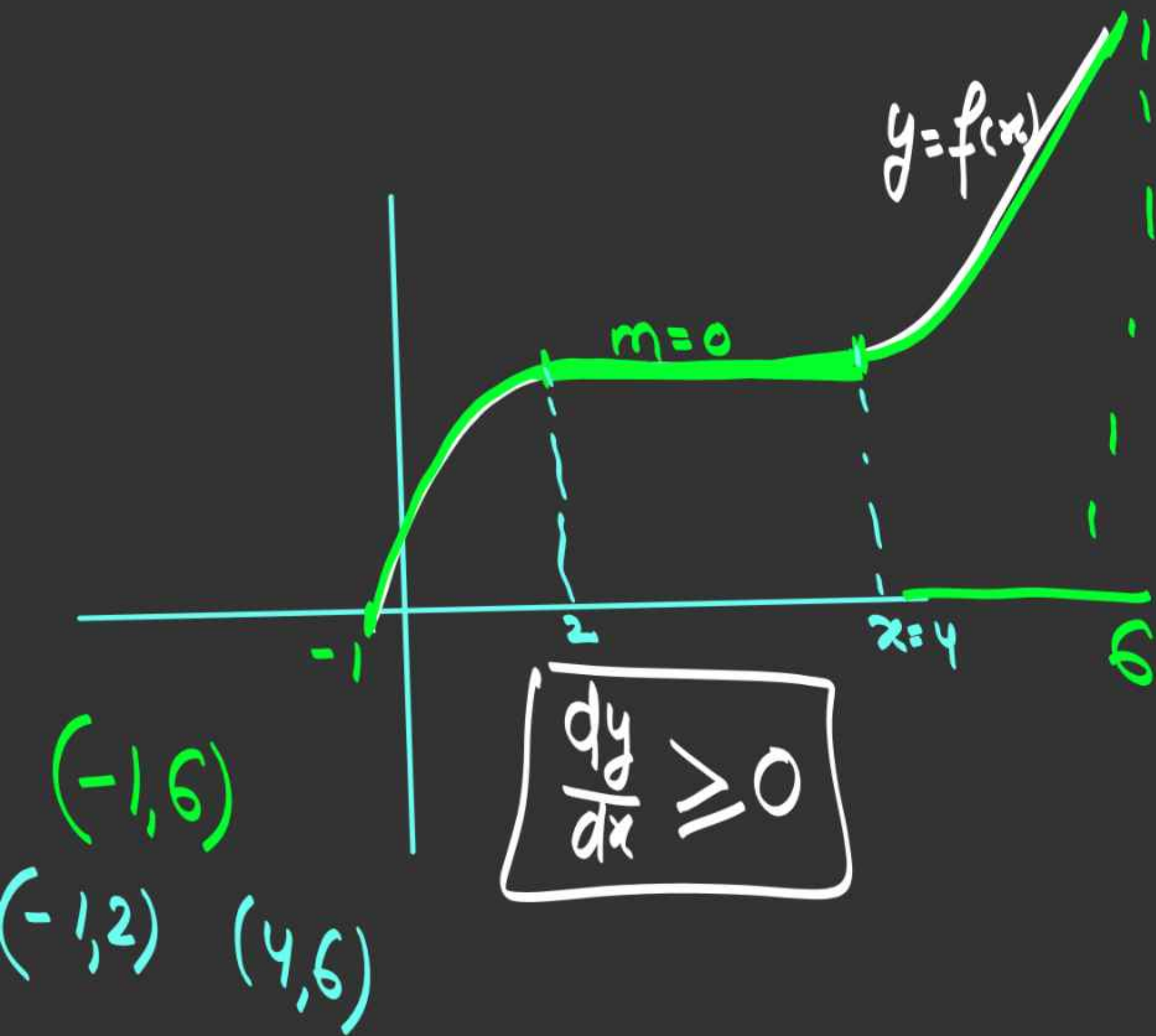
increasing

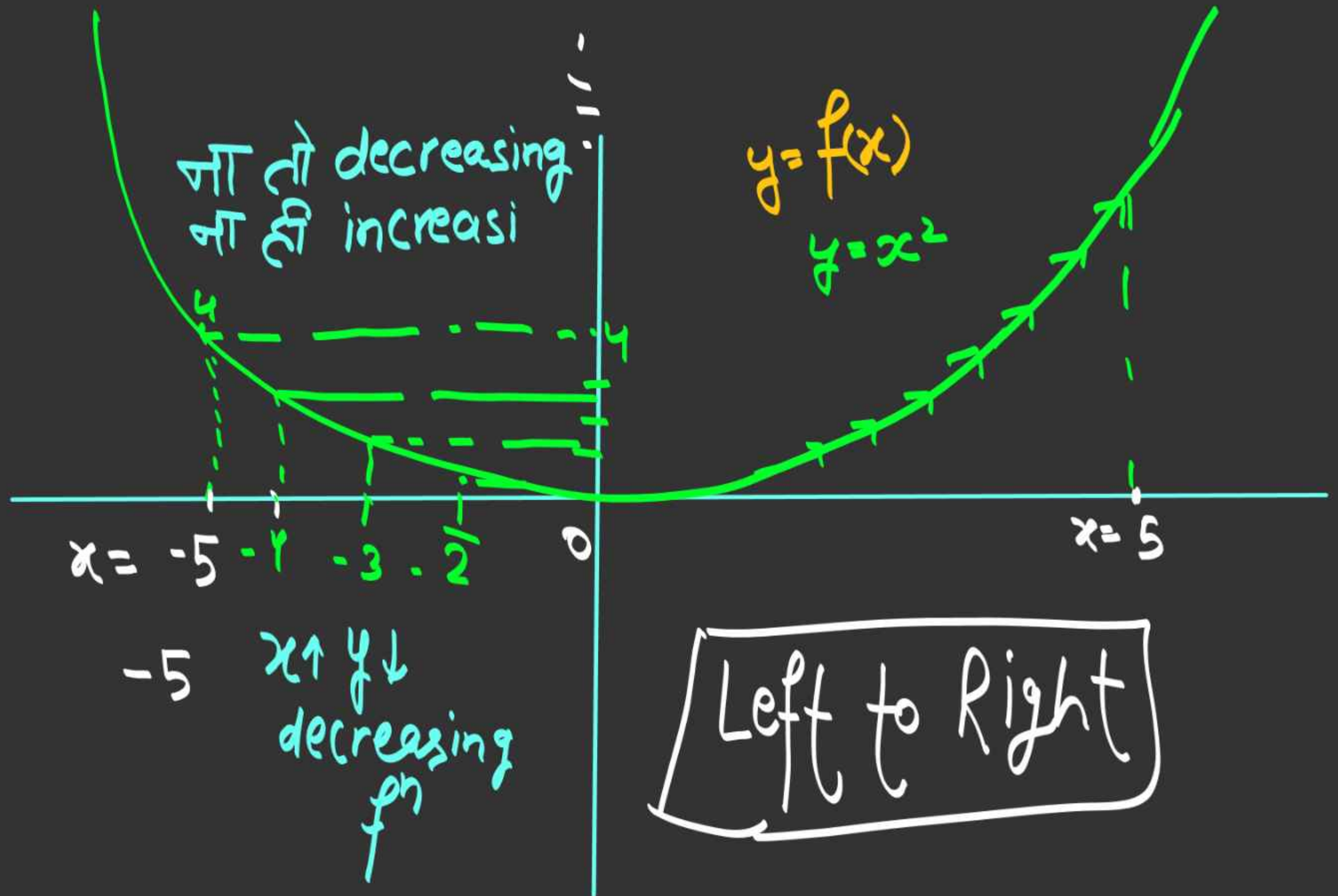
$$f'(x) > 0$$

Strictly increasing

