PROPORTION

CLASS-2

Q) If x is subtracted from each of 24, 40, 33 and 57, the number are in proportional, the ratio of $(5x+12)$ to $(4x+15)$ is –

24, 40, 33 और 57 में से प्रत्येक से x घटाने पर प्राप्त संख्याएँ समानुपात में हैं। $(5x+12)$ और $(4x+15)$ का अनुपात ज्ञात कीजिए।

$$\frac{24-x}{40-x} = \frac{33-x}{57-x}$$

9 (24−x, 33−x) 17 (40−x, 57−x)

$$\frac{24-x}{40-x} = \frac{9}{17}$$

$$408 - 17x = 360 - 9x$$

$$17x - 9x = 408 - 360$$

$$8x = 48$$

$$x = \frac{48}{8} = 6$$

$$5x + 12 = 42$$

$$4x + 15 = 39$$

$$42 : 39$$

$$14 : 13$$

Type – III

a : b :: c : d

a – First proportion पथमानुपात

b – Second proportion द्वितीयानुपात

c – Third proportion तृतीयानुपात

d – Fourth proportion चतुर्थानुपात

$$\boxed{\frac{a}{b} = \frac{c}{d}}$$

मध्यानुपात (Mean Proportion)

a, b का मध्यानुपात

$a : x :: x : b$

$x^2 = ab$

$$\boxed{x = \sqrt{ab}}$$

तृतीयानुपात (Third Proportion)

a, b का Third proportion

$a : b :: b : x$

$ax = b^2$

$$\boxed{x = \frac{b^2}{a}}$$

चतुर्थानुपात (Fourth Proportion)

a, b, c का Fourth Proportion

$a : b :: c : x$

$ax = bc$

$$\boxed{x = \frac{bc}{a}}$$

Q) Find the mean proportional between 25 and 225?
25 और 225 के बीच मध्यानुपात ज्ञात करें।

Mean Proportion $= \sqrt{25 \times 225}$

5×15

$= 75$

Q) The mean proportional between 6 and another number is 30. What is that number?
6 और एक अन्य संख्या का मध्यानुपात 30 है तो वह अन्य संख्या ज्ञात करे।

अन्य संख्या = A

$\sqrt{6 \times A} = 30$

$6A = 30^2 = 900$

$A = \frac{900}{6} = 150$

Q) What is the mean proportional between $(15+\sqrt{200})$ and $(27-\sqrt{648})$
$(15+\sqrt{200})$ (A) और $(27-\sqrt{648})$ (B) के बीच मध्य आनुपातिक क्या है?

$\boxed{M.P = \sqrt{A \times B}}$

$A = 15+\sqrt{200}$

$15+\sqrt{100 \times 2}$

$15+10\sqrt{2}$

$\boxed{A = 5(3+2\sqrt{2})}$

$B = 27-\sqrt{648}$

$27-\sqrt{324 \times 2}$

$27-18\sqrt{2}$

$\boxed{B = 9(3-2\sqrt{2})}$

$MP = \sqrt{5(3+2\sqrt{2}) \times 9(3-2\sqrt{2})}$

$\sqrt{45 \times (3^2-(2\sqrt{2})^2)}$

$\sqrt{45 \times 1} = \sqrt{45}$

$\sqrt{9 \times 5} = 3\sqrt{5}$

(II)

$$\sqrt{15+\sqrt{200}\ (27-\sqrt{648})}$$

$$\sqrt{405-15\sqrt{648}+27\sqrt{200}-129600}$$

$$\sqrt{405-\cancel{270\sqrt{2}}+\cancel{270\sqrt{2}}-180\sqrt{2}\times\sqrt{2}}$$

$$\sqrt{405-360}$$

$$\sqrt{45}=\sqrt{5\times3\times3}$$

$$=3\sqrt{5}$$

Q) What will be the third proportion of 0.024 and 0.12?
0.024 और 0.12 का तृतीयानुपाती क्या होगा?

