



DSSSB TGT

PART (A+B)



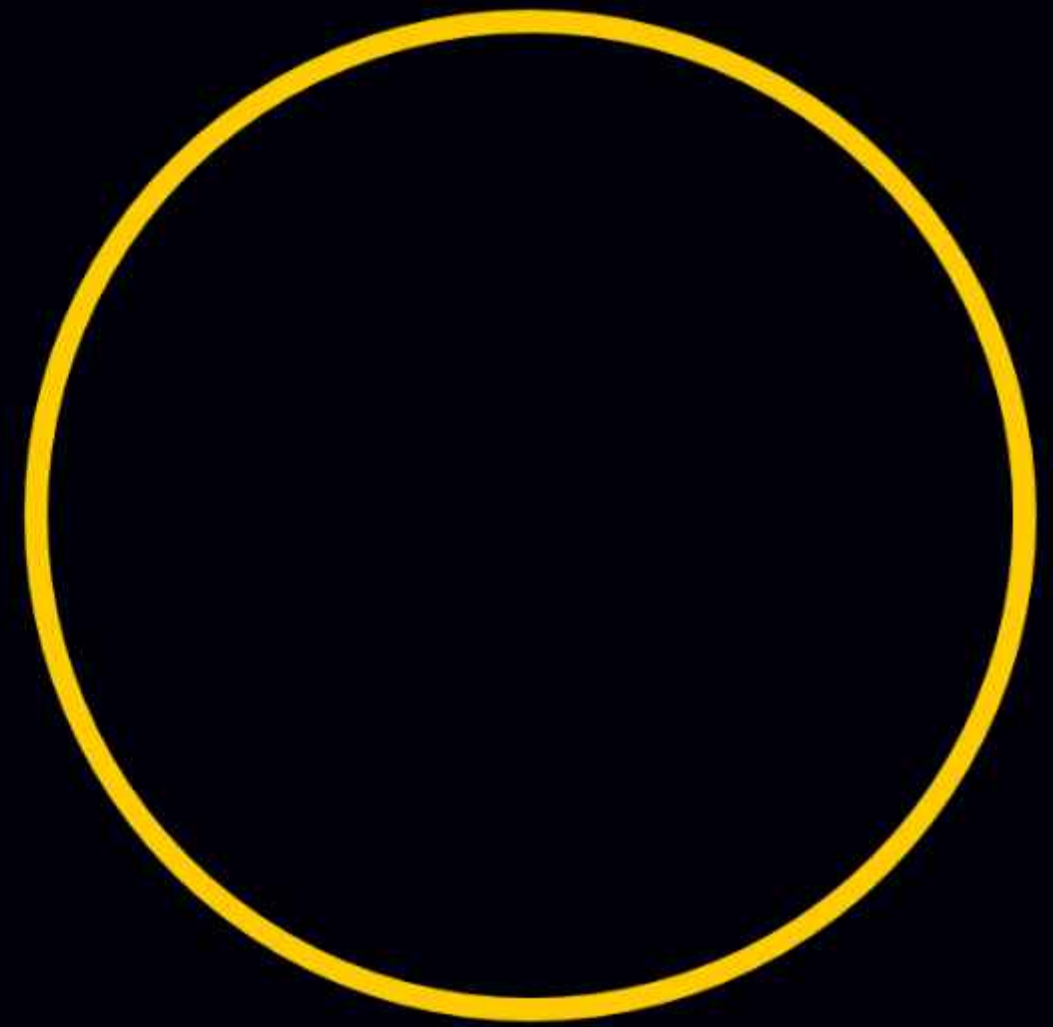
MATHS

CIRCLE & AREA RELATED TO CIRCLE



10/05/2024 04:00PM





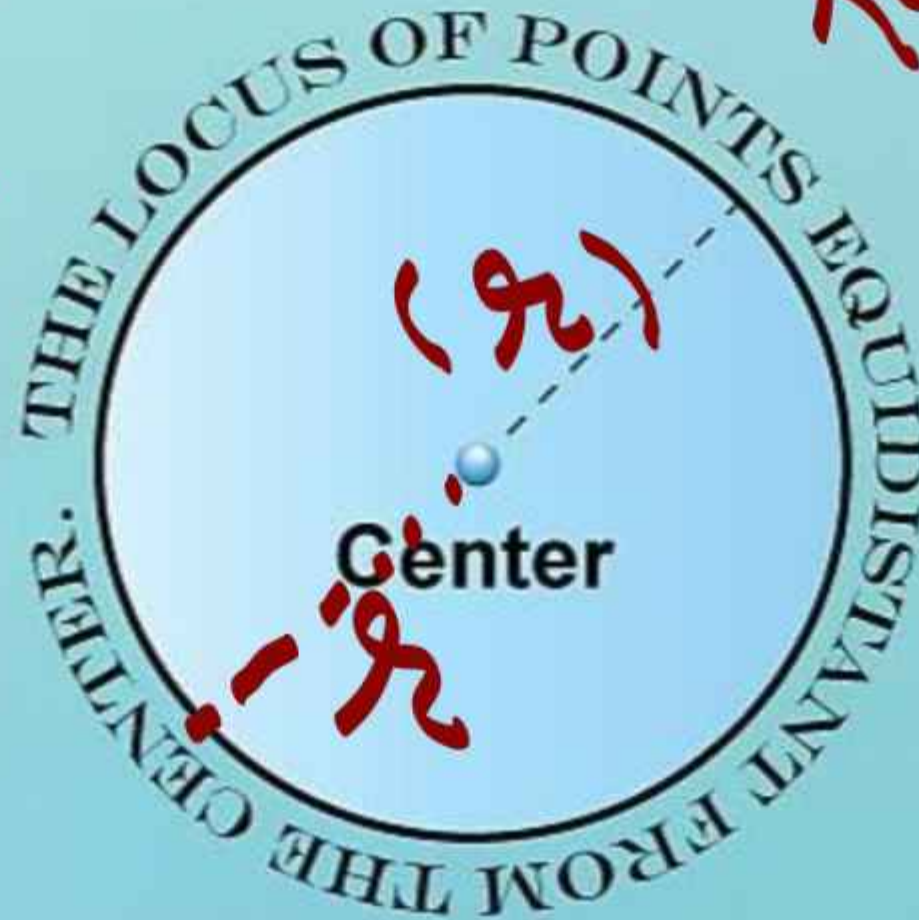


Definition

Circle

The locus of points equidistant from a center point.

Diameter = $2r$
व्यास = $2r$

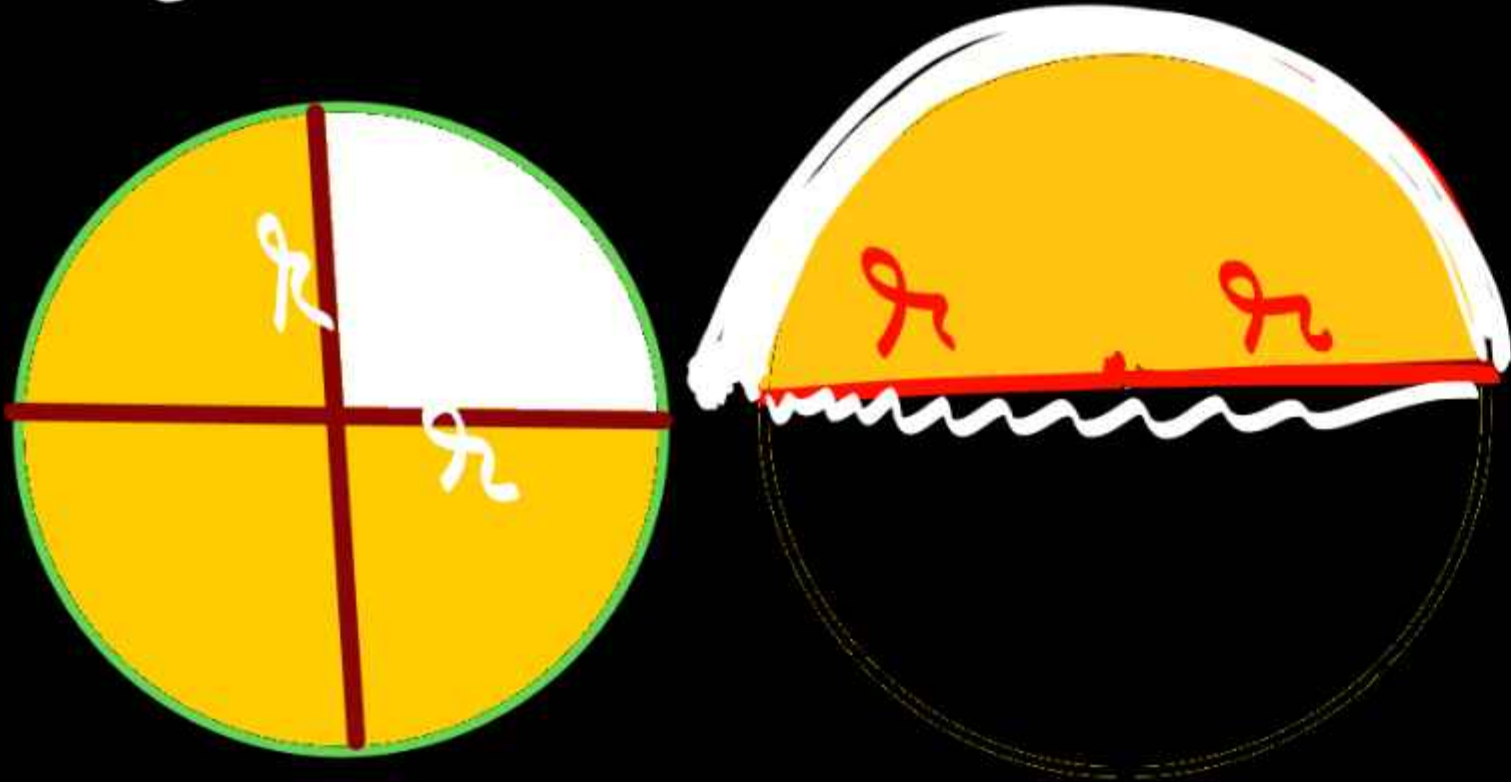


Radius
(त्रिज्या)

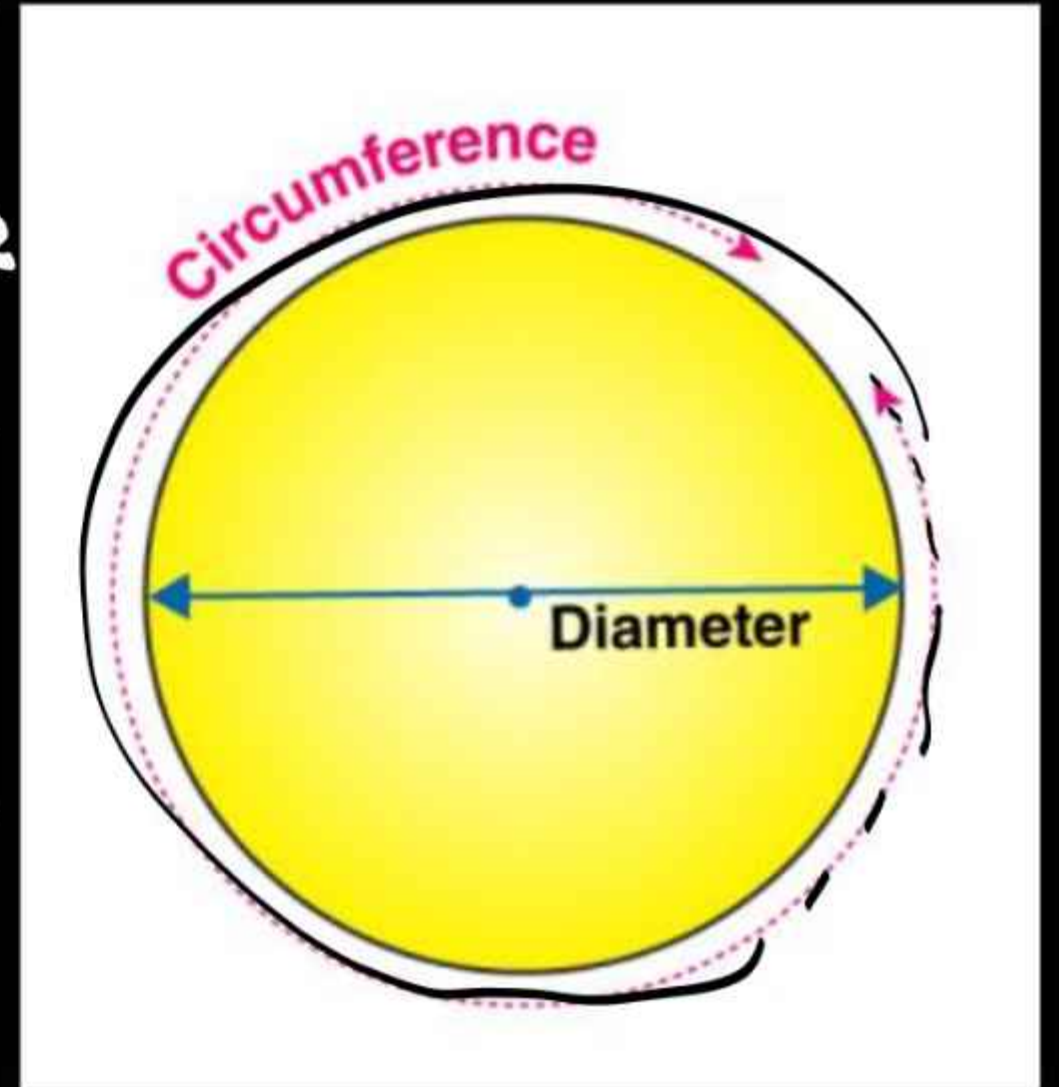
Circle

परिधि (परिमाप)

- Circumference Of A Circle $\Rightarrow 2\pi r$ ✓
- Circumference Of A Semi Circle $\Rightarrow \pi r + 2r$
- Circumference Of A Quadrant Of A Circle



