DSSSB TGT PART(A+B)

MATHS

CALCULUS

(LIMITS & CONTINUITY)

Part -6

LIVE STREAMING

06/06/2024 04:30PM

Application of Derivates :-

⇒ Rate of change of quantity

⇒ To check increasing & decreasing f^n

Rate of Change of quantity :-

क्षेत्रफल, त्रिज्या पर depend करे

dA → Little change in Area

dr → Little change in radius

$A = f(r)$

$A = \pi r^2$

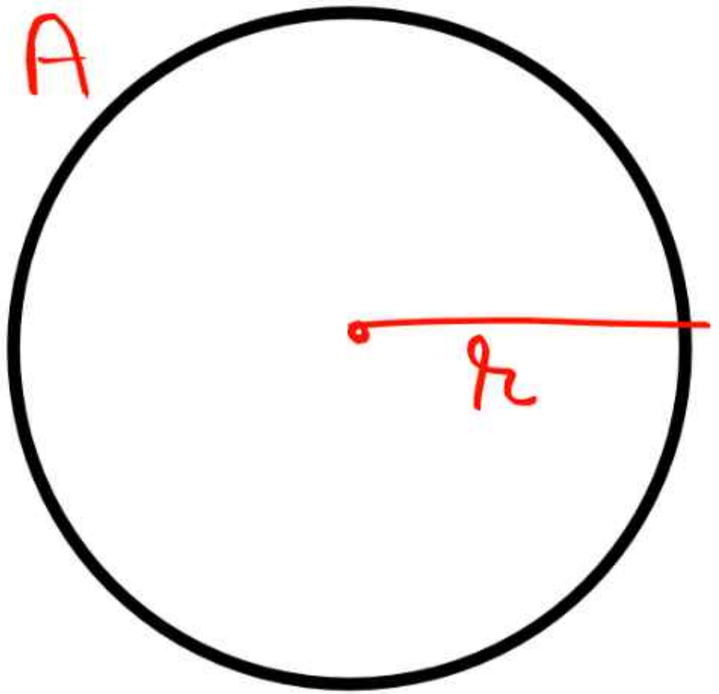
$\frac{dA}{dr} = \pi 2r \Rightarrow 2\pi r$

$y = f(x)$

$\frac{dy}{dx} = f'(x) \cdot \frac{dx}{dx}$

$A = f(r)$

$r \uparrow \downarrow$ $A \Uparrow \downarrow$



$A = f(a)$

$a \uparrow \downarrow$ $A \uparrow \downarrow$

a

Rate of change of quantity →

$$\int_1^2 x^3\,dx \Rightarrow \frac{x^4}{4}\Big|_1^2 = \left(\frac{2^4}{4} - \frac{1^4}{4}\right)$$

$$\frac{15}{4}$$

$$\int_2^3 3x^4\,dx = \frac{3x^5}{5}\Big|_2^3 \Rightarrow \frac{3\times 3^5}{5} - \frac{3\times 2^5}{5}$$

$$\frac{729}{5} - \frac{96}{5} \Rightarrow \frac{633}{5}$$

Derivatives For Application

$A = \pi r^2$

$\frac{dA}{dr} = \pi 2r$

$\Rightarrow 2\pi r \text{ at } r=5$

$\Rightarrow 10\pi \text{ cm}^2/\text{cm}$

1. Find the rate of change of the area of a circle with respect to its radius r when r = 5cm.

जब r = 5 सेमी हो, तो वृत्त की त्रिज्या r के सापेक्ष क्षेत्रफल में परिवर्तन की दर ज्ञात कीजिए।

(a) $10\pi\ cm^2/cm$

(b) $12\pi\ cm^2/cm$

(c) $20\pi\ cm^2/cm$

(d) $24\pi\ cm^2/cm$

2. Find the rate of change of the area of a circle with respect to its radius r when

जब r = 3 सेमी हो, तो वृत्त की त्रिज्या r के सापेक्ष क्षेत्रफल में परिवर्तन की दर ज्ञात कीजिए