a, b

$$T.P=\frac{b^2}{a}$$

$$\frac{0.12\times0.12\times\cancel{1000}}{0.024\times\cancel{100}\times\cancel{100}}$$

$$\frac{6\ \cancel{12}\times\cancel{12}}{\cancel{24}\times10}=0.6$$

$$\cancel{2}$$

Q) Find the third proportional of a and $\frac{b^4}{4a}$
a और $\frac{b^4}{4a}$ का तृतीय समानुपात निकालें।

$$\frac{\left[\frac{b^4}{4a}\right]^2}{a}$$

$$=\frac{b^8}{16a^2\times a}=\frac{b^8}{16a^3}$$

Q) What is the third proportional of (x^2-y^2) and $(x-y)$?
(x^2-y^2) और $(x-y)$ का तृतीयानुपाती क्या है?

$$\text{Third proportion} = \frac{(x-y)^2}{x^2-y^2}$$

$$\frac{(x-y)^2}{(x+y)(x-y)}$$

$$\frac{x-y}{x+y}$$

Q) Third proportional of a^3+b^3 and a^2+ab+b^2, when $a=2$ and $b=3$: (corrected to 2 decimal places)
a^3+b^3 और a^2+ab+b^2 का तृतीयानुपाती, जब $a=2$ और $b=3$ है: (दशमलव के 2 स्थानों तक सही)

$$a^3+b^3 = 2^3+3^3$$
$$= 8+27 = 35$$
$$a^2+ab+b^2 = 4+6+9$$
$$19$$
$$\frac{19^2}{35} = \frac{361}{35}$$
$$= 10.31$$

Q) If the third proportional of $3x^2$ and $4xy$ is 48, then find the positive value of y.
यदि $3x^2$ और $4xy$ का तृतीयानुपाती 48 है, तो y का धनात्मक मान ज्ञात कीजिए।

$$a, b$$
$$T.P = \frac{b^2}{a}$$

$$\frac{(4xy)^2}{3x^2} = 48$$

$$\frac{16x^2y^2}{3x^2} = 48 \; 3$$

$$y^2 = 9$$

$$y = \sqrt{9} = 3$$

Q) The fourth proportional to 7, 11, 14 is
7, 11, 14 का चतुर्थानुपाती है।

a, b, c

$$F.P = \frac{b \times c}{a}$$

$$\frac{11 \times 14^2}{7} = 22$$

Q) The fourth proportional of xy^2, x^2y, xy is –
xy^2, x^2y, xy का चतुर्थ समानुपात है।

$$\frac{x^2y \times xy}{xy^2}$$

$$\frac{x^2 \times y^2}{y^2} = x^2$$

Q) If $x = 3$, find the fourth proportional to $7x-1, 9x+5$ and $8x+1$.
यदि $x=3$ है, तो $7x-1, 9x+5$ और $8x+1$ का चतुर्थानुपाती ज्ञात कीजिए।

$7x-1=20$

$9x+5=32$

$8x+1=25$

$\frac{\cancel{32}^{8} \times \cancel{25}^{5}}{\cancel{20}_{\cancel{4}}} = 40$

Q) What is the quadratic ratio of $3\sqrt{5}$, $5\sqrt{8}$ and $3\sqrt{10}$?
$3\sqrt{5}$, $5\sqrt{8}$ और $3\sqrt{10}$ का चतुर्थानुपाती क्या है?

$$\frac{5\sqrt{8} \times \cancel{3}\sqrt{\cancel{5}\times 2}}{\cancel{3}\sqrt{\cancel{5}}}$$

$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$

$5\sqrt{8} \times \sqrt{2}$

$5 \times \sqrt{16}$

$= 5 \times 4 = 20$

Q) Find the fourth proportional of the numbers $\frac{1}{3}$ of 15, $\frac{4}{5}$ of 25, $\frac{3}{7}$ of 35:
संख्याओं 15 का $\frac{1}{3}$, 25 का $\frac{4}{5}$, 35 का $\frac{3}{7}$ का चतुर्थानुपाती ज्ञात कीजिए:

$\cancel{15}^{5} \times \frac{1}{\cancel{3}} = 5$

$\cancel{25}^{5} \times \frac{4}{\cancel{5}} = 20$

$\cancel{35}^{5} \times \frac{3}{\cancel{7}} = 15$

$\frac{\cancel{20}^{4} \times 15}{\cancel{5}} = 60$

Q) What is the ratio of the quadratic ratio of 2, 5, 6 and the quadratic ratio of 6, 8, 9?
2, 5, 6 के चतुर्थानुपाती और 6, 8, 9 के चतुर्थानुपाती का अनुपात क्या है?