$$\frac{2\pi r}{2} + 2r$$
$$\frac{\pi r}{2} + 2r$$



Area Of Circle

$$\frac{\pi r^2 \theta}{360}$$

→ Area Of Circle $\Rightarrow \pi r^2$

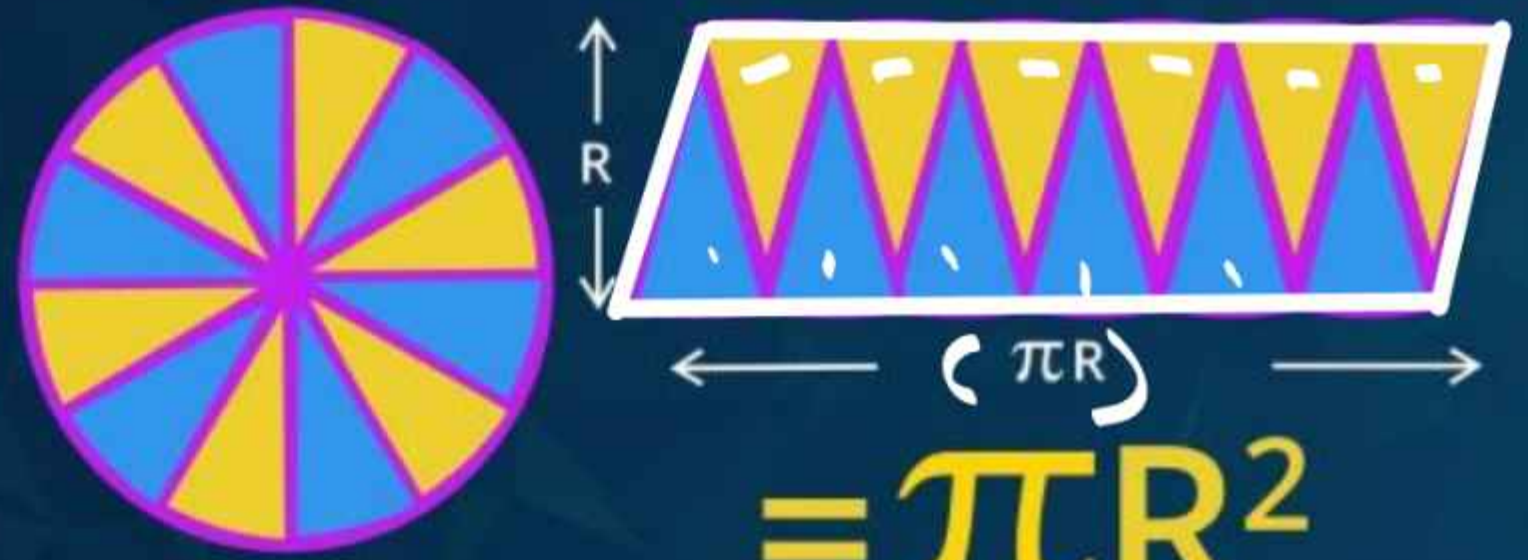
→ Area Of A Semi Circle $\Rightarrow$

→ Area Of A Quadrant Of A Circle $\Rightarrow \frac{\pi r^2}{4}$

$$\frac{2\pi r^2}{4} = \frac{\pi r^2}{2}$$



Visual Proof



Area Of Ring

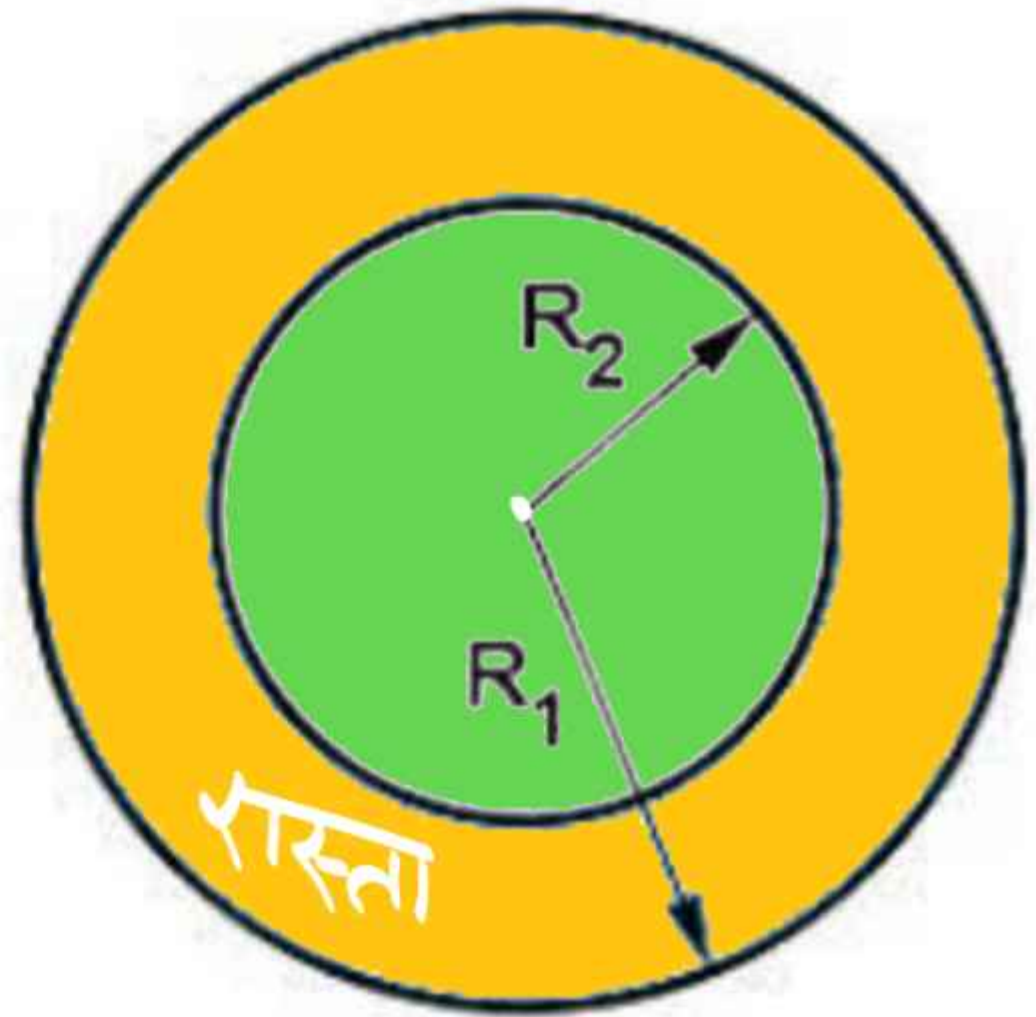
Area of Ring

$$\pi R_1^2 - \pi R_2^2$$

$$\pi(R_1^2 - R_2^2)$$

$$\pi(R_1 + R_2)(R_1 - R_2)$$

$$Area = \pi(R_1^2 - R_2^2)$$





Sector

वृत्तखण्ड / त्रिज्यखण्ड

→ Sector Of A Circle

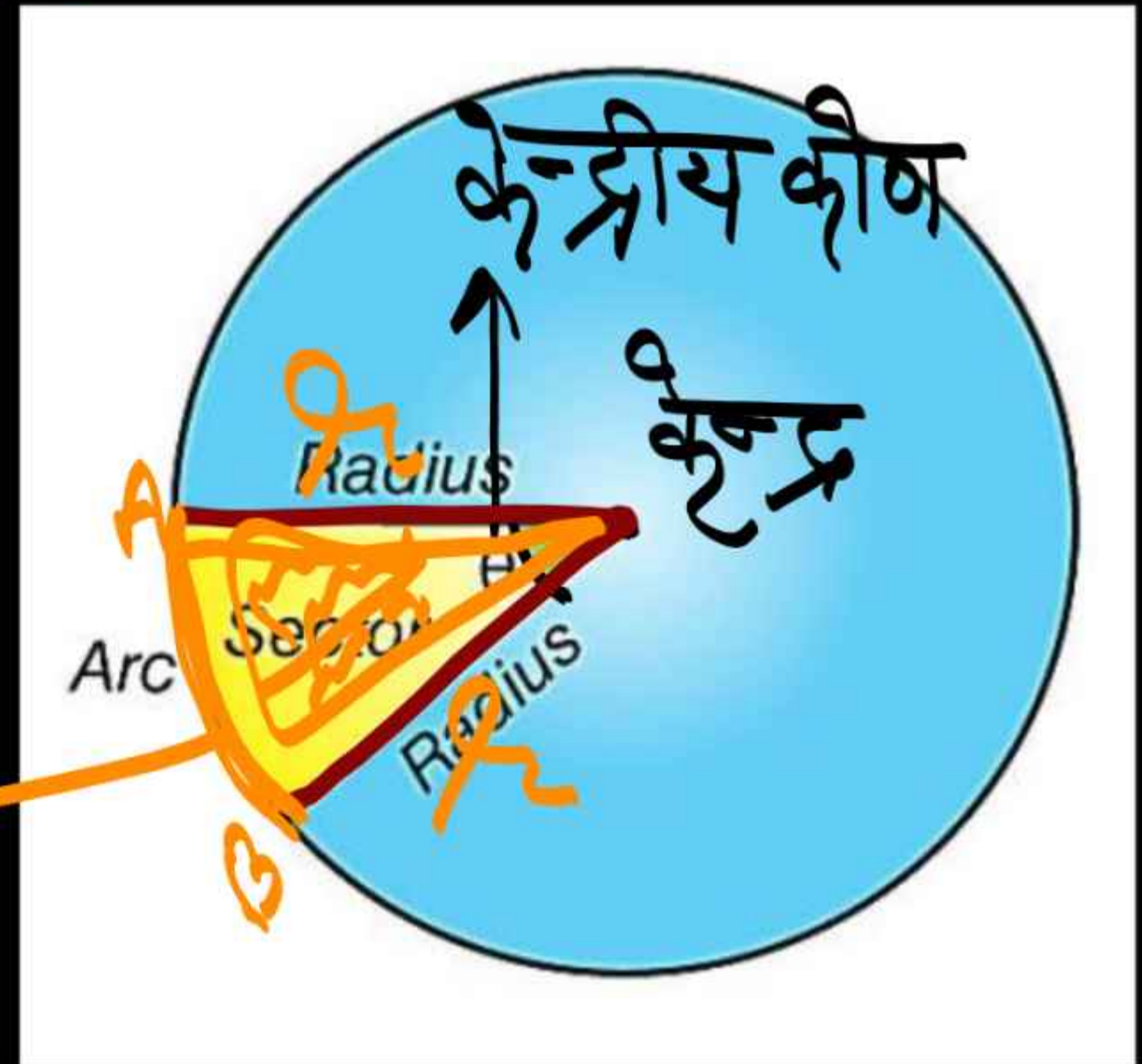
→ Length Of A Sector $\Rightarrow 2\pi r \cdot \frac{\theta}{360} + 2r$

→ Area Of A Sector

$$\Rightarrow \frac{\pi r^2 \cdot \theta}{360}$$

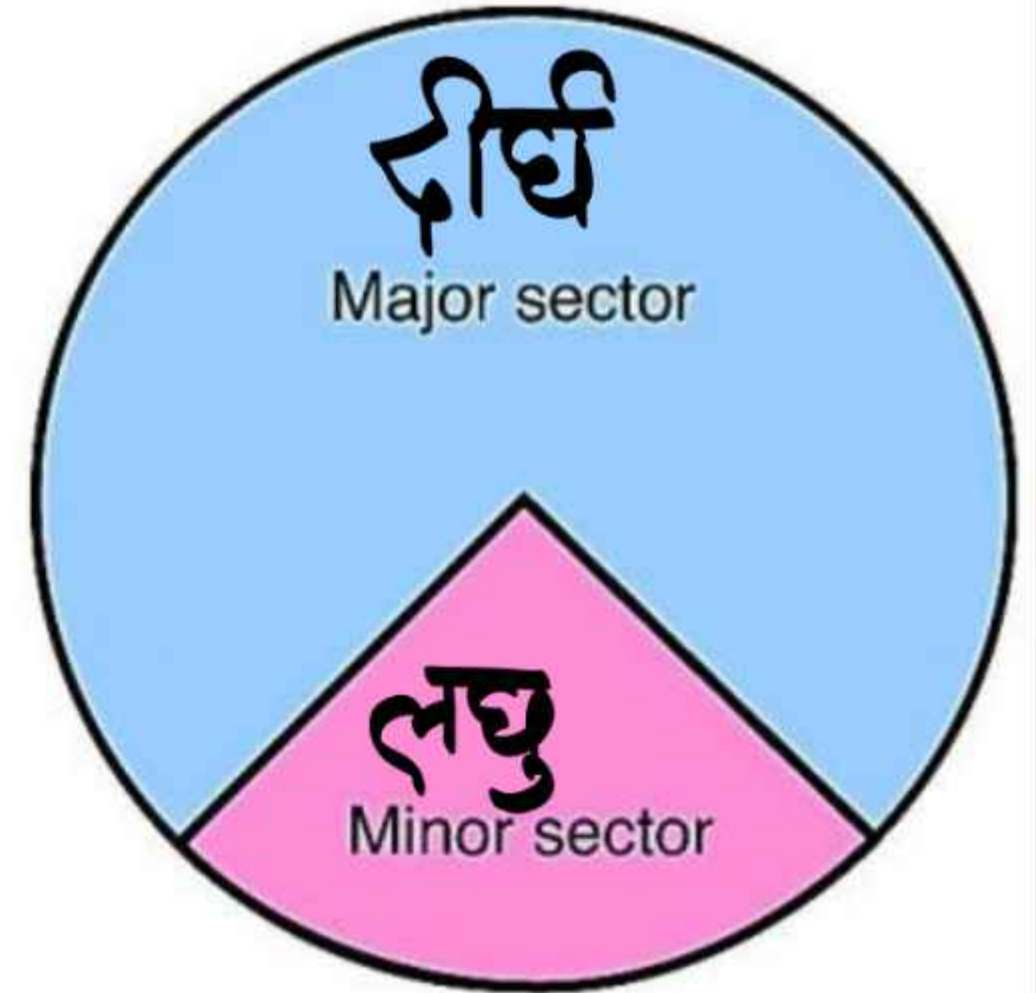
Arc (चाप) AB

$$\Rightarrow \frac{2\pi r \cdot \theta}{360}$$

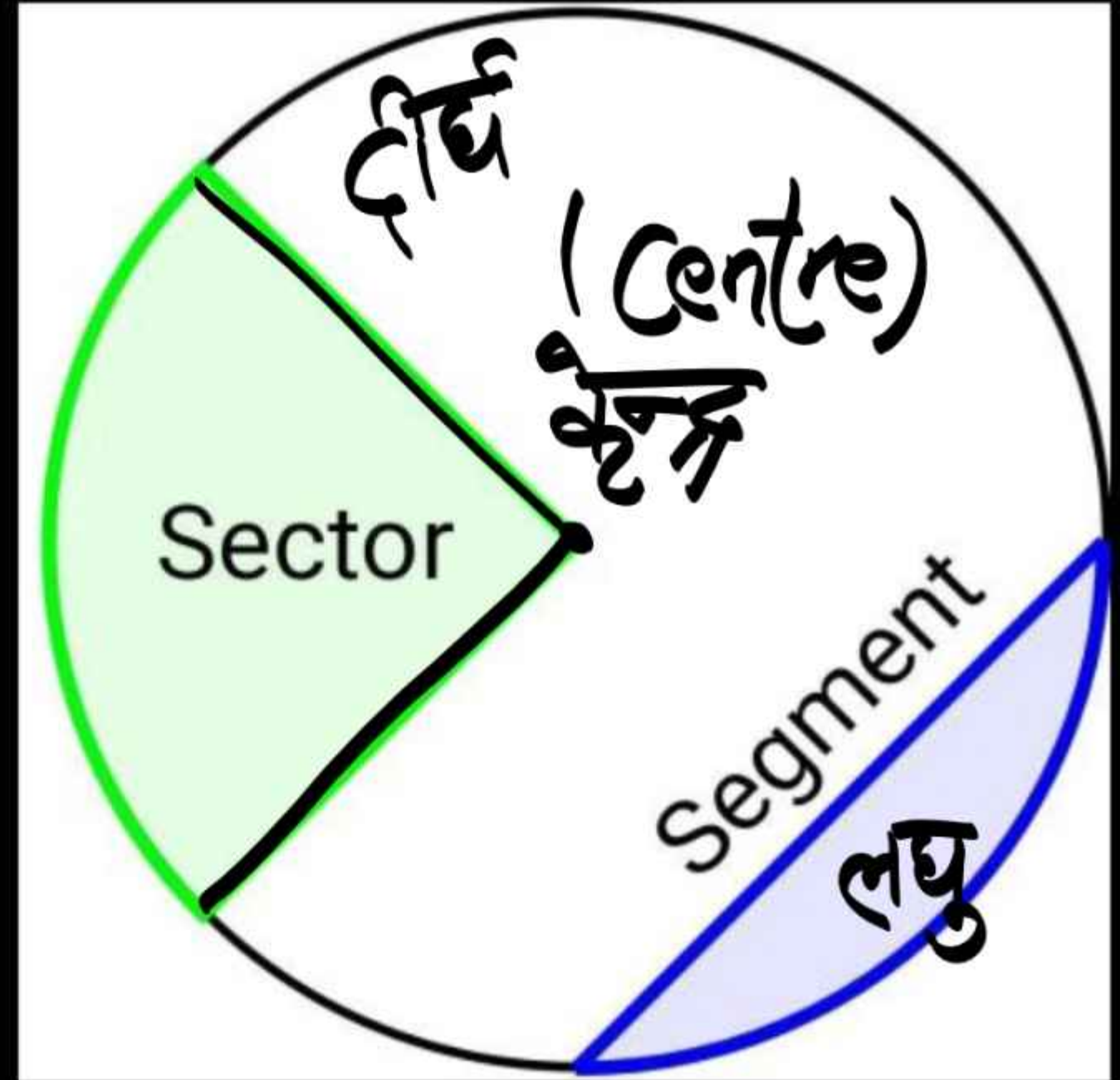
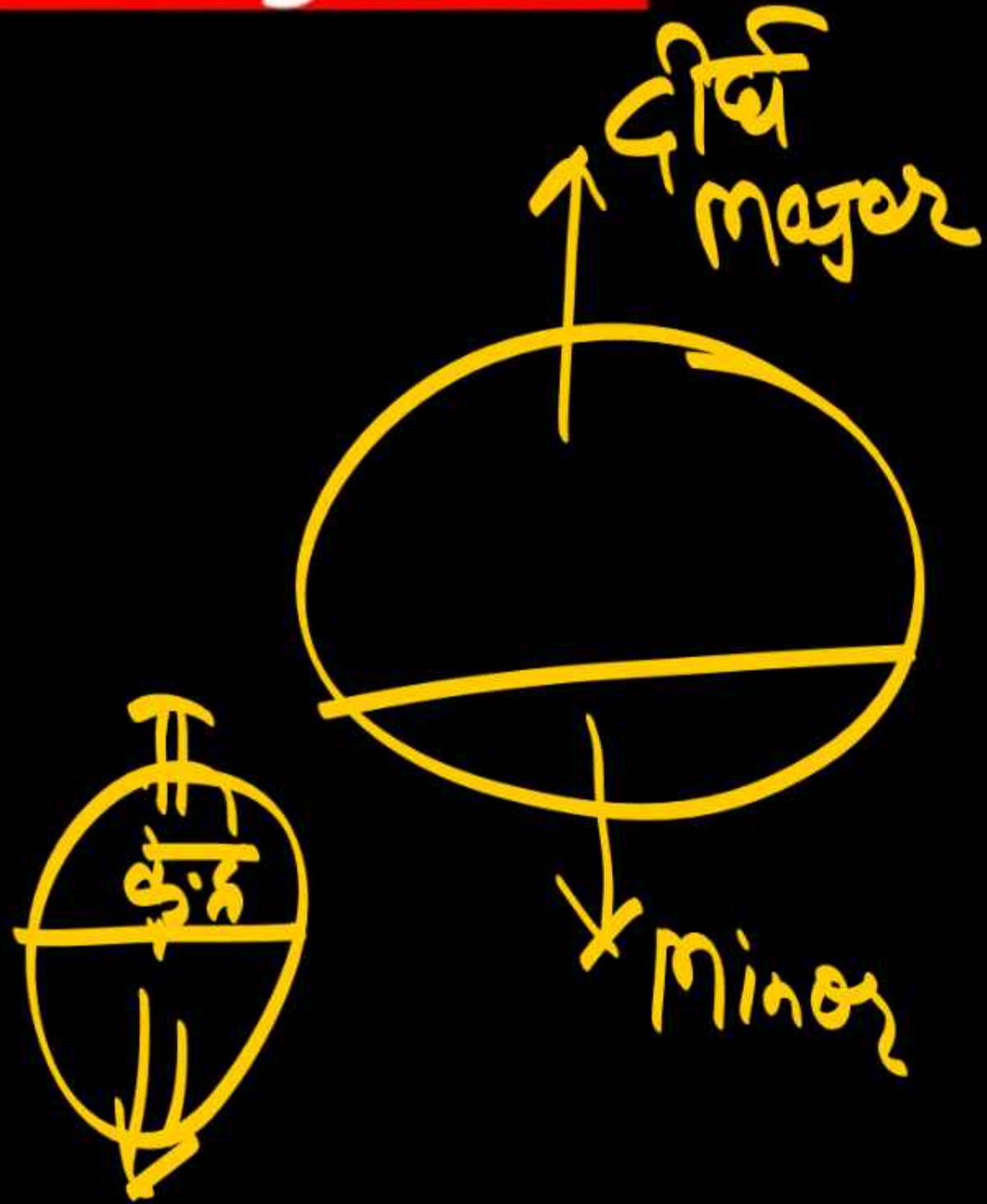