(a) r = 3cm

(b) r = 4cm

$\frac{dA}{dr} \Rightarrow \frac{d}{dr}(\pi r^2)$

$\Rightarrow 2\pi r$ at $r=3$

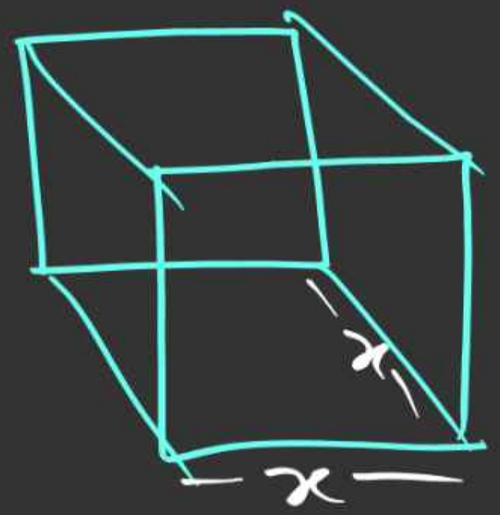
$\Rightarrow 6\pi$

$6\pi \text{ cm}^2/\text{cm}$

8π at $r=4$

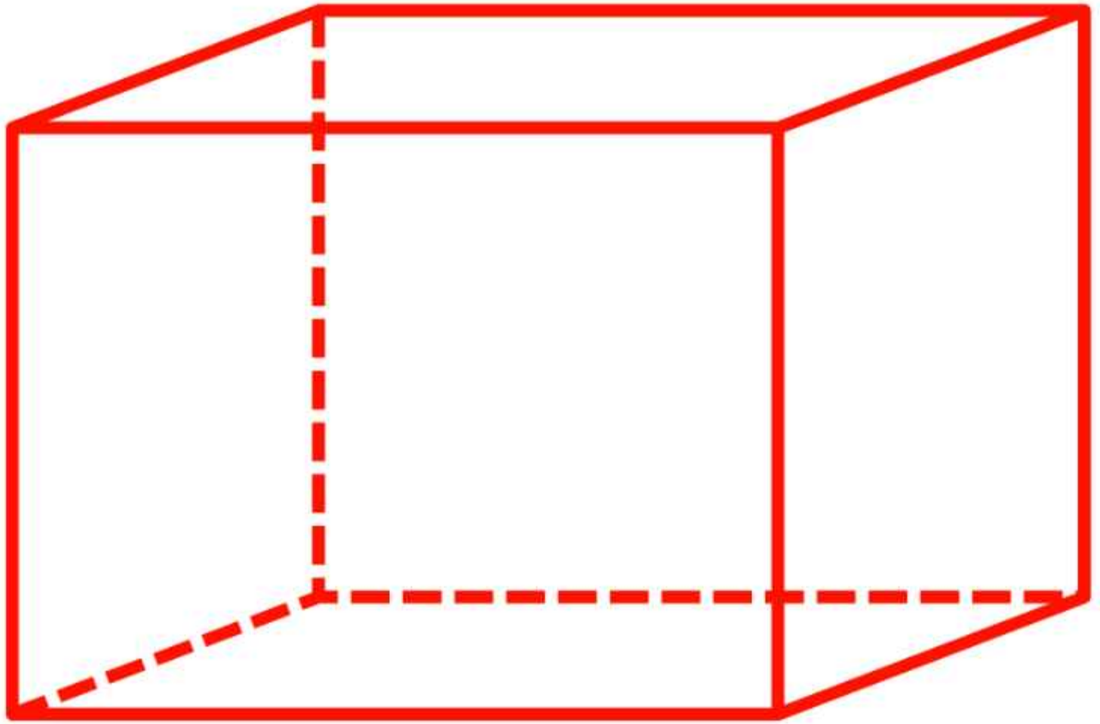
$8\pi \text{ cm}^2/\text{cm}$

$V = x^3$



Rate of change of Volume w.r.t. Side (x)

$\Rightarrow \frac{dV}{dx}$



of an edge is 12 cm.

एक घन का आयतन 8 cm^3/s की दर से बढ़ रहा है। जब किनारे की लंबाई 12' सेमी हो, तो सतही क्षेत्रफल कितनी तेजी से बढ़ रहा है?

(a) $\frac{8}{5}\ cm^2/s$ (b) $\frac{8}{3}\ cm^2/s$

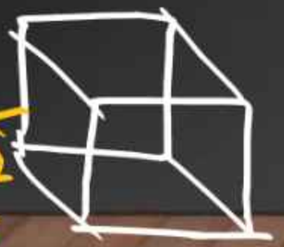
(c) $\frac{9}{4}\ cm^2/s$ (d) $\frac{8}{7}\ cm^2/s$

$\frac{dV}{dt} \Rightarrow 8\ cm^3/s$

$V = x^3$

$\frac{dV}{dt} = \frac{d(x^3)}{dt} \cdot \frac{dx}{dt}$

Surface Area $\Rightarrow 6x^2$ (A)