$$\frac{5\times 6^{3}}{2} : \frac{{}^{4}8\times 9^{3}}{6\ 2}$$

$$15 : 12$$

$$5 : 4$$

Q) If x is the fourth proportional to 48, 72 and 108, then what will be the value of x?
यदि 48, 72 और 108 का चतुर्थानुपाती x है, तो x का मान क्या होगा?

$$x = \frac{{}^{3}72\times {}^{5}108^{4}}{48\ 2}$$

$$x = 162$$

Q) Find the difference in mean proportional between 1.8 and 3.2 and third proportional between 5 and 3.
1.8 और 3.2 के बीच मध्यानुपात (Mean proportional) और 5 और 3 के तृतीयानुपात (third proportional) में अंतर ज्ञात करें।

$$\sqrt{\frac{18}{10}\times\frac{32}{10}} = \sqrt{\frac{576}{100}}$$

$$\frac{24}{10} = 2.4$$

$$\frac{3^{2}}{5} = \frac{9}{5} = 1.8$$

अंतर = 2.4 − 1.8

0.6

Q) If p is third proportional to 8 and 20 and q is fourth proportional to 3, 5, 24 then find the value of $(2p+q)$.
यदि 8 और 20 का तृतीय समानुपात p है। और 3, 5 व 24 का चतुर्थसमानुपात q है तो $(2p+q)$ का मान ज्ञात करें।

$$p = \frac{20^2}{8} = \frac{400}{8} = 50$$

$$q = \frac{5 \times 24}{3} = 40$$

$$2p+q = 100+40 = 140$$

Q) The mean proportional of a and b is c. What is the mean proportional of a^2c and b^2c.
a और b का मध्यानुपात c है तो a^2c और b^2c का मध्यानुपात क्या होगा?

$$\sqrt{ab} = c$$

$$\boxed{c^2 = ab} \Rightarrow c^4 = a^2b^2$$

$$\sqrt{a^2c \times b^2c}$$

$$= \sqrt{a^2b^2c^2}$$

$$\sqrt{(ab)^2 \times c^2}$$

$$\sqrt{(c^2)^2 \times c^2} \Rightarrow \sqrt{c^6}$$

$$= c^3$$

Q) Find the ratio between fourth proportional of 12, 16, 6 and Third proportional of 4, 6.
12, 16, 6 के चतुर्थानुपात (Fourth proportional) और 4, 6 के तृतीयानुपात (Third proportional) के मध्य अनुपात ज्ञात करें।

$\frac{16 \times 6}{12} = \frac{96}{12}$ 8

$\frac{6^2}{4} = \frac{36}{4}$ 9

8 : 9

Type-IV Misc.

Q) When x is subtracted from each of 19, 28, 55 and 91, the number so obtained in this order are in proportion. What is the mean proportion between $(x+9)$ and x^2?

19, 28, 55 और 91 में से जब x घटाया जाता है तो प्राप्त संख्याएँ समानुपात में हो जाती हैं, तो $(x+9)$ और x^2 का मध्यानुपात ज्ञात करें।

$$\frac{19-x}{28-x} = \frac{55-x}{91-x}$$

(19−x, 55−x) → 36 ; (28−x, 91−x) → 63

$$\frac{19-x}{28-x} = \frac{36}{63} \quad \frac{4}{7}$$

$133 - 7x = 112 - 4x$

$7x - 4x = 133 - 112$

$3x = 21$

$x = \frac{21}{3}$ 7

$7 + 9 = 16$

$7^2 = 49$ } Mean prop.

$= \sqrt{16 \times 49}$

$4 \times 7 = 28$

Q) If $(2x+1), (x+2), 2$ and 5 are in proportion, then what is the mean proportional between $3.5(1-x)$ and $8(1+x)$?