❑ Types of Sector

Types of Sector

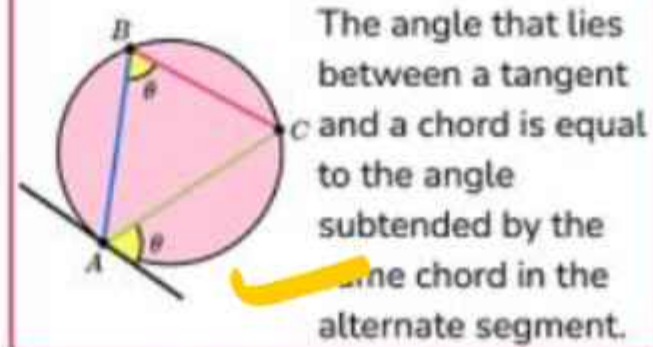


Segment

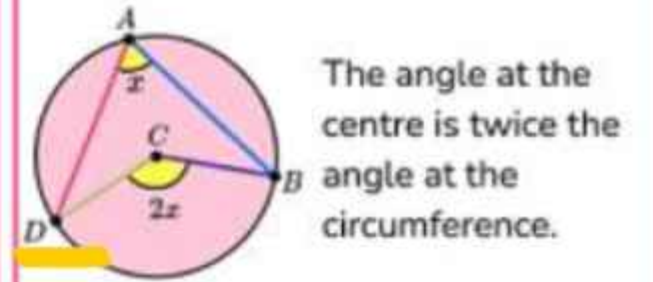


Circle Theorems

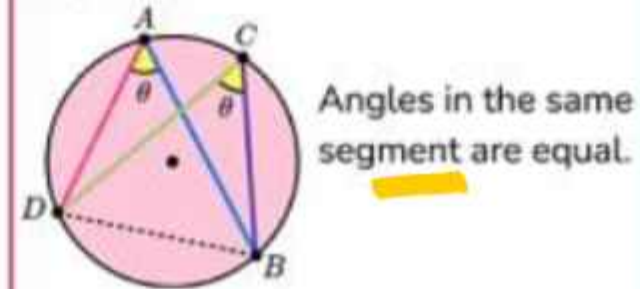
Alternate segment theorem



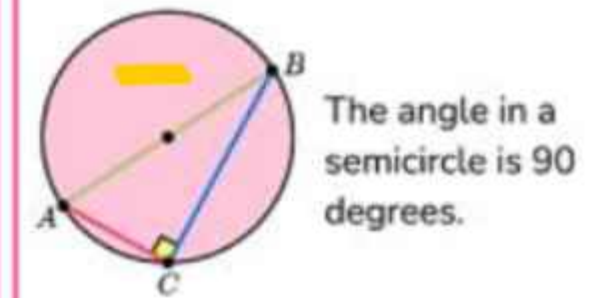
Angle at the centre theorem



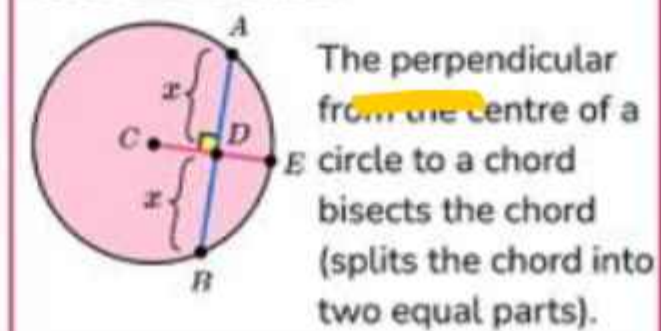
Angles in the same segment theorem



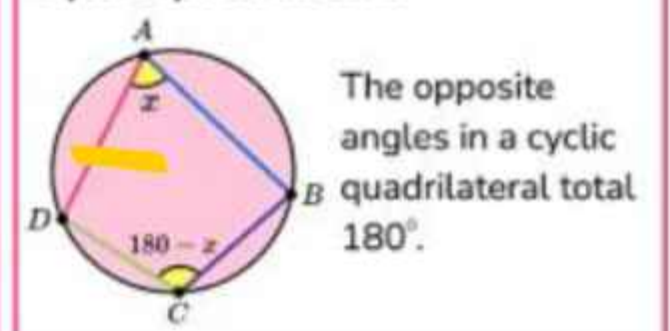
Angles in a semicircle



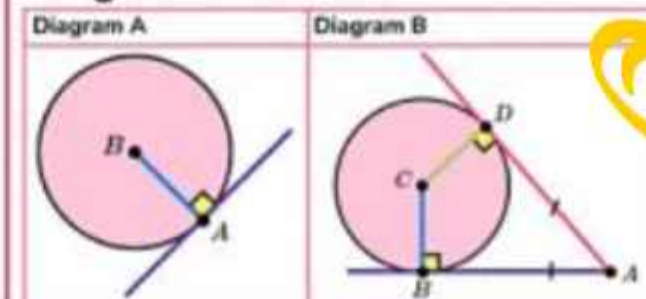
Chord of a circle



Cyclic quadrilateral



Tangent of a circle

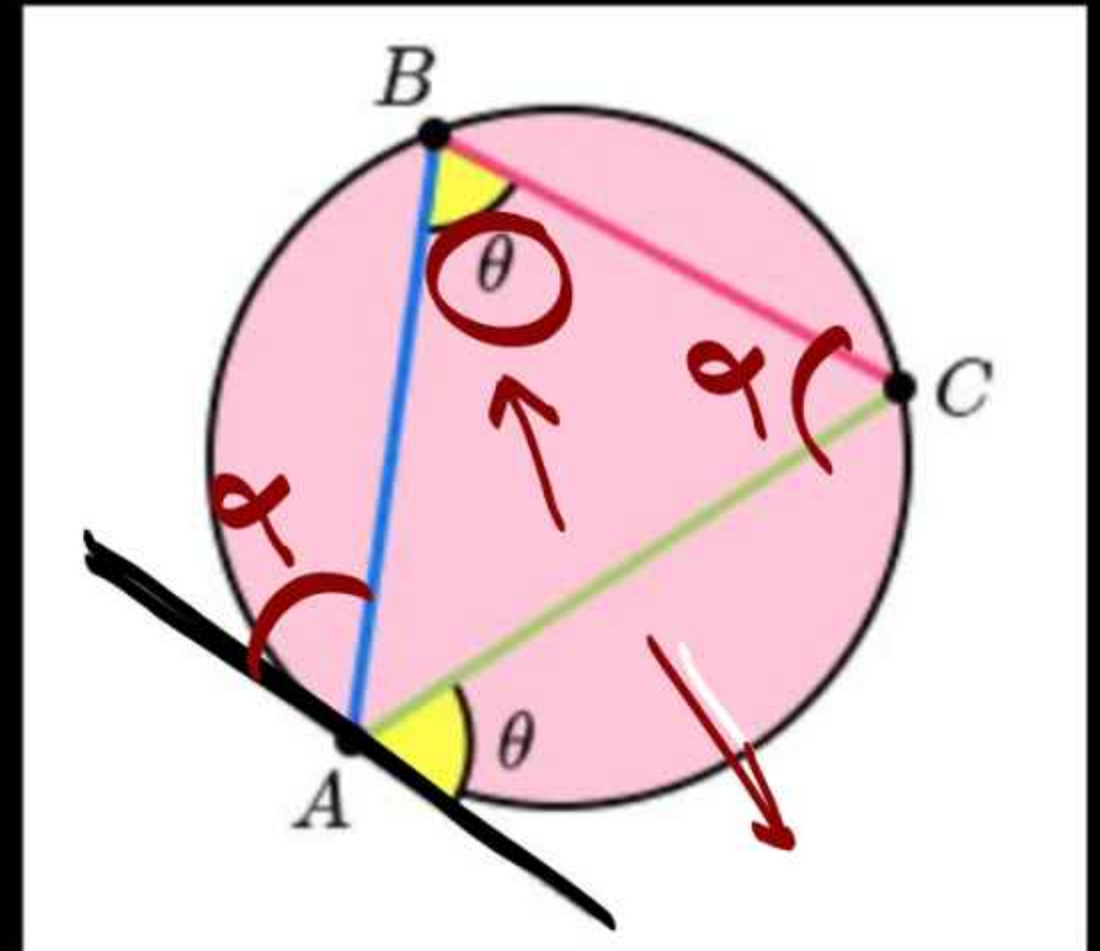


❑ Circle Theorem 1: The alternate segment

❑ वृत्त प्रमेय 1: वैकल्पिक खंड

→ The angle that lies between a tangent and a chord is equal to the angle subtended by the same chord in the alternate segment.

→ स्पर्शरेखा और जीवा के बीच का कोण वैकल्पिक खंड में उसी जीवा द्वारा बनाए गए कोण के बराबर होता है।

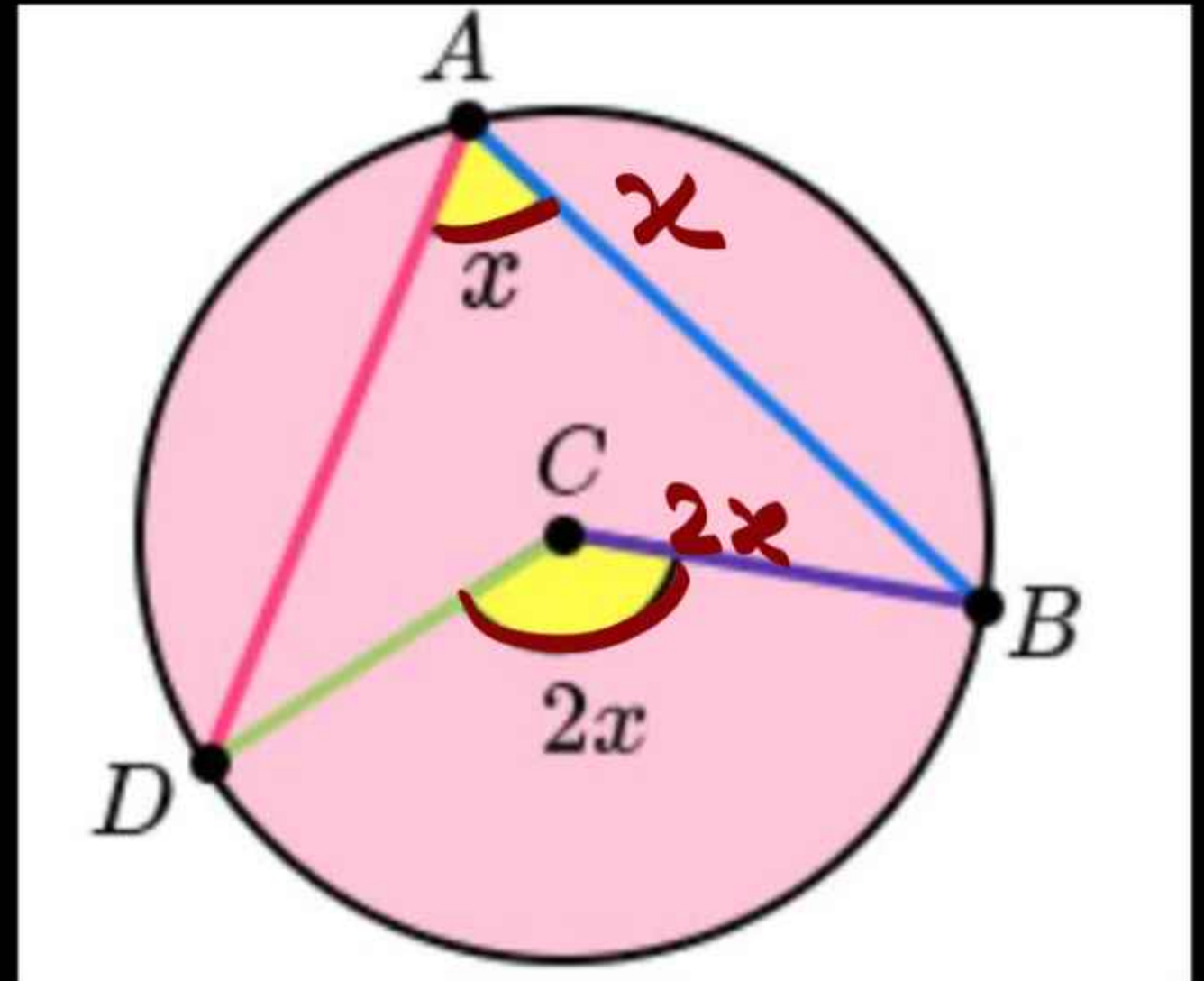
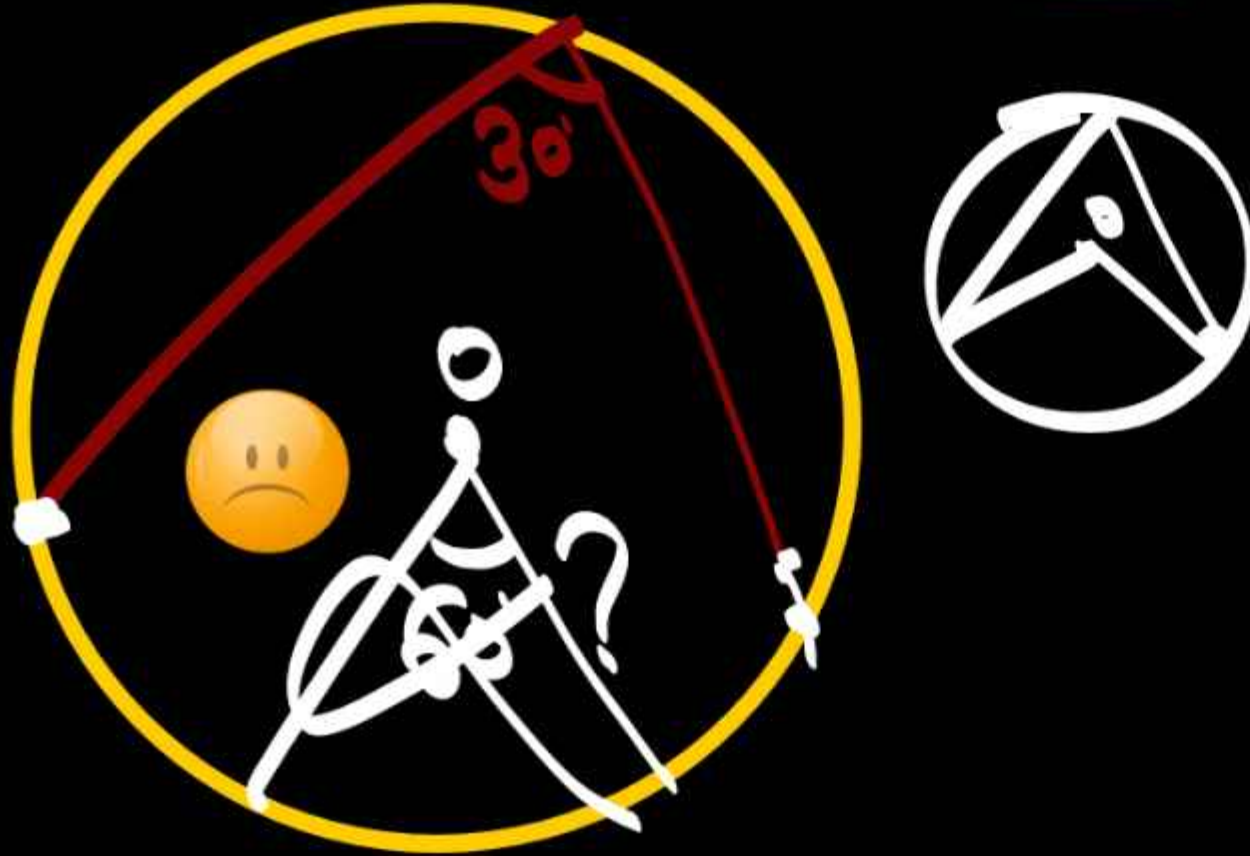