$x = 12$

$\frac{dA}{dt} = \frac{d(6x^2)}{dt} \cdot \frac{dx}{dt}$

$8 = 3x^2 \cdot \frac{dx}{dx}$

$\frac{dx}{dx} = \frac{8}{3x^2}$

$\frac{dA}{dt} \Rightarrow 12x \cdot \frac{dx}{dx}$

at $x = 12$

$\Rightarrow 12x \cdot \frac{8}{3x^2} \Rightarrow \frac{32}{x} \Rightarrow \frac{32}{12} \Rightarrow \frac{8}{3}\ cm^2/s$

$\frac{dV}{dt} = 9\ cm^3/s$

$V = x^3$

$\frac{dV}{dt} = \frac{d}{dt}(x^3) \cdot \frac{dx}{dt}$

$9 = 3x^2 \cdot \frac{dx}{dt}$

$\frac{dx}{dt} = \frac{3}{x^2}$

Surface Area $(A) = 6x^2$

$\frac{dA}{dt} = \frac{d}{dt}(6x^2) \cdot \frac{dx}{dt}$

$\Rightarrow 12x \cdot \frac{3}{x^2} = \frac{36}{x}$

at $x = 10\ cm \Rightarrow 3.6$

4. The volume of a cube is increasing at a rate of 9 cubic centimetres per second. How fast is the surface area increasing when the length of an edge is 10 centimetres ?

एक घन का आयतन 9 घन सेंटीमीटर प्रति सेकंड की दर से बढ़ रहा है। जब किनारे की लंबाई 10 सेंटीमीटर हो तो सतही क्षेत्रफल कितनी तेजी से बढ़ रहा है?

(a) $5.4\ cm^2/s$ (b) $2.4\ cm^2/s$

(c) $3.6\ cm^2/s$ (d) $7.2\ cm^2/s$

$\frac{dr}{dt} = 3\ cm/s$

5. The radius of a circle is increasing uniformly at the rate of 3 cm/s. Find the rate at which the area of the circle is increasing when the radius is 10 cm.

एक वृत्त की त्रिज्या 3 cm/s की दर से समान रूप से बढ़ रही है। त्रिज्या 10 cm होने पर वृत्त का क्षेत्रफल किस दर से बढ़ रहा है, यह ज्ञात कीजिए।

(a) $40\ \pi\ cm^2/s$ (b) $50\ \pi\ cm^2/s$

(c) $60\ \pi\ cm^2/s$ (d) $48\pi\ cm^2/s$

$A = \pi r^2$

$\frac{dA}{dt} = \frac{d(\pi r^2)}{dt} \cdot \frac{dr}{dt}$

$\Rightarrow \pi \cdot 2r \times 3$

$\frac{dA}{dt} = 6\pi r\ cm^2/s$

at $r = 10\ cm$

$\frac{dA}{dt} = 60\pi\ cm^2/s$

6. An edge of a variable cube is increasing at the rate of 3 cm/s. How fast is the volume of the cube increasing when the edge is 10 cm long?

एक परिवर्तनशील घन का किनारा 3 cm/s की दर से बढ़ रहा है। जब किनारा 10 cm लंबा हो तो घन का आयतन कितनी तेजी से बढ़ रहा है?

(a) $800\ cm^3/s$ (b) $900\ cm^3/s$

(c) $750\ cm^2/s$ (d) $690\ cm^3/s$

$\frac{dx}{dt} = 3\ cm/s$

$V = x^3$

$\frac{dv}{dt} = \frac{d(x^3)}{dt} \cdot \frac{dx}{dt}$

$\Rightarrow 3x^2 \cdot 3$

$\Rightarrow 9x^2\ cm^3/s$

at $x = 10$

$\frac{dv}{dt} \Rightarrow 9 \times 10 \times 10 \Rightarrow 900$

$\frac{dr}{dt} = 5\ cm/sec$

7. A stone is dropped into a quiet lake and waves move in circles at the speed of 5 cm/s. At the instant when the radius of the circular wave is 8 cm, how fast is the erfclosed area increasing?

एक पत्थर को एक शांत झील में गिराया जाता है और लहरें 5 cm/s की गति से वृत्ताकार रूप में घूमती हैं। जिस क्षण वृत्ताकार तरंग की त्रिज्या 8 cm है, उस समय बंद क्षेत्र कितनी तेजी से बढ़ रहा है? $r = 8$

$A = \pi r^2$

$\frac{dA}{dt} = \frac{d(\pi r^2)}{dt} \cdot \frac{dr}{dt}$

$\Rightarrow \pi 2r \cdot 5$

$\frac{dA}{dt} \Rightarrow 10\pi r\ cm^2/s$

at $r = 8$

$\frac{dA}{dt} = 80\pi\ cm^2/s$

(a) $80\pi\ cm^2/s$

(b) $70\pi\ cm^2/s$

(c) $90\pi\ cm^2/s$

(d) $50\pi\ cm^2/s$

$\frac{dr}{dt} = 4\ cm/s$

8. A stone is dropped into a quiet lake and waves move in circles at a speed of 4cm per second. At the instant, when the radius of the circular wave is 10 cm, how fast is the enclosed area increasing?