यदि $(2x+1), (x+2), 2$ और 5 समानुपात में हो, तो $3.5(1-x)$ और $8(1+x)$ का मध्यानुपात ज्ञात करें।

$3.5 \downarrow \frac{7}{2}$

$$\frac{2x+1}{x+2} = \frac{2}{5}$$

$$10x+5 = 2x+4$$

$$8x = 4-5 = -1$$

$$\boxed{x = \frac{-1}{8}}$$

$$\frac{7}{2}\left(1-\left(\frac{-1}{8}\right)\right) : \frac{7}{2}\left(1+\frac{1}{8}\right)$$

$$\frac{7}{2} \times \frac{9}{8} = \frac{63}{16}$$

$8(1+x)$

$8\left(1+\left(-\frac{1}{8}\right)\right)$

$8\left(1-\frac{1}{8}\right)$

$\cancel{8} \times \frac{7}{\cancel{8}} = 7$

$$\sqrt{\frac{63}{16} \times 7}$$

$$\sqrt{\frac{441}{16}} = \frac{21}{4}$$

$$= 5.25$$

(II) $\frac{2x+1}{x+2} = \frac{2}{5}$

$10x+5 = 2x+4$

$8x = 4-5 = -1$

$\boxed{x = \frac{-1}{8}} \Rightarrow x^2 = \frac{1}{64}$

$\sqrt{\frac{7}{2}(1-x) \times 8^4 (1+x)}$

$\sqrt{28 \times (1-x)(1+x)}$

$\sqrt{28(1-x^2)}$

$\sqrt{28 \times \left(1-\frac{1}{64}\right)}$

$\sqrt{\frac{28}{7} \times \frac{63}{64_{16}}} = \sqrt{\frac{441}{16}} = \frac{21}{4}$

$= 5.25$

अनुक्रमानुपाती	व्युत्क्रमानुपाती
Directly Proportional	Inversely Proportional
a, b का अनुक्रमानुपाती है।	↓ reciprocal
$a \propto b$	$a \propto \frac{1}{b}$
$\boxed{a = kb}$	$\boxed{a = k \times \frac{1}{b}}$

Q) If y varies directly with x and y - 61 when x = 42 find y when x = 54 (consider integral value)

यदि y, x के अनुक्रमानुपाती है और y = 61 जब x = 42 होता है तो y का मान बताये जब x = 54 होगा।

$$y \propto x$$

$$\boxed{y = kx}$$

$$61 = k \times 42$$

$$\boxed{k = \frac{61}{42}}$$

$$y = \frac{61}{\cancel{42}_{7}} \times \cancel{54}^{9} = \frac{549}{7}$$

$$y = 78 \text{ approx}$$

Q) A is inversely proportional to cube of B. If A = 6, then B = 4. If A $\frac{3}{2}$ find B then.

A, B के घन के व्युत्क्रमानुपाती है। यदि A = 6, तो B = 4 है। यदि A = $\frac{3}{2}$ तो B का मान ज्ञात कीजिये।

$$A \propto \frac{1}{B^3}$$

$$\boxed{A = K \times \frac{1}{B^3}}$$

$$6 = K \times \frac{1}{4^3}$$

$$\boxed{K = 6 \times 64 = 384}$$

$$\frac{\cancel{3}}{2} = \frac{\overset{128}{\cancel{384}}}{B^3} \times 1$$

$$B^3 = 256$$

$$B = \sqrt[3]{256} = \sqrt[3]{64 \times 4}$$

$$= 4\sqrt[3]{4}$$

FOUNDATION BATCH (07.05.2024) MATHS WORK SHEET (RWA)

1. If 9, x, x, 64 are in proportion, then find the value of x.

यदि 9, x, x, 64 समानुपात में हैं, तो x का मान ज्ञात कीजिए।

(1) 18

(2) 98

(3) 58

(4) 24

2. Find the mean ratio between 2 and 98.

2 और 98 के बीच मध्यानुपात ज्ञात कीजिए।

(2) 14.5

(1) 13

(3) 16

(4) 14

3. Find the mean ratio of 169 and 121.

169 और 121 का मध्यानुपाती ज्ञात कीजिए।

(1) 165

(2) 143

(3) 147

(4) 179

4. What will be the third ratio of 9 and 18?

9 एवं 18 का तृतीयानुपात क्या होगा?