$x \uparrow y \uparrow \rightarrow$  increasing  $f^n$

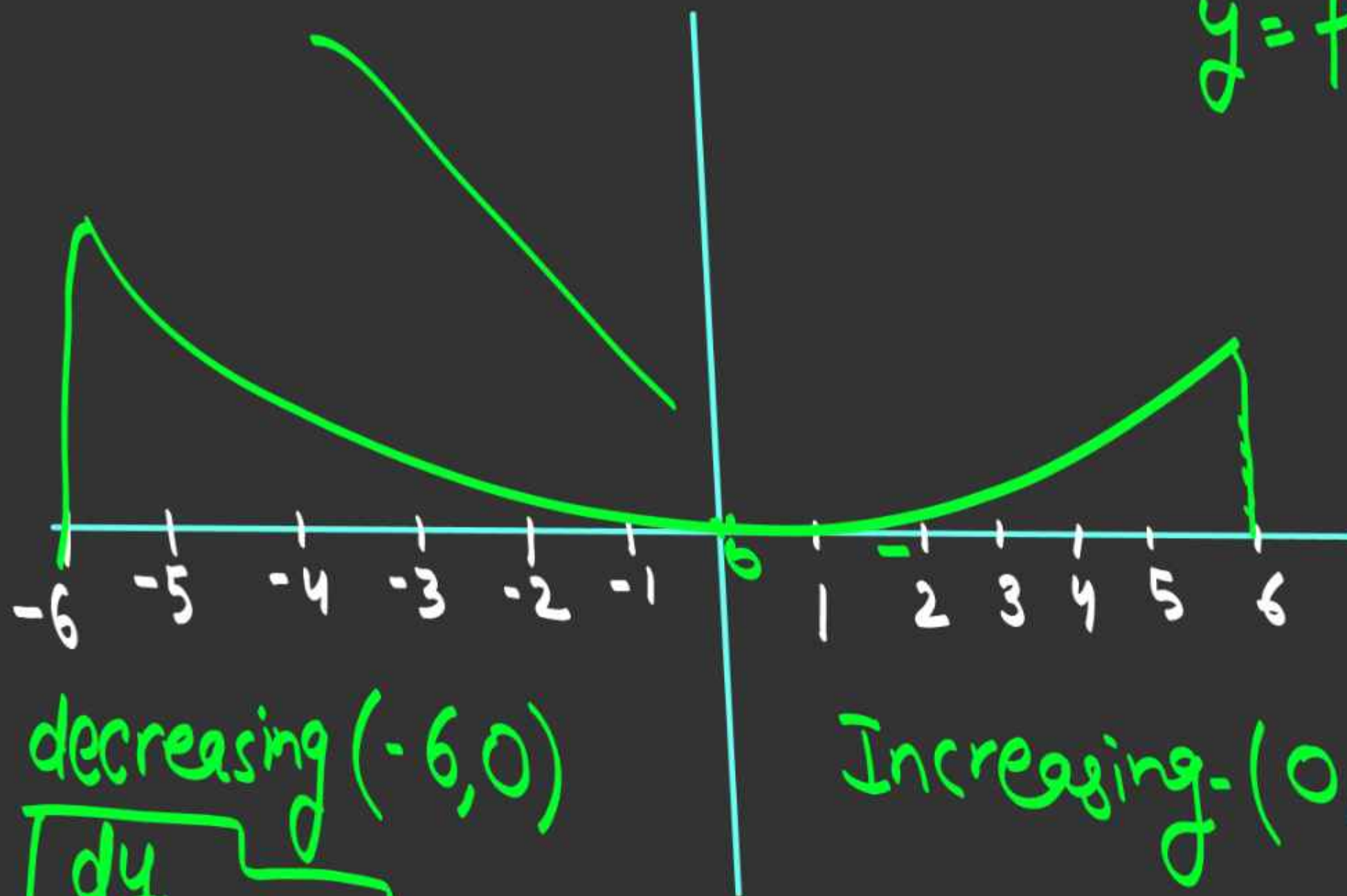








$$y = f(x)$$



$$\frac{dy}{dx} > 0$$

decreasing  $(-6, 0)$

$$\frac{dy}{dx} < 0$$

Increasing  $(0, 6)$

$$f(x) = 3x + 17$$

किस interval में decreasing  $f^n$  है?