एक पत्थर को एक शांत झील में गिराया जाता है और लहरें 4 cm प्रति सेकंड की गति से वृत्ताकार रूप में घूमती हैं। जिस क्षण वृत्ताकार तरंग की त्रिज्या 10 cm है, उस समय बंद क्षेत्र कितनी तेजी से बढ़ रहा है?

(a) $80\pi\ cm^2/s$
(b) $70\pi\ cm^2/s$
(c) $90\pi\ cm^2/s$
(d) $50\pi\ cm^2/s$

$A = \pi r^2$

$\frac{dA}{dt} = \frac{d(\pi r^2)}{dt} \cdot \frac{dr}{dt}$

$\Rightarrow \pi \cdot 2r \cdot 4$

$\Rightarrow 8\pi r\ cm^2/s$

at $r = 10\ cm$

$\frac{dA}{dt} = 80\pi\ cm^2/s$

9. The radius of a circle is increasing at the rate of 0.7 cm/s. What is the rate of increase of its circumference?

एक वृत्त की त्रिज्या 0.7 cm/s की दर से बढ़ रही है। इसकी परिधि की वृद्धि की दर क्या है?

(a) $1.4\pi\ cm/s$ (b) $2\pi\ cm/s$

(c) $2.4\pi\ cm/s$ (d) $1.2\pi\ cm/s$

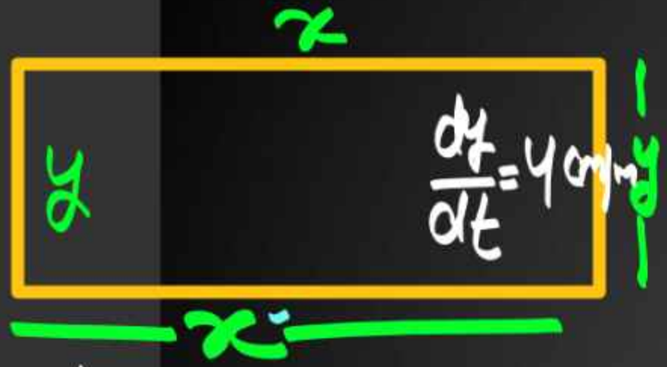
$\frac{dr}{dt} = 0.7\ cm/s$

$C = 2\pi r$

$\frac{dC}{dt} = \frac{d}{dt}(2\pi r)\cdot\frac{dr}{dt}$

$\Rightarrow 2\pi \times 0.7$

$\Rightarrow 1.4\pi\ cm/s$



$\frac{dx}{dt} = -5$ cm/min

परिमाप $P = 2x + 2y$

$\frac{dP}{dt} = 2\frac{dx}{dt} + 2\frac{dy}{dt}$

$\Rightarrow 2(-5) + 2(4)$

$= -10 + 8$

$\frac{dP}{dt} \Rightarrow -2$ cm/min

10. The length x of a rectangle is decreasing at the rate of 5 cm/minute and the width y is increasing at the rate of 4 cm/minute. When x = 8cm and y = 6cm find the rates of change of (a) the perimeter,

एक आयत की लंबाई x 5 cm/मिनट की दर से घट रही है और चौड़ाई y 4 cm/मिनट की दर से बढ़ रही है। जब x = 8cm और y = 6cm हो तो (a) परिधि और (b) आयत के क्षेत्रफल में परिवर्तन की दर ज्ञात करें।

(a) $-2.5\ cm/min$ (b) $-3\ cm/min$

(c) $-2\ cm/min$ (d) $-1.5\ cm/min$

11. The length x of a rectangle is decreasing at the rate of 5 cm/minute and the width y is increasing at the rate of 4 cm/minute. When x = 8cm and y = 6cm find the rates of change of (a) the perimeter, and (b) the area of the rectangle.

एक आयत की लंबाई x 5 सेमी/मिनट की दर से घट रही है और चौड़ाई y 4 सेमी/मिनट की दर से बढ़ रही है। जब x = 8 सेमी और y = 6 सेमी हो, तो आयत के क्षेत्रफल में परिवर्तन की दर ज्ञात करें।

(a) $3\ cm^2/min$ (b) $2\ cm^2/min$

(c) $4\ cm^2/min$ (d) $5\ cm^2/min$

the perimeter and (b) the area of the rectangle.