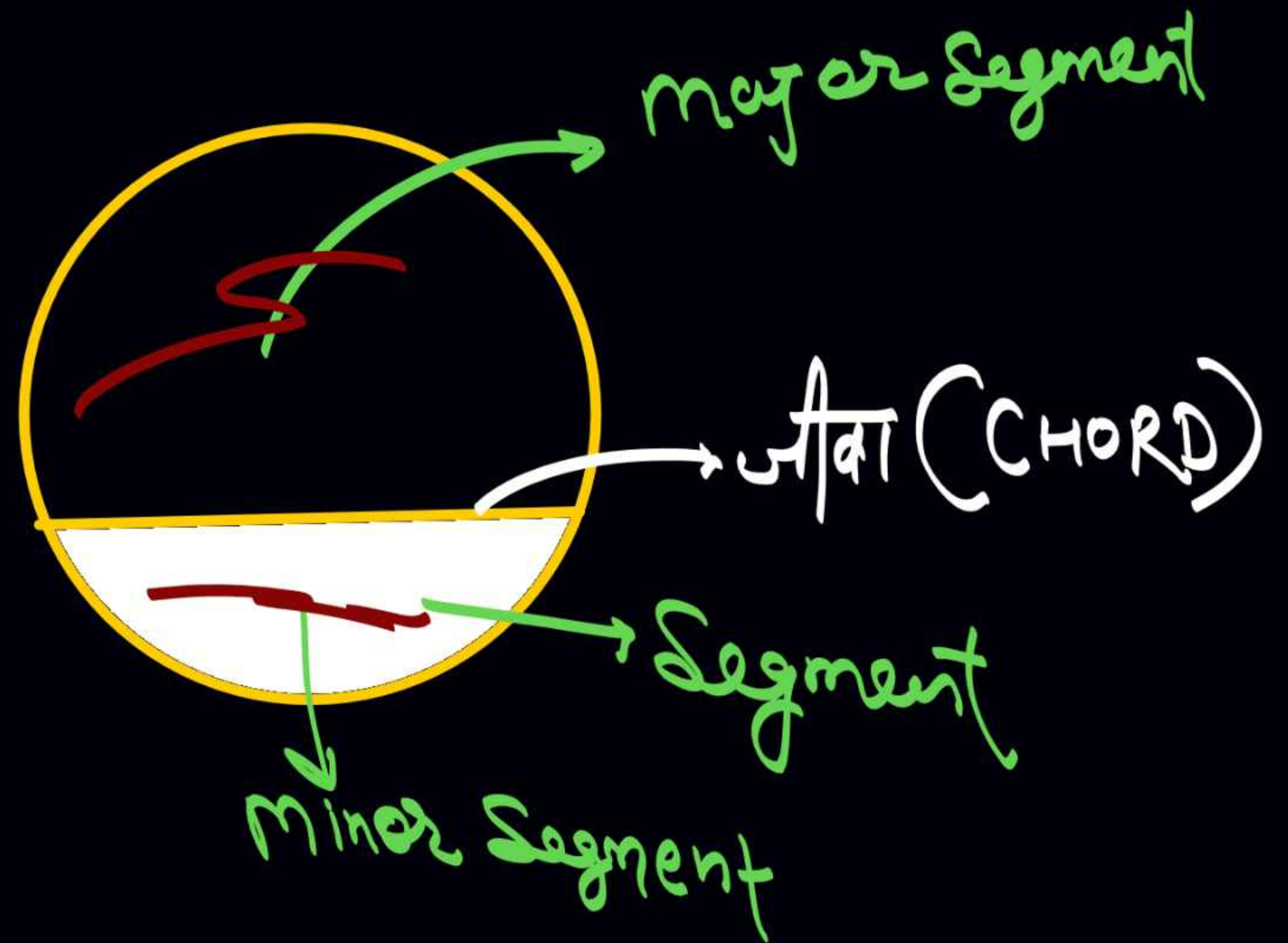
❑ Circle Theorem 2: Angles at the centre and at the circumference

❑ वृत्त प्रमेय 2: केंद्र और परिधि पर कोण

→ The angle at the centre is twice the angle at the circumference.

→ केंद्र का कोण परिधि के कोण का दोगुना है।

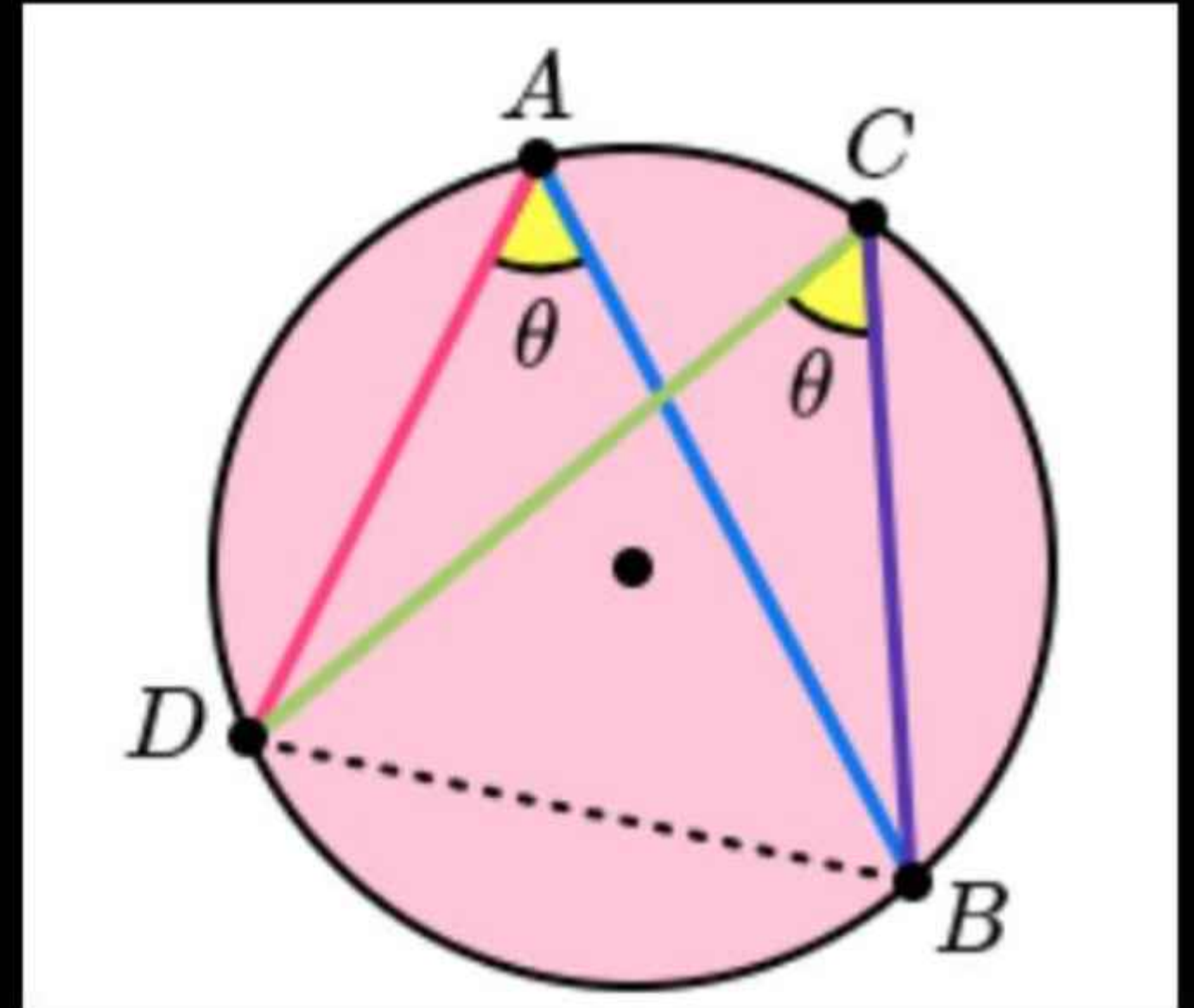




❑ Circle Theorem 3: Angles in the same segment

❑ वृत्त प्रमेय 3: एक ही खंड में कोण

- ➔ **Angles in the same segment are equal.**
- ➔ एक ही खंड में कोण बराबर होते हैं।

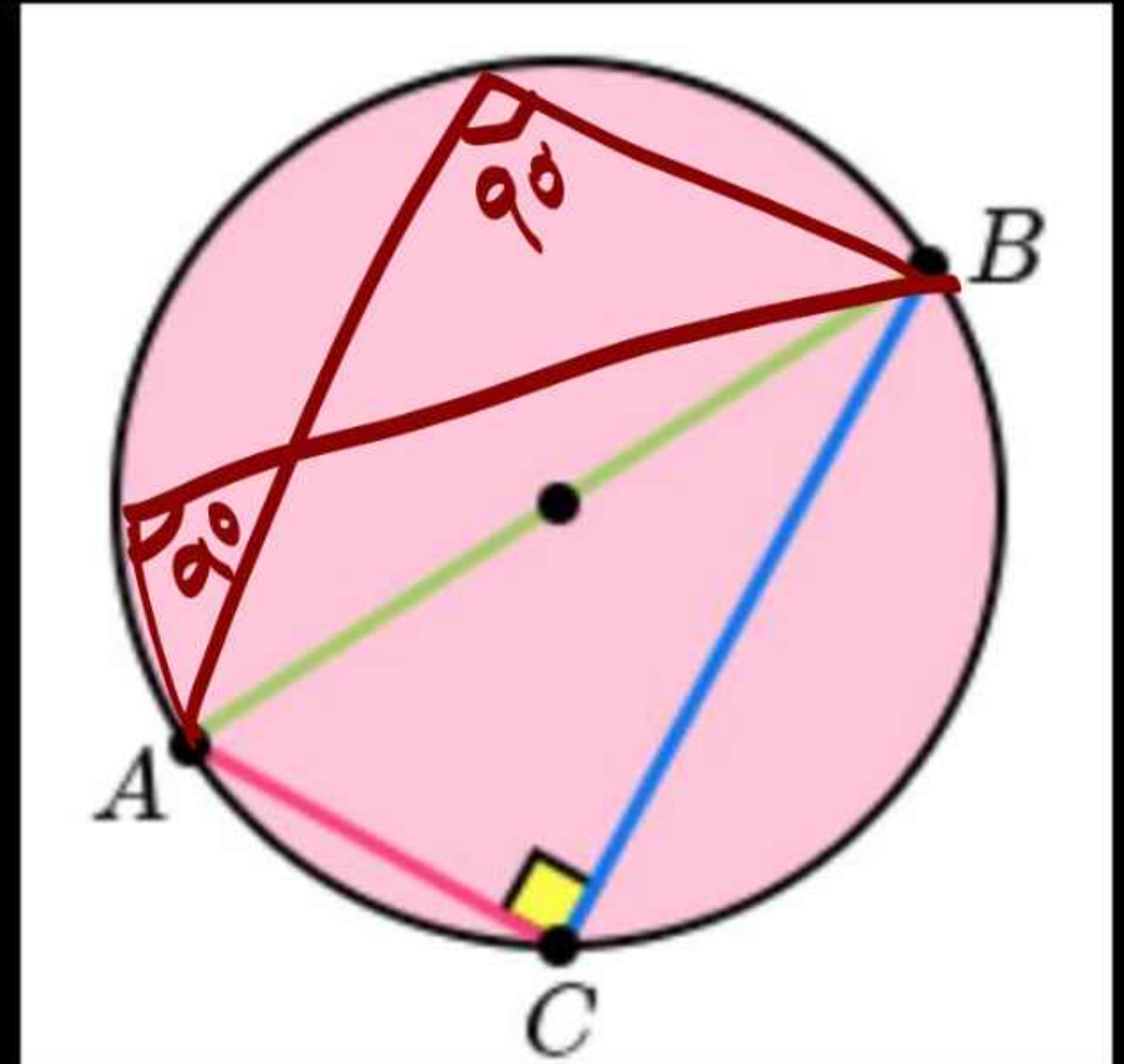
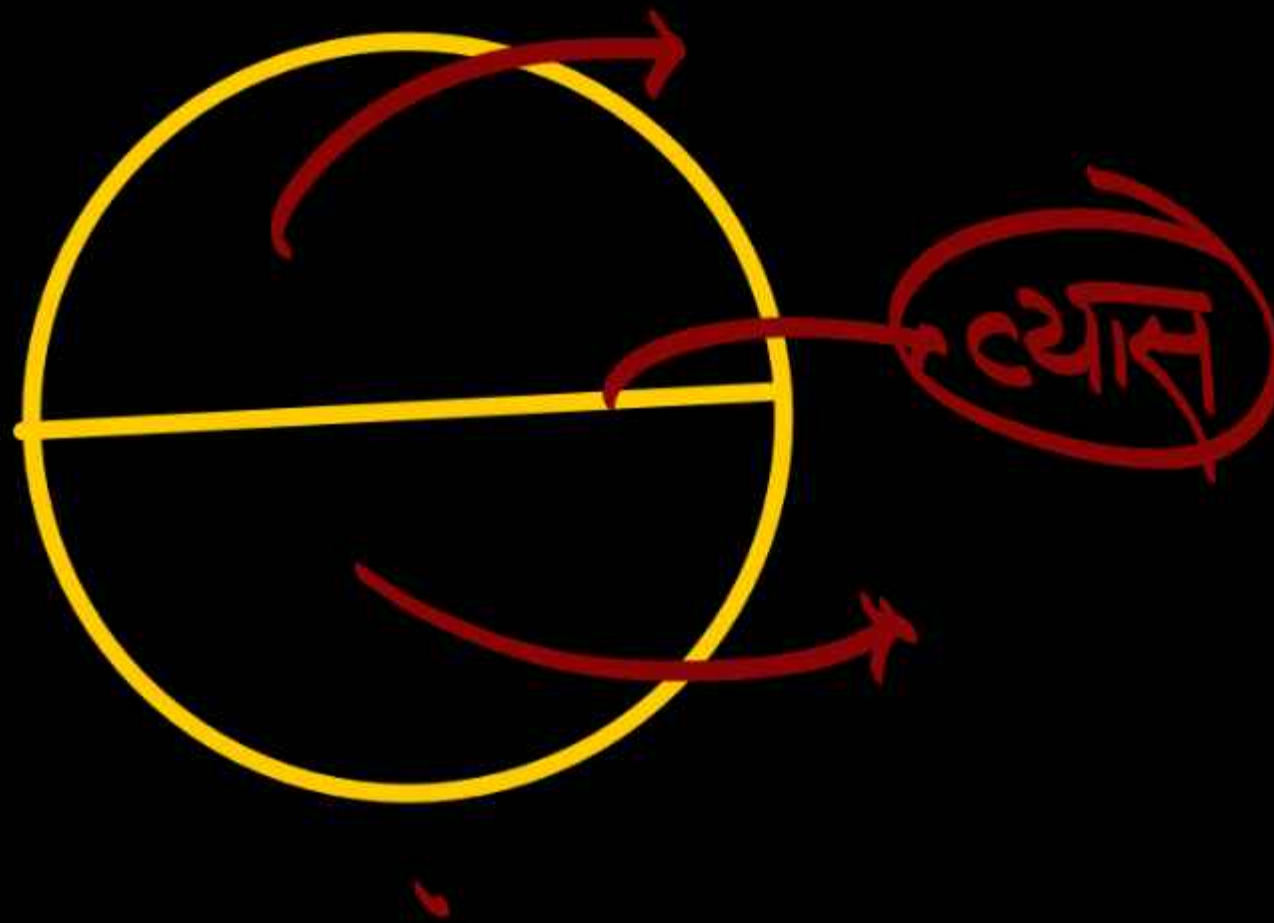


❑ Circle Theorem 4: Angles in a semicircle

❑ वृत्त प्रमेय 4: अर्धवृत्त में कोण

→ The angle in a semicircle is 90 degrees.

→ अर्धवृत्त में कोण 90 डिग्री होता है.