$$f'(x) < 0$$

$$f'(x) < 3$$

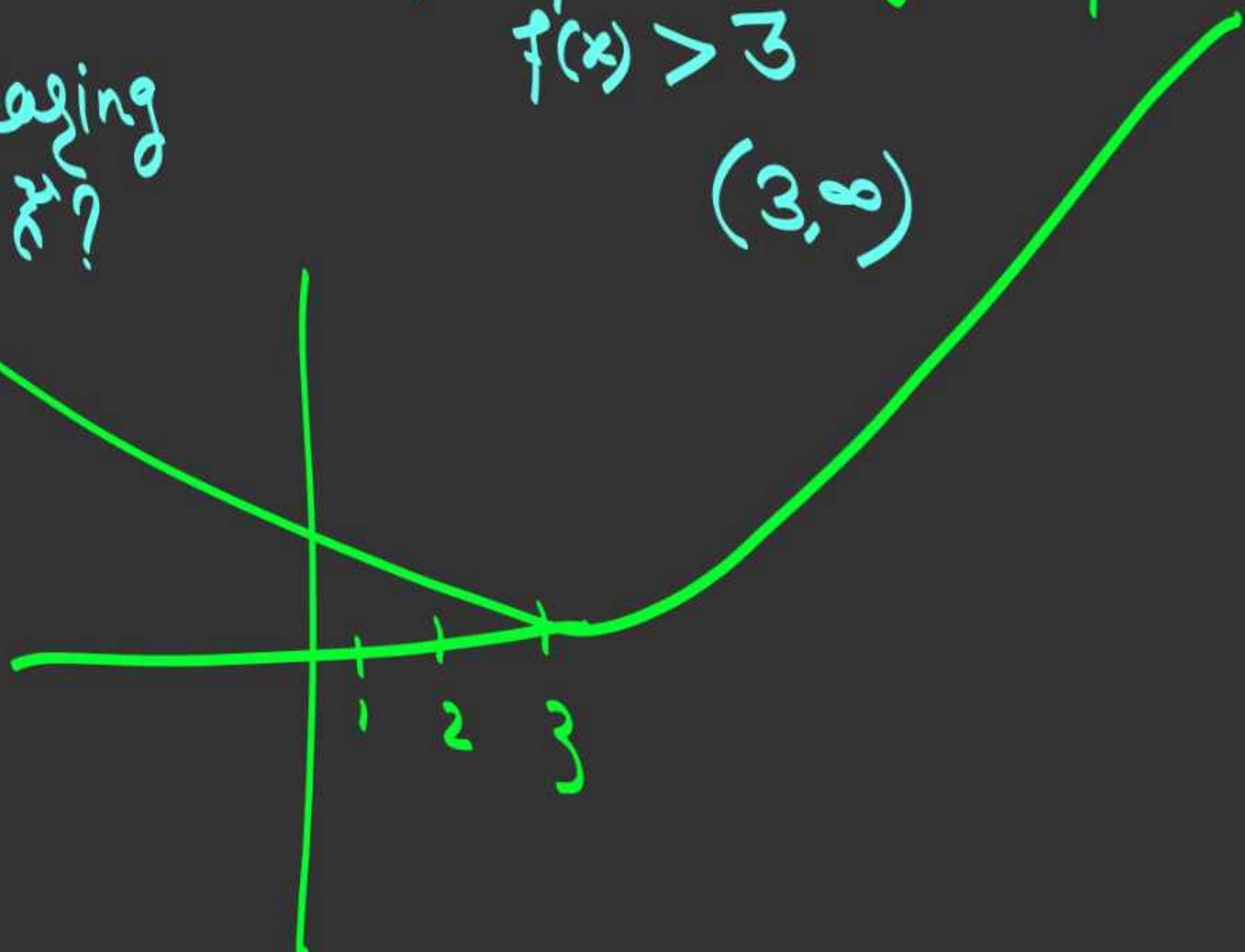
$$(-\infty, 3)$$

$$\rightarrow f(x) = 3x + 17 \rightarrow f'(x) > 0$$

किस interval में increasing  $f^n$  है

$$f'(x) > 3$$

$$(3, \infty)$$





$$f(x) = x^2 + 2x + 5$$

किस अन्तराल पर  
decreasing है?