$\frac{dx}{dt} = -3\,cm/m$, $\frac{dy}{dt} = 2\,cm/min$ एक आयत की लंबाई x 3 सेमी/मिनट की दर से घट रही है और चौड़ाई y 2 सेमी/मिनट की दर से बढ़ रही है। जब x = 10 सेमी और y = 6 सेमी हो, तो (a) परिधि और (b) आयत के क्षेत्रफल में परिवर्तन की दर ज्ञात करें।

(a) $-2.5\ cm/min$ (b) $-3\ cm/min$

(c) $-2\ cm/min$ (d) $-1.5\ cm/min$

$P = 2x + 2y$

$\frac{dP}{dt} \Rightarrow 2\cdot\frac{dx}{dt} + 2\frac{dy}{dt}$

$\rightarrow 2(-3) + 2\times 2$

$\rightarrow -6 + 4$

$\frac{dP}{dt} \Rightarrow -2\,cm/min$

$A = x \cdot y$

$\frac{dA}{dt} \Rightarrow \frac{dx}{dt}\cdot y + x\cdot\frac{dy}{dt}$

$= +2\,cm^2/min$

13. A balloon, which always remains spherical on inflation, is being inflated by pumping in 900 cubic centimetres of gas per second. Find the rate at which the radius of the balloon increases when the radius is 15 cm.

एक गुब्बारा, जो फुलाने पर हमेशा गोलाकार रहता है, प्रति सेकंड 900 घन सेंटीमीटर गैस पंप करके फुलाया जा रहा है। त्रिज्या 15 सेमी होने पर गुब्बारे की त्रिज्या बढ़ने की दर ज्ञात कीजिए।

(a) $\frac{1}{\pi}\ cm/s$ (b) $\pi\ cm/s$

(c) $\frac{1}{2\pi}\ cm/s$ (d) $2\pi\ cm/s$

$\frac{dV}{dt} = 900\ cm^3/s$

$V = \frac{4}{3}\pi r^3$

$\frac{dV}{dt} = \frac{4}{3}\pi \cdot 3r^2 \cdot \frac{dr}{dt}$

$\frac{900}{4\pi r^2} = \frac{dr}{dt}$

At $r = 15$

$\frac{dr}{dt} = \frac{900}{4\times\pi\times15\times15}$

$\rightarrow \frac{1}{\pi}\ cm/s$

14. A balloon, which always remains spherical has a variable radius. Find the rate at which its volume is increasing with the radius when the later is 10 cm.

एक गुब्बारा, जो हमेशा गोलाकार रहता है, उसकी त्रिज्या परिवर्तनशील होती है। त्रिज्या 10 सेमी होने पर इसका आयतन किस दर से बढ़ रहा है, यह ज्ञात कीजिए।

(a) $400\ \pi\ cm^3/cm$

(b) $350\ cm^3/cm$

(c) $500\ \pi\ cm^3/cm$

(d) None of these

$V = \frac{4}{3}\pi r^3$

$\frac{dV}{dr} = \frac{d}{dr}\left(\frac{4}{3}\pi r^3\right)$

$\Rightarrow \frac{4}{3}\pi \times 3r^2$

$\frac{dV}{dr} \Rightarrow 4\pi r^2 \ cm^3/cm$

at $r = 10\ cm$

$\Rightarrow 400\pi\ cm^3/cm$

16. A balloon, which always remains spherical, has a variable diameter $\frac{3}{2}(2x+1)$ Find the rate of change of its volume with respect to x.

एक गुब्बारा, जो हमेशा गोलाकार रहता है, उसका व्यास $\frac{3}{2}(2x+1)$ है। x के सापेक्ष इसके आयतन में परिवर्तन की दर ज्ञात कीजिए।

(a) $\frac{27}{8}\pi$ (b) $\pi(2x+1)^2$

(c) $\frac{27}{8}\pi(2x+1)^2$ (d) $\frac{\pi}{8}(2x+1)^2$

$2r = \frac{3}{2}(2x+1)$

$r = \frac{3}{4}(2x+1)$

$V = \frac{4}{3}\pi r^3$

$\frac{dv}{dx} = \frac{4}{3}\pi \frac{d}{dx}\left(\frac{3}{4}(2x+1)\right)^3$

$\Rightarrow \frac{4}{3}\pi \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times 3(2x+1)^2 \cdot 2$

$\frac{27\pi}{8}(2x+1)^2$

$r = 3$

$r^3 = 27$