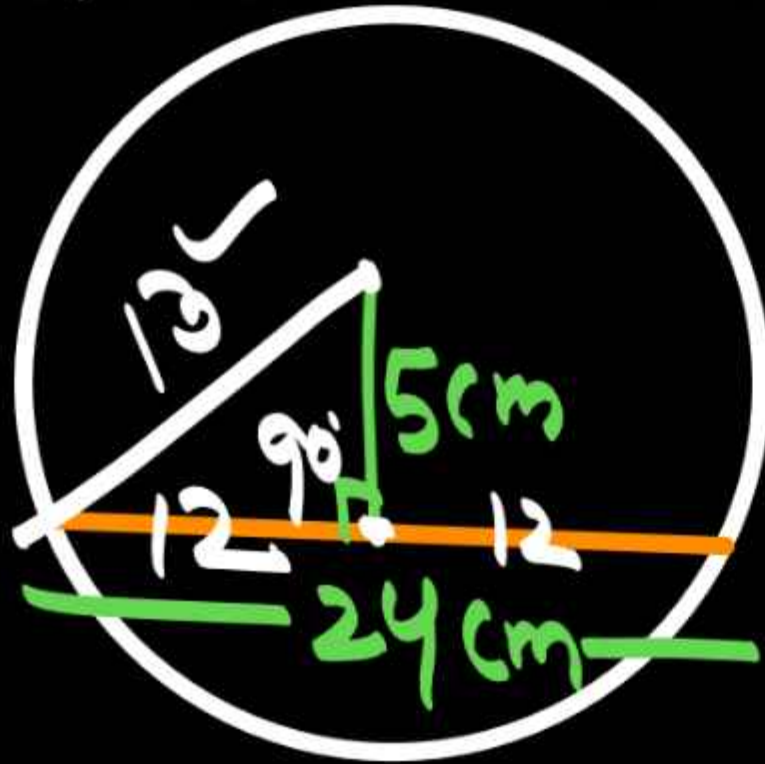


❑ Circle Theorem 5: Chord of a circle

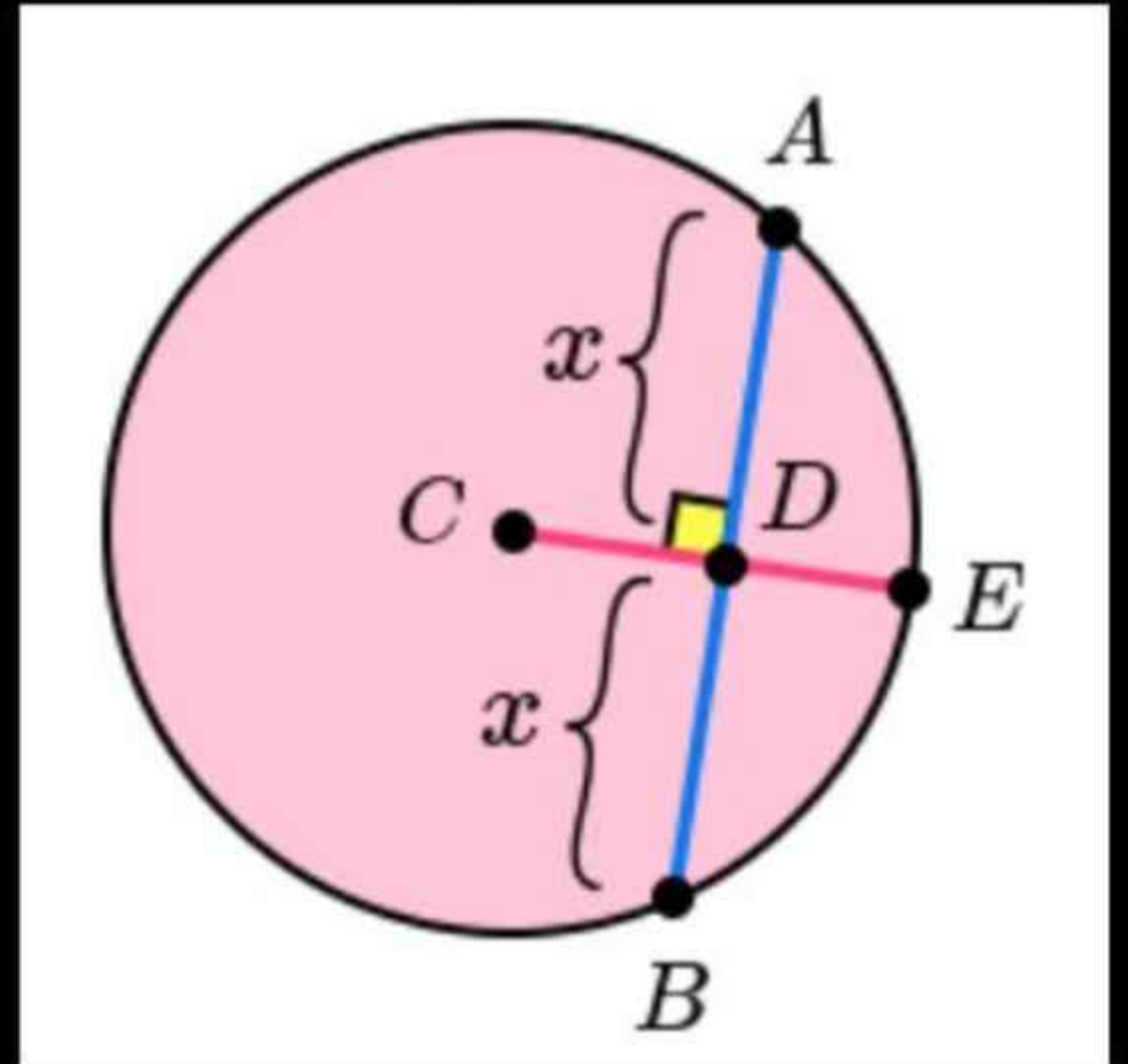
❑ वृत्त प्रमेय 5: वृत्त की जीवा

2mp

- The perpendicular from the centre of a circle to a chord bisects the chord (splits the chord into two equal parts).
- एक वृत्त के केंद्र से एक जीवा पर डाला गया लंब जीवा को समद्विभाजित करता है (जीवा को दो बराबर भागों में विभाजित करता है)।



र = ?



❑ Circle Theorem 6: Tangent of a circle

❑ वृत्त प्रमेय 6: एक वृत्त की स्पर्श रेखा

- The angle between a tangent and radius is 90 degrees | Tangents which meet at the same point are equal in length.
- स्पर्शरेखा और त्रिज्या के बीच का कोण 90 डिग्री है | एक ही बिंदु पर मिलने वाली स्पर्श रेखाओं की लंबाई बराबर होती है।

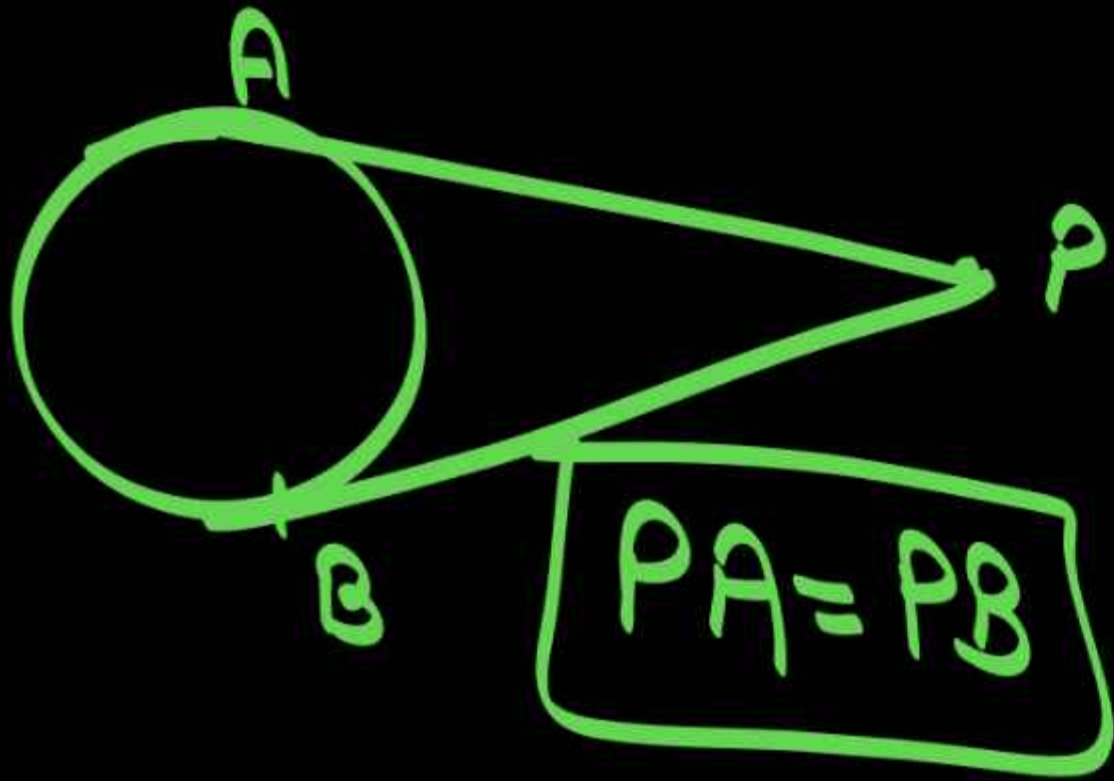


Diagram 1

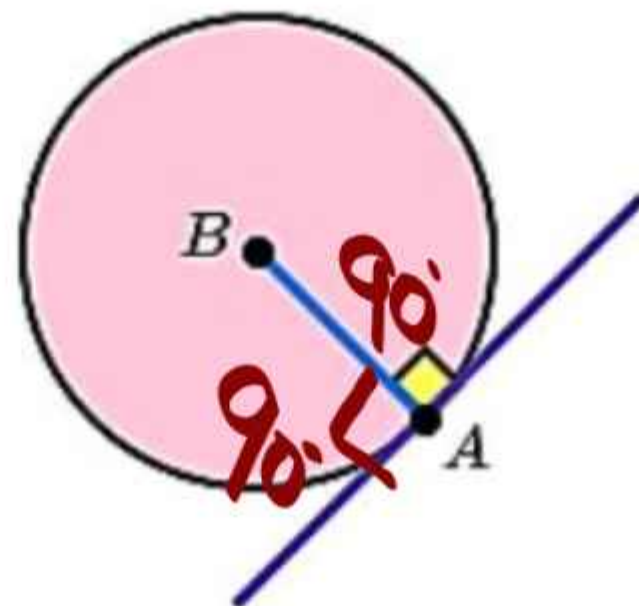
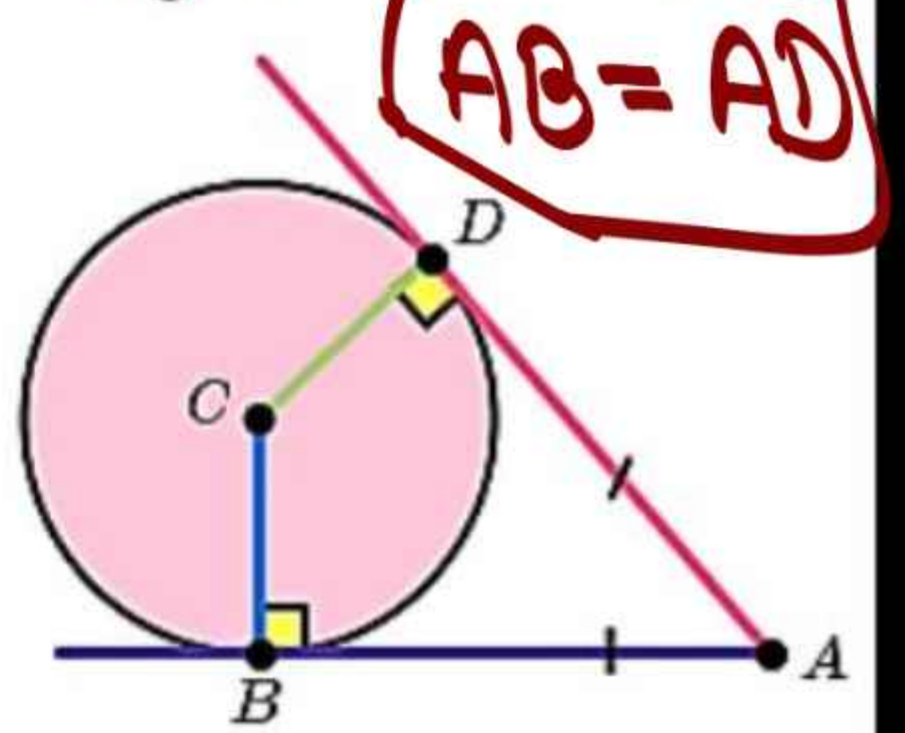


Diagram 2

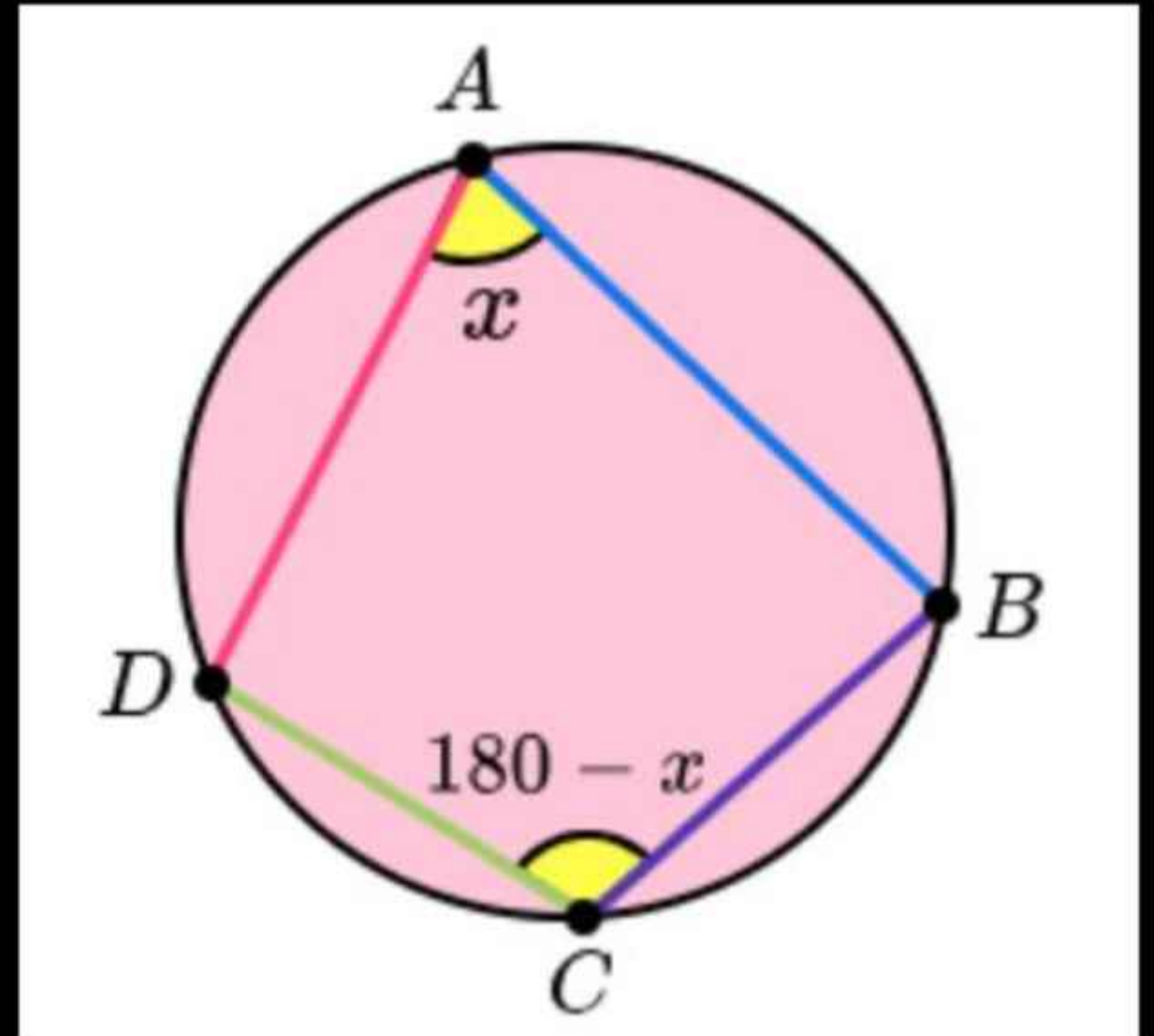


❑ Circle Theorem 7: Cyclic quadrilateral

❑ वृत्त प्रमेय 7: चक्रीय चतुर्भुज

- The opposite angles in a cyclic quadrilateral total = 180°
- चक्रीय चतुर्भुज में सम्मुख कोणों का योग = 180°

$$\cancel{x} + 180 - \cancel{x} = 180^\circ$$



□ Some More Important Theorems

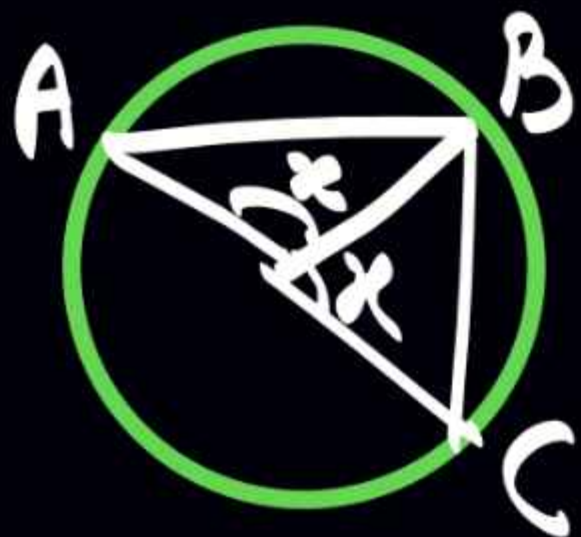
→ Equal chords of a circle subtend equal angles at the centre.

→ If the angles subtended by the chords of a circle at the centre are equal, then the chords are equal.

→ The perpendicular from the centre of a circle to a chord bisects the chord.