$$f'(x) < 0$$

$$f'(x) = 2x + 2$$

$$2x + 2 < 0$$

$$2x < -2$$

$$x < -1$$

$(-\infty, -1)$

$$f(x) = x^2 + 2x - 5$$

किस अन्तराल पर सब increasing  $f'$  है?

$$f'(x) > 0$$

$$f'(x) = (2x + 2)$$

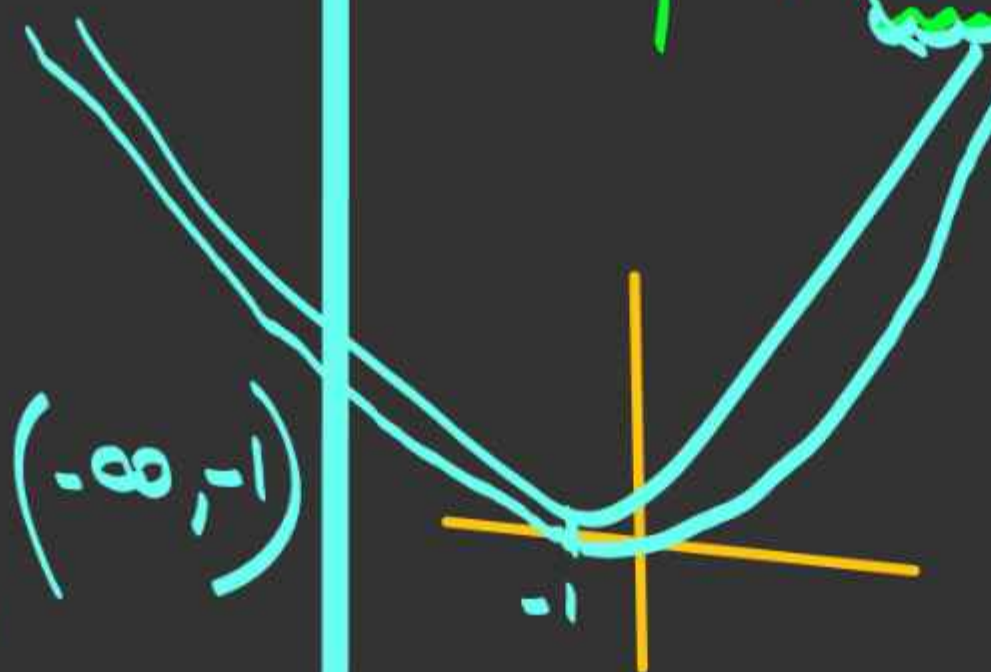
$$2x + 2 > 0$$

$$2x > -2$$

$$x > -\frac{2}{2}$$

$$x > -1$$

$(-1, \infty)$



decreasing

$$\frac{dy}{dx} < 0$$

$$-9 - 2x < 0$$

$$-2x < 9$$

$$2x > -9$$

$$\Rightarrow \boxed{x > -\frac{9}{2}}$$

$$\left(-\frac{9}{2}, 8\right)$$

$$f(x) = y = 6 - 9x - x^2$$

किस अन्तराल पर  $y$  increasing  $f^n$  है?

$$\frac{dy}{dx} = 0 - 9 - 2x$$

for increasing  $f^n \rightarrow \frac{dy}{dx} > 0$

$$-9 - 2x > 0$$

$$-2x > 9$$

$$2x < -9$$

$$\boxed{x < -\frac{9}{2}}$$

$$\left(-\infty, -\frac{9}{2}\right)$$