



# DSSSB TGT

## PART (A+B)



# MATHS

## AP, GP & HP

Part -3



19/04/2024 04:00PM



**Not: In an AP following results are very useful:**

**(i)  $T_n = S_n - S_{n-1}, d = S_2 - 2S_1$**

**(ii)  $\frac{T_n - T_q}{n - q} = \frac{T_p - T_q}{p - q}$**

**(Useful when  $T_p, T_q$  are known and to find  $T_n$ )**

**(iii)  $pT_p = qT_q \Rightarrow T_{p+q} = 0$**

$$\text{(iv)} \quad T_p = q, T_q = p \Rightarrow t_{p+q} = 0, T_n = p + q - n$$

$$\text{(v)} \quad T_p = \frac{1}{q}, T_q = \frac{1}{p} \Rightarrow t_{pq} = 1, S_{pq} = \frac{1}{2}(pq + 1)$$

$$\text{(vi)} \quad S_p = q, S_q = p \Rightarrow t_{p+q} = -(p + q)$$

$$\text{(vii)} \quad S_p = S_q \Rightarrow S_{p+q} = 0.$$

## ASSUMING NUMBER IN AP

Ex- समानान्तर श्रेणी में तीन पद ज्ञात कीजिए जिनका योग 39 तथा गुणनफल 1872 है?

# Some Standard Formulae for addition

## Some Properties of AP

- I. यदि किसी समानान्तर श्रेणी के प्रत्येक पद में कोई संख्या जोड़ी, या घटाई जाए तो परिणामी श्रेणी भी समानान्तर श्रेणी होगी व उनका सामान्य अन्तर **Same** रहेगा।
- II. यदि किसी समानान्तर श्रेणी के प्रत्येक पद में किसी गैर-शून्य अंक से गुणा था भाग किया जाए तो परिणामी श्रेणी भी समानान्तर श्रेणी ही होगी।

# Geometrical Progression (GP)

## (गुणोन्तर श्रेणी)

$$T_n = ar^{n-1}$$

गुणोन्तर श्रेणी वह श्रेणी होती है जिसके क्रमागत पदों का अनुपात होता है। इस अनुपात को सार्वानुपात (common ratio) कहते हैं। तथा इसे  $r$  से प्रदर्शित करते हैं।

Standard form:  $a, ar, ar^2, ar^3, ar^4, \dots, ar^{n-1}$

General form:

Example- 3, 9, 27, 81, 243, .....

# SUM OF n terms of a GP

Example- श्रेणी 2,4,8,16,32..... के 10 पदों का योग ज्ञात कीजिए।

$$S_n = \begin{cases} r < 1 : \frac{a(1-r^n)}{(1-r)} \\ r > 1 ; \frac{a(r^n-1)}{(r-1)} \\ r = 1 ; na \end{cases}$$

## Sum of an Infinite GP

$a, ar, ar^2, ar^3, \dots, ar^{n-1}, \dots, ar^\infty$

$$r > 1$$

$$S_\infty = \infty$$

$$r = 1$$

$$S_\infty = \infty$$

$$|r| < 1$$

$$S_\infty = \frac{a}{1-r}$$

$$r = \{-1, 1\}$$

# Geometric Mean

If G be the GM between a and b, then

$$G = \sqrt{ab}$$

$$G \rightarrow (a \times b \times c)^{1/3}$$

$$G = (a \times b \times c \times d)^{1/4}$$

## **n GM's between two numbers:**

**If  $G_1, G_2, \dots, G_n$  be n GM's between two numbers a and b, then  $a, G_1, G_2, \dots, G_n, b$ .**

# Assuming Numbers in GP

# SOME PROPERTIES OF GP

यदि  $a, b, c, d$  गुणोत्तर श्रेणी में है तब

$\Rightarrow ax, bx, cx, dx \rightarrow$  are in GP

$\times 3 (2, 4, 8, 16)$   
 $6, 12, 24, 48$

$\Rightarrow \frac{a}{x}, \frac{b}{x}, \frac{c}{x}, \frac{d}{x} \rightarrow$  are in GP

$\div 5 (10, 20, 40, 80, 160)$   
 $2, 4, 8, 16, 32$

$\Rightarrow a^2, b^2, c^2, d^2 \rightarrow$  are in GP

$\Rightarrow \sqrt{a}, \sqrt{b}, \sqrt{c}, \sqrt{d} \rightarrow$  are in GP

यदि  $a, b, c, d > 0$

$\Rightarrow \frac{1}{a}, \frac{1}{b}, \frac{1}{c}, \frac{1}{d} \rightarrow$  are in GP

10. प्रथम 20 विषम प्राकृत संख्याओं का योग है

The sum of first 20 odd natural numbers is.