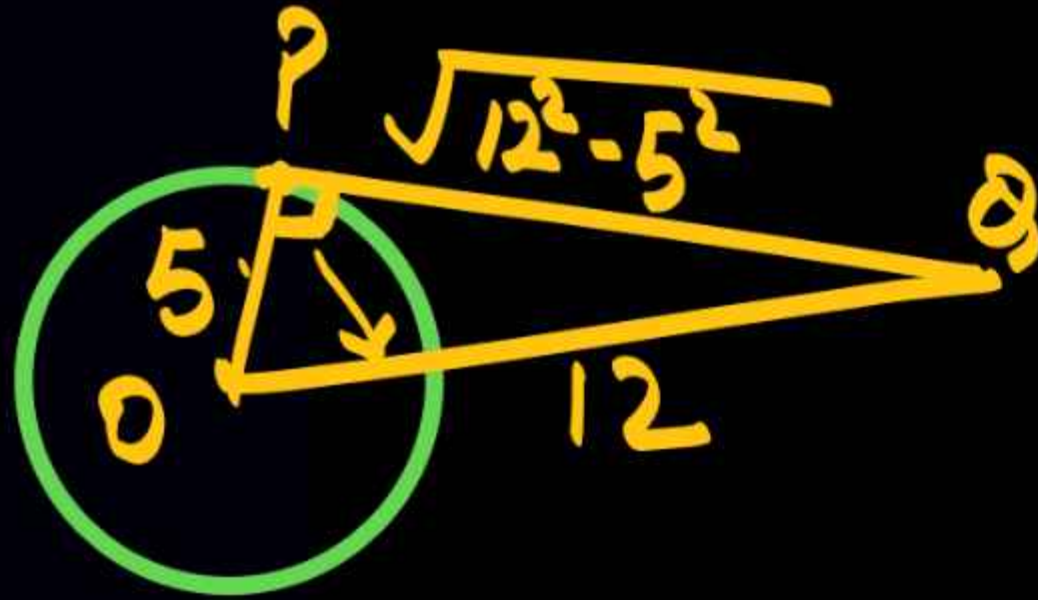
→ The line drawn through the centre of a circle to bisect a chord is perpendicular to the chord.

$$AB = CD$$



$$AB = BC$$

$$r = 5 \text{ cm}$$



1. 5 सेमी त्रिज्या वाले एक वृत्त के बिंदु P पर एक स्पर्श रेखा PQ केंद्र O से होकर जाने वाली एक रेखा से बिंदु Q पर इस प्रकार मिलती है कि $OQ = 12$ " " सेमी है। लंबाई PQ है

A tangent PQ at a point P of a circle of radius 5 cm meets a line through the centre O at a point Q such that $OQ = 12$ cm. Length PQ is

(a) 12 cm

(b) 13 cm

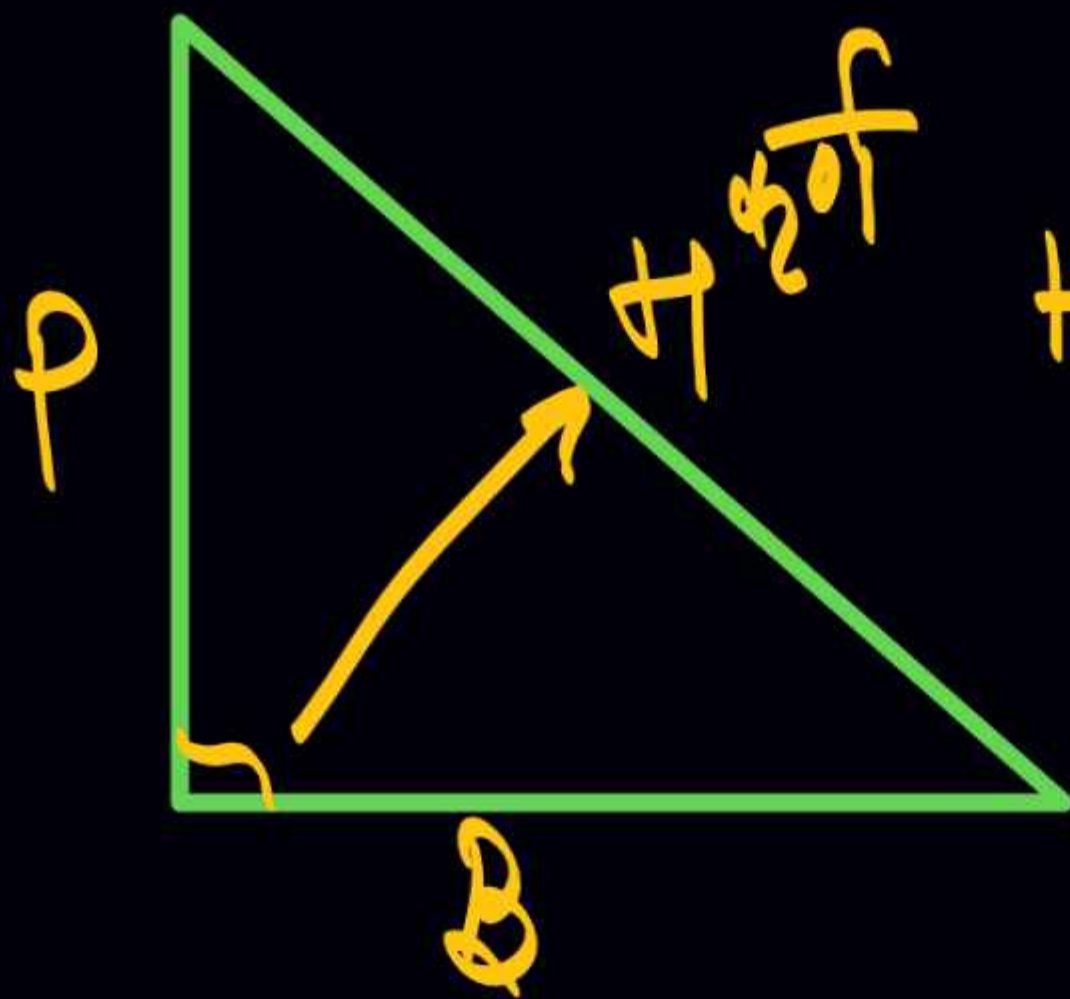
(c) 8.5 cm

(d) $\sqrt{119}$ cm

$$\begin{aligned} \text{कर्ण}^2 &= B^2 + P^2 \\ \sqrt{12^2 - 5^2} &= PQ \end{aligned}$$

$$\sqrt{144 - 25} = PQ$$

$$PQ = \sqrt{119}$$



$$H^2 = p^2 + B^2$$

$$p^2 = H^2 - B^2$$

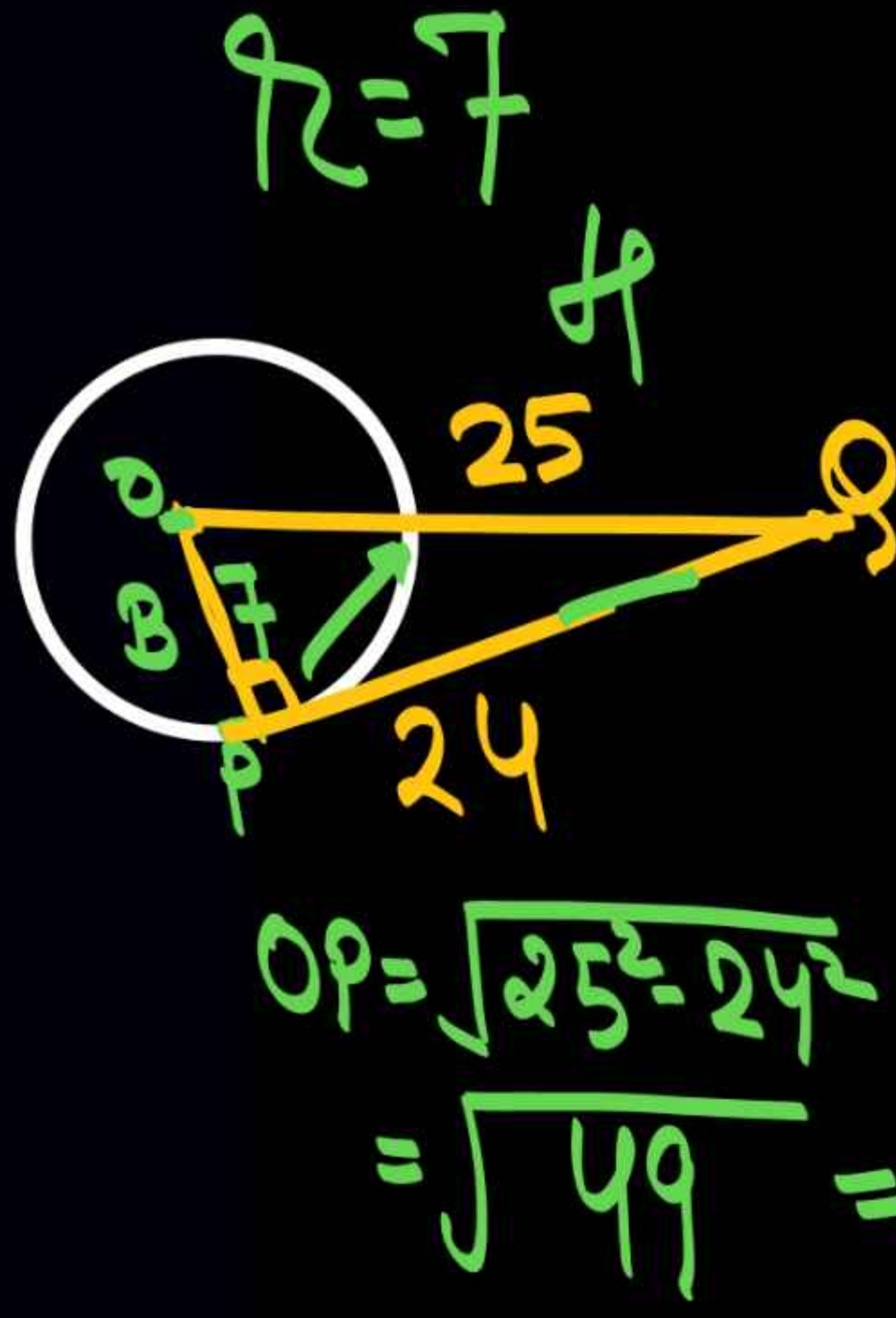
$$B^2 = H^2 - p^2$$

2. एक बिंदु Q से वृत्त पर स्पर्श रेखा की लंबाई 24" " सेमी है और केंद्र से Q की दूरी 25" " सेमी है। वृत्त की त्रिज्या है

From a point Q, the length of the tangent to a circle is 24 cm and the distance of Q from the centre is 25 cm. The radius of the circle is

- (a) 7 cm
- (c) 15 cm

- (b) 12 cm
- (d) 24.5 cm.



3.3" सेमी त्रिज्या वाले एक वृत्त पर बिंदु A से स्पर्शरेखा की लंबाई 4" " सेमी है। वृत्त के केन्द्र से A की दूरी है

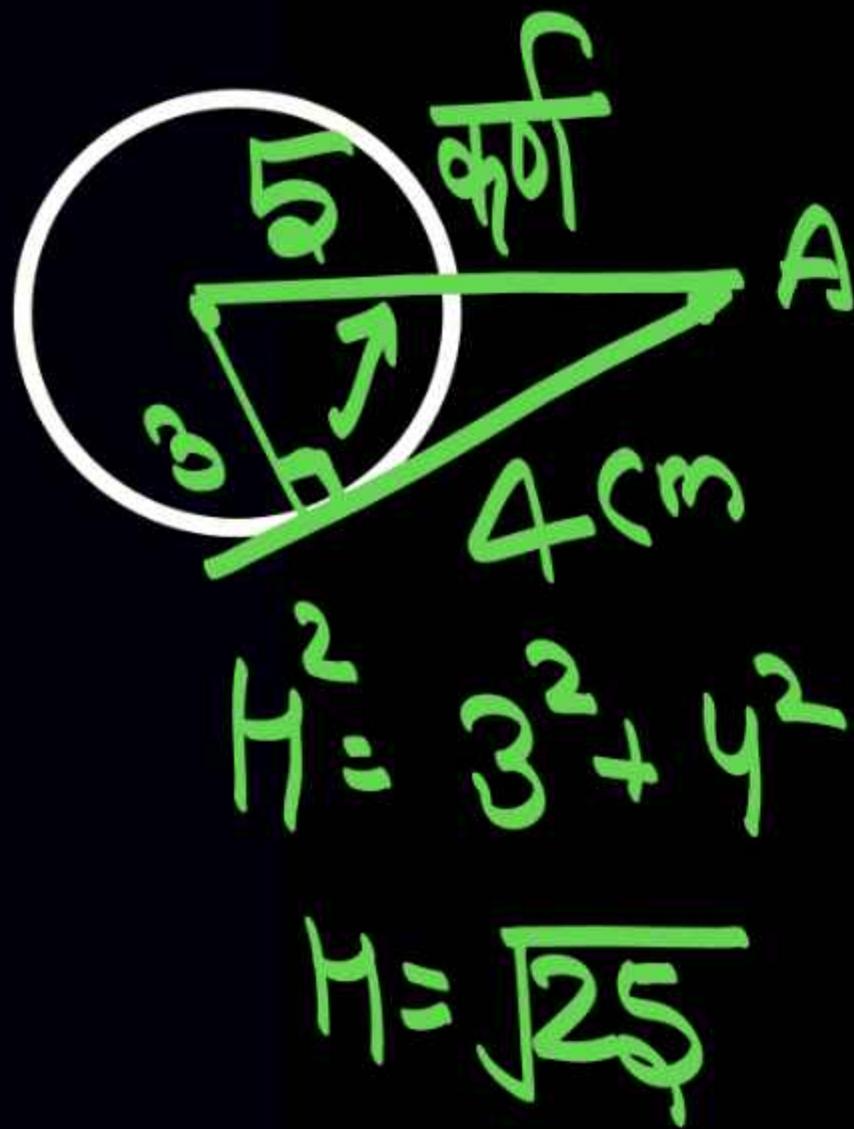
The length of the tangent from a point A at a circle, of radius 3 cm, is 4 cm. The distance of A from the centre of the circle is

(a) $\sqrt{7}$ cm

(b) 7 cm

(c) 5 cm

(d) 25 cm



4. एक वृत्त में कितनी समांतर स्पर्शरेखाएँ हो सकती हैं?

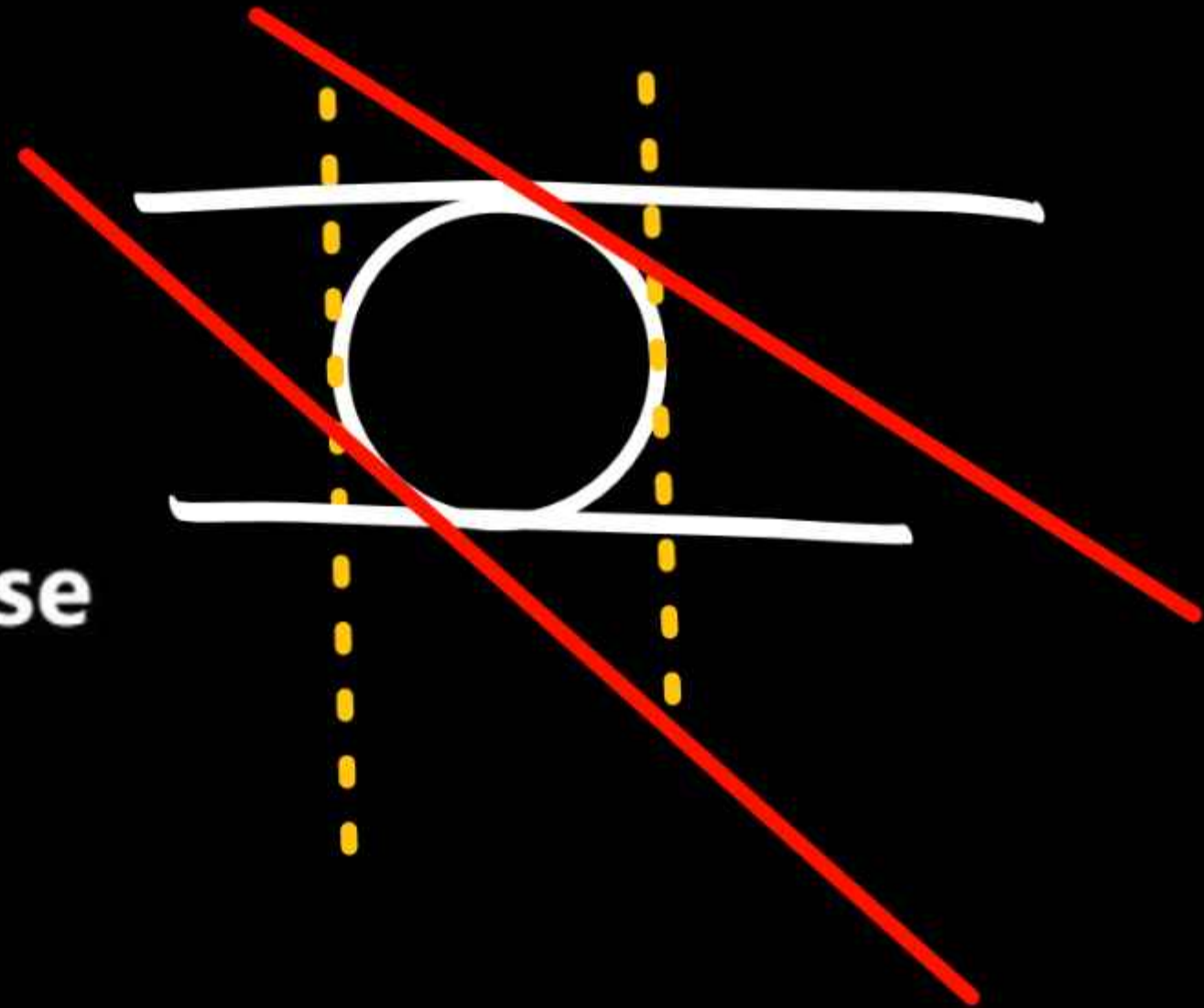
How many parallel tangents can a circle have?