(1) 54

(2) 24

(3) 36

(4) 44

5. What is the fourth proportional to 3, 8, 12?

3, 8, 12 का चतुर्थ समानुपाती क्या है?

(A) 36

(B) 26

(C) 32

(D) 16

6. What will be the fourth ratio of 4, 8, 7?

4, 8, 7 का चतुर्थ समानुपात क्या होगा ?

(A) 6

(B) 12

(C) 14

(D) 16

7. What will be the fourth ratio of 3, 7, 12?

3, 7, 12 का चतुर्थ समानुपात क्या होगा ?

(A) 6

(B) 12

(C) 28

(D) 16

8. Find the mean proportional of $(x - y)$, $(x^3 - x^2y)$.

$(x - y)$, $(x^3 - x^2y)$ का मीन प्रोपोर्शनल (मध्यानुपाती) निकालिये-

(1) $y(x+y)$

(2) $x(x-y)$

(3) $\frac{xy}{x-y}$

(4) $\frac{x+y}{x-y}$

9. Find the third ratio of 10 and 20

10 और 20 का तृतीयानुपाती ज्ञात कीजिए

(1) 40

(2) 200

(3) 10

(4) 20

10. When x is subtracted from each of 24, 30, 36 and 46 the numbers obtained in this order are in proportion what is the mean proportional between $(2x + 3)$ and $(3x + 2)$?

जब x को 24, 30, 36 और 46 में से प्रत्येक से घटाया जाता है तो इस प्रकार से प्राप्त संख्याएँ समानुपात में होती हैं, तो $(2x + 3)$ और $(3x + 2)$ का मध्यानुपात करें।

(a) 10

(b) 12

(c) $10\sqrt{3}$

(d) $12\sqrt{3}$

ANSWER SHEET

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
D	D	B	C	C	C	C	B	A	C

Sol.1

$9, x, x, 64$

$x^2 \Rightarrow 64 \times 9$

$x^2 = 576$

$\boxed{x = 24}$

Sol.2

2, 98 का मध्यानुपात

$= \sqrt{2 \times 98}$

$\Rightarrow \sqrt{196}$

$\boxed{\Rightarrow 14}$

Sol.3

169, 121 का मध्यानुपाती

$\Rightarrow \sqrt{169 \times 121}$

$\Rightarrow 13 \times 11$

$\boxed{\Rightarrow 143}$

Sol.4

9, 18, का तृतीयानुपात

$\frac{b^2}{a} = \frac{18 \times 18}{9}$

$\boxed{\Rightarrow 36}$

Sol.5

3, 8, 12 का चतुर्थ समानुपात

$F.P = \frac{b \times c}{a} = \frac{8 \times 12}{3}$

$\boxed{= 32}$

Sol.6

4, 8, 7 चतुर्थ समानुपात

$F.P = \frac{b \times c}{a} = \frac{8 \times 7}{4}$

$\boxed{\Rightarrow 14}$

Sol.7

3, 7, 12 चतुर्थ समानुपात

$F.P = \frac{b \times c}{a} = \frac{7 \times 12}{3}$

$\boxed{= 28}$

Sol.8

$(x-y), (x^3 - x^2y)$ का मध्यानुपात

$x^2 = (x-y)(x^3 - x^2y)$

$x = \sqrt{(x-y)(x^3 - x^2y)}$

$\Rightarrow \sqrt{(x-y)\, x^2 (x-y)}$

$\boxed{\Rightarrow x(x-y)}$

Sol.9

10, 20 का तृतीय अनुपात

$T.P \quad \frac{b^2}{a} = \frac{20 \times 20}{10} \Rightarrow \frac{400}{10}$

$\boxed{\Rightarrow 40}$

Sol.10

$\frac{24-x}{30-x} = \frac{36-x}{96-x}$

$\frac{24-x}{30-x} = \frac{12}{16}, \frac{3}{4}$

$96 - 4x = 90 - 3x$

$\boxed{x = 6}$

तो $(2x+3)$ और $(3x+2)$ का मध्यानुपात

$(2 \times 6 + 3), (3 \times 6 + 2)$

$15, 20$

$x = \sqrt{15 \times 20}$

$\Rightarrow \sqrt{300}$

$\Rightarrow 10\sqrt{3}$