(a) 1

(b) 2

(c) infinite

(d) none of these



5. यदि किसी वृत्त की त्रिज्याओं के बीच का कोण 100° है, तो इन दोनों त्रिज्याओं के अंत में स्पर्श रेखाओं के बीच का कोण है

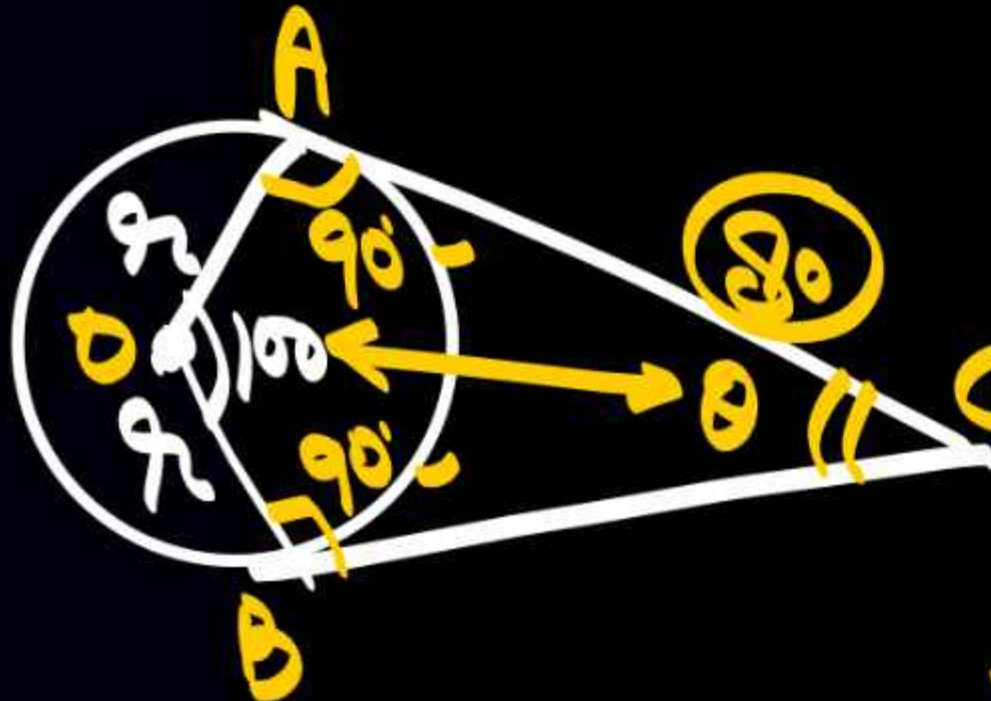
If the angle between the radii of a circle is 100° , then the angle between the tangents at the end of these two radii is

(a) 50°

(b) 60°

(c) 80°

(d) 90°



□ $\angle AOB \Rightarrow 100^\circ$

6. PQ केंद्र O वाले वृत्त की बिंदु P पर स्पर्शरेखा है। यदि $\triangle OPQ$ एक समद्विबाहु त्रिभुज है, तो $\angle OQP$ बराबर है

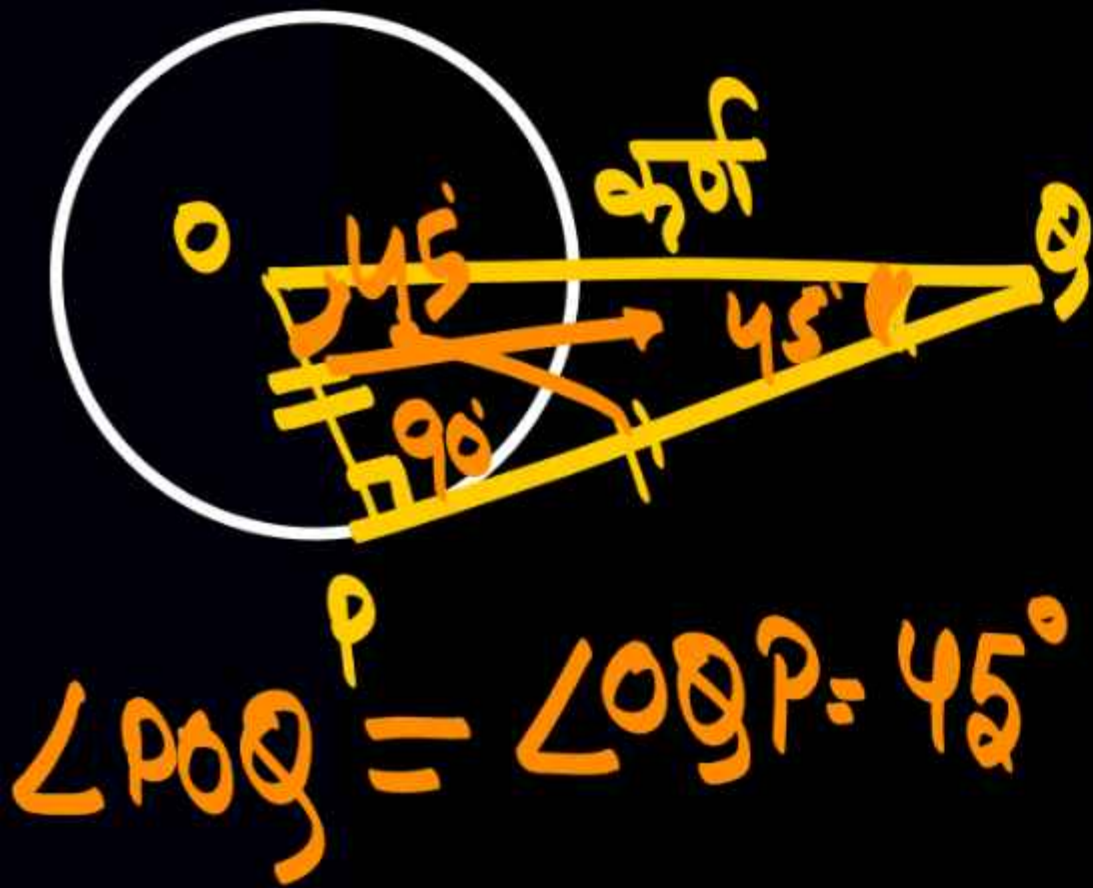
PQ is a tangent to a circle with centre O at the point P. If $\triangle OPQ$ is an isosceles triangle, then $\angle OQP$ is equal to

(a) 30°

(b) 45°

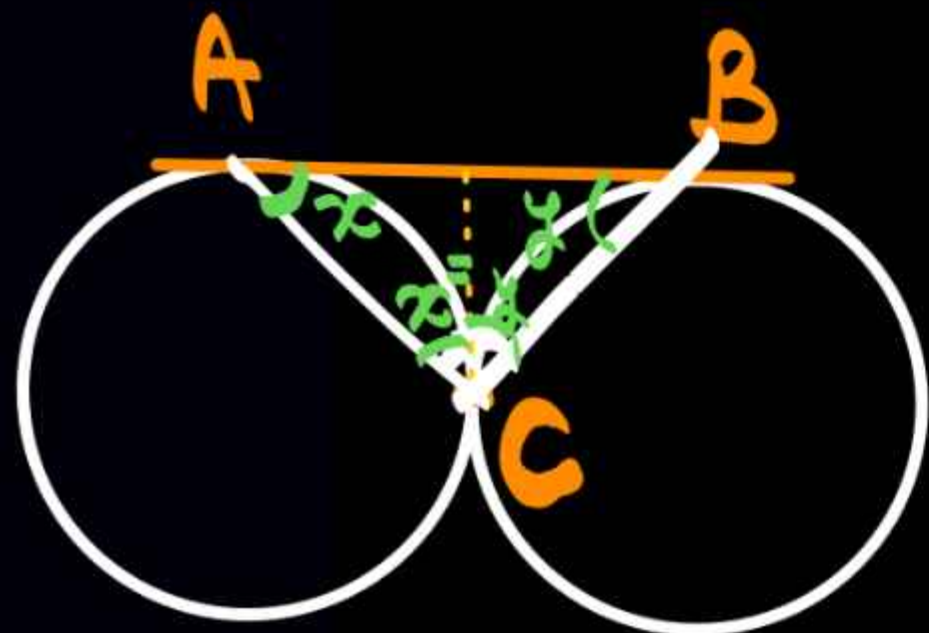
(c) 60°

(d) 90°



$$AP = PC$$

$$BP = PC$$



$$\angle ACB = (x+y)$$

$$\triangle ABC \Rightarrow x+y+x+y=180$$

$$2(x+y)=180$$

$$x+y=90$$

7. दो समान वृत्त C पर एक दूसरे को बाह्य रूप से स्पर्श करते हैं और AB उन वृत्तों की उभयनिष्ठ स्पर्शरेखा है। फिर, $\angle ACB =$

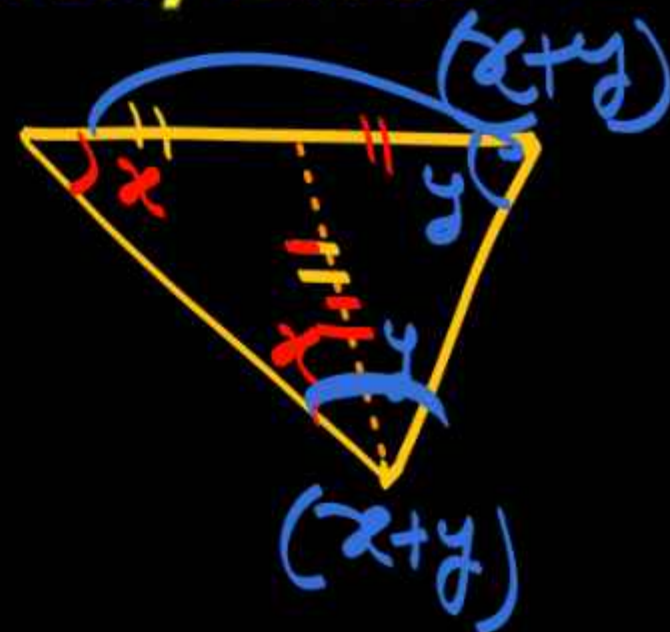
Two equal circles touch each other externally at C and AB is a common tangent to the circles. Then, $\angle ACB =$

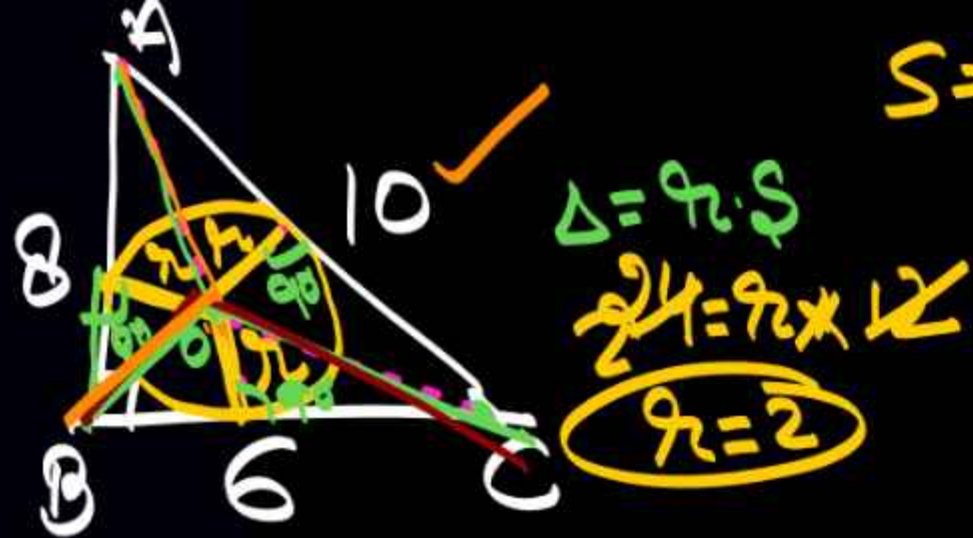
(a) 60°

(b) 45°

(c) 30°

(d) 90°





$$S = a + b + c$$

$$\Delta = 24$$

$$24 = \pi r \times 10$$

$$r = 2$$

$$\Delta ABC = \frac{1}{2} \times \text{Base} \times \text{Perpendicular}$$

$$= \frac{1}{2} \times 6 \times 8$$

$$24 = \Delta AOC + \Delta BOC + \Delta AOB$$

$$24 = \frac{1}{2} \times AC \times r + \frac{1}{2} \times 6 \times r + \frac{1}{2} \times 8 \times r$$

$$48 = 10r + 6r + 8r$$

$$48 = 24r$$

$$r = 2$$

8. ABC एक समकोण त्रिभुज है, जिसका कोण B इस प्रकार समकोण है कि $BC = 6$ " " सेमी और $AB = 8$ " " सेमी है। केंद्र O वाला एक वृत्त ΔABC में अंकित है। वृत्त की त्रिज्या है

ABC is a right angled triangle, right angled at B such that $BC = 6$ cm and $AB = 8$ cm. A circle with centre O is inscribed in ΔABC . The radius of the circle is

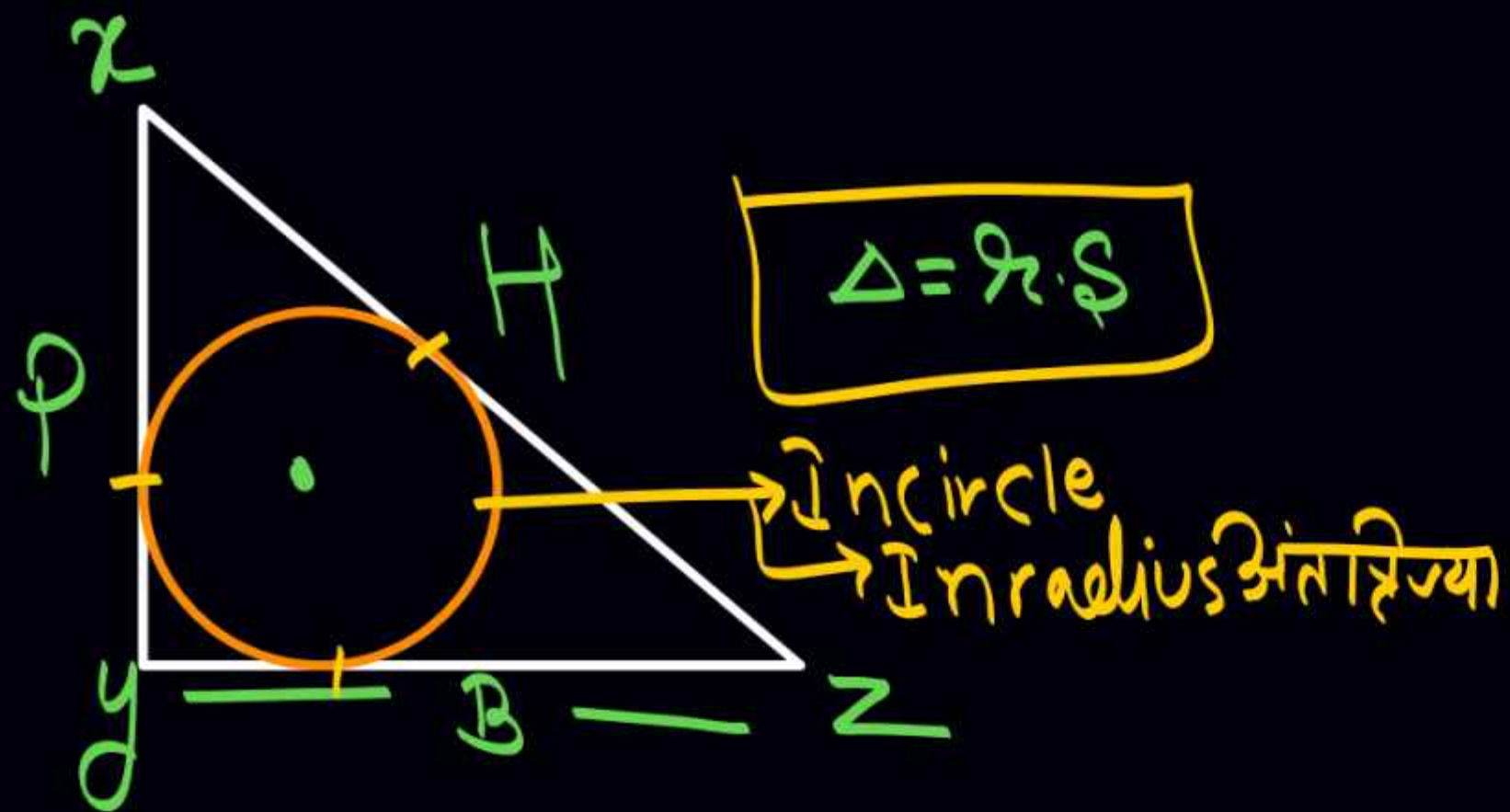
- (a) 1 cm
- (c) 3 cm

- (b) 2 cm
- (d) 4 cm

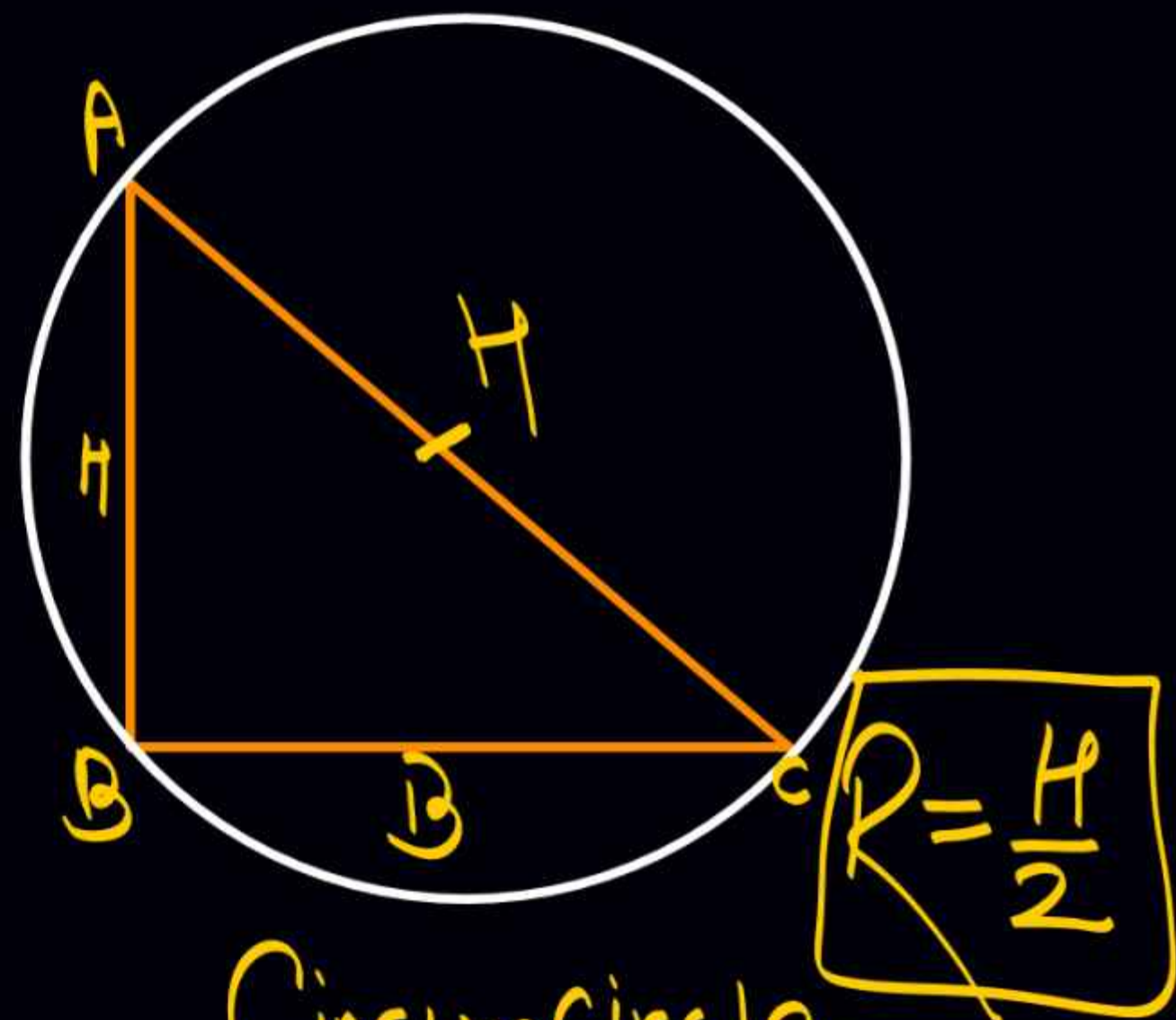
$$\text{समकोण } \Delta \text{ की } r = \frac{b + p - h}{2}$$

$$\frac{6 + 8 - 10}{2}$$

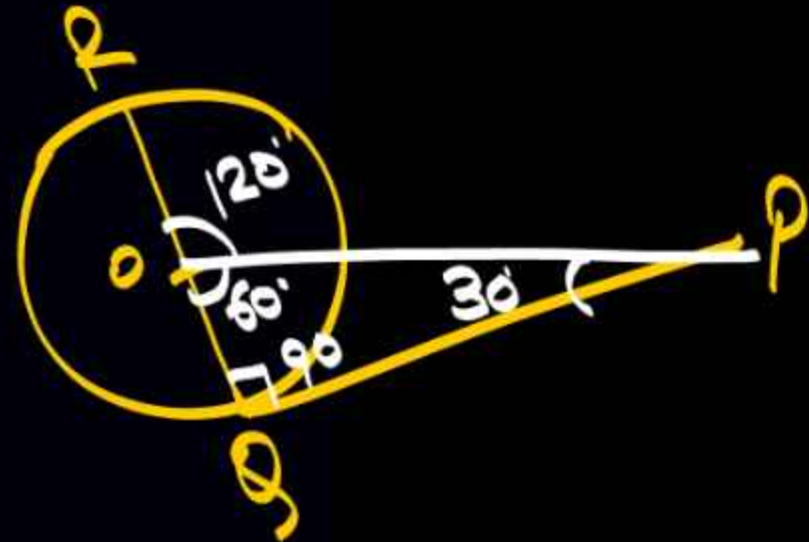
$$\Rightarrow \frac{4}{2} = 2$$



$$r = \frac{B + P - H}{2}$$



CircumCircle.
Circumradius પરિરિજ્યા



$$\angle OPQ = 180 - 90 - 60 \\ = 30^\circ$$

9. PQ बिंदु P से केंद्र O वाले वृत्त पर खींची गई एक स्पर्श रेखा है। वृत्त का व्यास इस प्रकार है कि $\angle POR = 120^\circ$, तो $\angle OPQ$ है

PQ is a tangent drawn from a point P to a circle with centre O

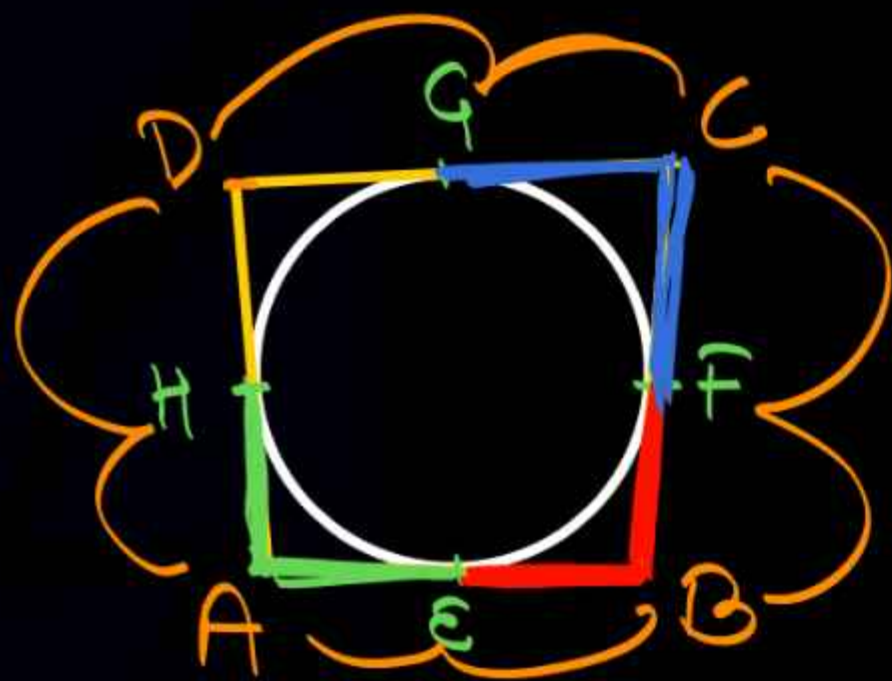
OR is a diameter of the circle such that $\angle POR = 120^\circ$, then $\angle OPQ$ is

(a) 60°

(b) 45°

(c) 30°

(d) 90°



$$\begin{aligned} AE &= AH \\ BE &= BF \\ CF &= CG \\ DG &= DH \end{aligned}$$

$$\underbrace{AE + BE + CF + DG}_{AB + CD} = \underbrace{AH + BF + CG + DH}_{AD + BC}$$

10. यदि एक चतुर्भुज $ABCD$ की चार भुजाएँ एक वृत्त की स्पर्शरेखा हैं, तो

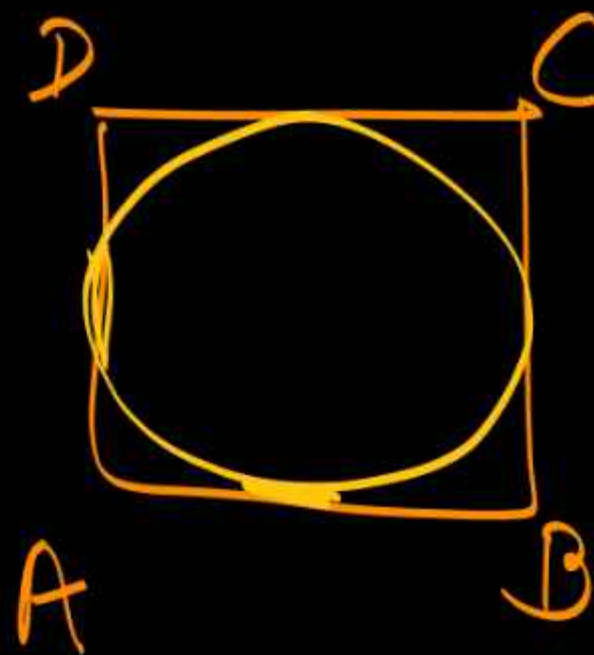
If four sides of a quadrilateral $ABCD$ are tangential to a circle, then

(a) $AC + AD = BD + CD$

(b) $AB + CD = BC + AD$

(c) $AB + CD = AC + BC$

(d) $AC + AD = BC + DB$



$$AB + CD = AD + BC$$



11. 6 सेमी त्रिज्या वाले एक वृत्त के केंद्र से 8" सेमी दूर एक बिंदु से खींची गई स्पर्शरेखा की लंबाई है

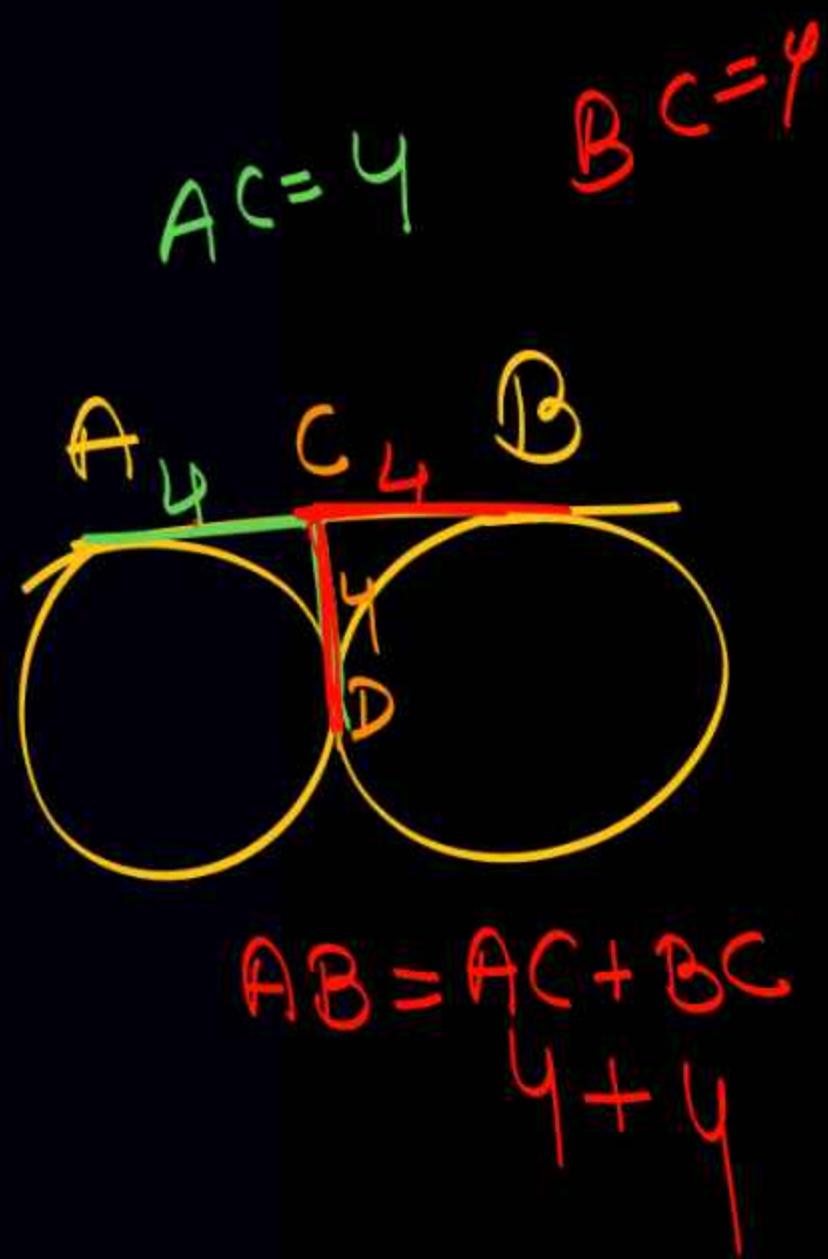
The length of the tangent drawn from a point 8 cm away from the centre of a circle of radius 6 cm is

(a) $\sqrt{7}$ cm

(b) $2\sqrt{7}$ cm

(c) 10 cm

(d) 5 cm



12. AB और CD वृत्तों की दो उभयनिष्ठ स्पर्श रेखाएँ हैं जो एक दूसरे को C पर स्पर्श करती हैं। यदि D, AB पर इस प्रकार स्थित है कि $CD=4$ " सेमी है, तो AB बराबर है

AB and CD are two common tangents to circles which touch each other at C. If D lies on AB such that $CD = 4$ cm, then AB is equal to

(a) 4 cm

(b) 6 cm

(c) 8 cm

(d) 12 cm

13. यदि किसी वृत्त की दो त्रिज्याओं के बीच का कोण 130° है, तो त्रिज्याओं के सिरों पर स्पर्शरेखाओं के बीच का कोण है

If angle between two radii of a circle is 130° , the angle between the tangents at the ends of radii is

(a) 90°

(b) 50°

(c) 70°

(d) 40°

14. दो अलग-अलग बिंदुओं पर प्रतिच्छेद करने वाले दो वृत्तों पर खींची जा सकने वाली उभयनिष्ठ स्पर्शरेखाओं की अधिकतम संख्या है

The maximum number of common tangents that can be drawn to two circles intersecting at two distinct points is

- (a) 1**
- (b) 2**
- (c) 3**
- (d) 4**

15. यदि दो लम्ब स्पर्शरेखाएँ PA और PB किसी बाहरी बिंदु से 4" सेमी त्रिज्या वाले एक वृत्त पर खींची जाती हैं, तो प्रत्येक स्पर्शरेखा की लंबाई है

If two perpendicular tangents PA and PB are drawn from an external point to a circle of radius 4 cm, then the length of each tangent is

(a) 3 cm

(b) 4 cm

(c) 5 cm

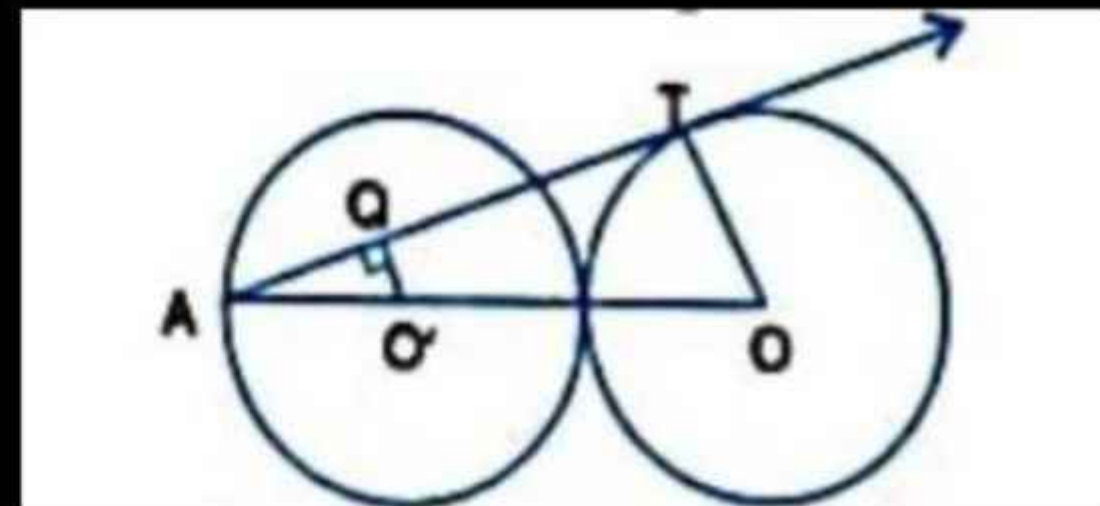
(d) 6 cm

16. चित्र 8.32 में, केंद्र O और O' वाले समान वृत्त P पर एक दूसरे को स्पर्श करते हैं। OO' को वृत्त $C(\sigma', r)$ से A पर मिलने के लिए उत्पादित किया जाता है। AT वृत्त $C(O, r)$ की एक स्पर्श रेखा है। आर)। यदि $O'Q$, AT पर लंबवत है, तो $AQ/AT =$

In Fig. 8.32, equal circles with centres O and O' touch each other at P . OO' is produced to meet circle $C(\sigma', r)$ at A . AT is a tangent to the circle $C(O, r)$. If $O'Q$ is perpendicular to AT , then $\frac{AQ}{AT} =$

(a) $\frac{2}{3}$
(c) $\frac{1}{4}$

(b) $\frac{1}{2}$
(d) $\frac{1}{3}$



17. यदि 5" सेमी त्रिज्या वाले एक वृत्त के केंद्र O से 13" "सेमी की दूरी पर स्थित बिंदु A से वृत्त पर स्पर्शरेखा AB और AC का युग्म खींचा जाता है, तो चतुर्भुज $ABOC$ का क्षेत्रफल है

If from a point A which is at a distance of 13 cm from the centre O of a circle of radius 5 cm, the pair of tangent AB and AC to the circle are drawn, then the area of quadrilateral $ABOC$ is

(a) 60 cm^2

(b) 120 cm^2

(c) 50 cm^2

(d) 80 cm^2

18. एक समबाहु त्रिभुज के अंतवृत्त का क्षेत्रफल 154 cm^2 है। त्रिभुज का परिमाण है

The area of incircle of an equilateral triangle is 154 cm^2 . The perimeter of the triangle is

(a) 71.5 cm

(b) 71.7 cm

(c) 72.3 cm

(d) 72.7 cm

19. यदि किसी वृत्त का एक चाप वृत्त के केंद्र पर 90° बनता है, तो इसकी लंबाई और वृत्त की परिधि का अनुपात है

If an arc of a circle forms 90° at the centre of the circle, then the ratio of its length to the circumference of the circle is

(a) 1: 4

(b) 3: 4

(c) 1: 3

(d) 2: 3

20. एक त्रिभुज की परिधि 30π सेमी है और इसके अंतःवृत्त की परिधि 88 सेमी है। त्रिभुज का क्षेत्रफल है

The perimeter of a triangle is $30\pi\text{cm}$ and the circumference of its incircle is 88 cm. The area of the triangle is

(a) 70 cm^2

(b) 140 cm^2

(c) 660 cm^2

(d) 420 cm^2