(a) 100

(b) 210

(c) 400

(d) 420

प्रथम  $n$  विषम प्राकृत संख्याओं  
का योग =  $n^2$   
 $20^2$

11. यदि 18, a, b, -3 A.P में हैं, तो  $a + b =$

If 18, a, b, -3 are in A.P., the  $a + b =$

(a) 19

(b) 7

(c) 11

(d) 15

$$18, a, b, -3$$

$$a - 18 = -3 - b$$

$$a + b = -3 + 18$$

$$a + b = 15$$

12. किसी A.P. का पहला पद  $p$  है और सार्व अंतर  $q$  है, तो इसका 10वाँ पद है।

The first term of an A.P. is  $p$  and the common difference is  $q$ , then its 10th term is.

(a)  $q + 9p$

(b)  $p - 9q$

(c)  $p + 9q$

(d)  $2p + 9q$

$$T_{10} = p + (10-1)q$$

$p + 9q$

$$a = p$$
$$d = q$$

$$a, a+q, a+2q, a+3q$$
$$a+4q, a+5q, a+6q$$
$$a+7q, a+8q$$

$$T_n = a + (n-1)d$$

$$p + 9q$$

$2x, x+10, 3x+2$

$2(x+10) = 2x + 3x + 2$

$2x + 20 = 2x + 3x + 2$

$20 - 2 = 3x$

$3x = 18$

$x = 6$

13.  $x$  का मान जिसके लिए  $2x, x + 10$  और  $3x + 2$  एक A.P. के तीन लगातार पद हैं, है

The value of  $x$  for which  $2x, x + 10$  and  $3x + 2$  are the three consecutive terms of

an A.P. is

(a) -6

(b) 18

(c) 6

(d) -18

$a, b, c \rightarrow$  तीनों A.P. के लगातार terms हैं

$2b = a + c$

$13 \quad 17 \quad 21$   
 $(a-d) + a + (a+d) = 51$   
 $a - d + a + a + d = 51$   
 $3a = 51$   
 $a = 17$

14. यदि एक बढ़ती हुई A.P. के लगातार तीन पदों का योग 51 है और इनमें से पहले और तीसरे पदों का गुणनफल 273 है, तो तीसरा पद है

If the sum of three consecutive terms of an increasing A.P. is 51 and the product of the first and third of these terms is 273, then the third term is

(a) 13

(b) 9

(c) 21

(d) 17

$I \times III = 273$

$(a-d)(a+d) = 273$

$a^2 - d^2 = 273$

$289 - d^2 = 273$

$d = 4$

**15.**  $\left(3 - \frac{1}{n}\right) + \left(3 - \frac{2}{n}\right) + \left(3 - \frac{3}{n}\right) +$

... ..  $n$  पदों तक है।

$\left(3 - \frac{1}{n}\right) + \left(3 - \frac{2}{n}\right) + \left(3 - \frac{3}{n}\right) + \dots \text{ upto } n$

terms is.

(a)  $\frac{1}{2}(3n - 1)$

(b)  $\frac{1}{2}(3n + 1)$

(c)  $\frac{1}{2}(5n - 1)$

(d)  $\frac{1}{2}(5n + 1)$

$(3 + 3 + 3 + 3 + \dots + 3)$   
 $n=1$   
 $3n$

$\left(3 - \frac{1}{n}\right) + \left(3 - \frac{2}{n}\right) + \left(3 - \frac{3}{n}\right) + \dots$

$3n - \left(\frac{1}{n} + \frac{2}{n} + \frac{3}{n} + \dots + n\right)$

$3n - \left(\frac{1+2+3+4+\dots+n}{n}\right)$

$3n - \left(\frac{n(n+1)}{2 \times n}\right)$

$\frac{6n - n - 1}{2} = \frac{1}{2}(5n - 1)$

16. A.P. के पहले 16 पदों का योग: 10, 6, 2, ..., है

The sum of first 16 terms of the A.P.: 10,

6, 2, ..., is

- (a) -320
- (b) 320
- (c) -352
- (d) -400

$$\begin{aligned} S_{16} &= \frac{16}{2} (2 \times 10 + (16-1)(-4)) \\ &= 8 (20 - 60) \\ &= 8 (-40) \\ &= -320 \end{aligned}$$

$$S_n = \frac{n}{2} (2a + (n-1)d)$$

$a = 10$

$d = 6 - 10 = -4$

$$S_6 = \frac{6}{2} (2 \times (-5) + (6-1) \cdot 2)$$

$$\Rightarrow 3(-10 + 10)$$

$$3 \times 0$$

$$\Rightarrow 0$$

**17.** यदि किसी A.P. का पहला पद - 5 है और सार्व अंतर 2 है, तो पहले 6 पदों का योग है।

**If the first term of an A.P. is - 5 and the common difference is 2, then the sum of first 6 terms is.**

**(a) 0**

(b) 5

(c) 6

(d) 15

$$a = -5$$

$$d = 2$$

$$n = 6$$

$$\underbrace{-5, -3, -1, 1, 3, 5}_{0}$$

18. AP के अंत से चौथा पद: -11, -8, -5, ..., 49 है

The 4<sup>th</sup> term from the end of the AP: -11, -8, -5, ..., 49 is

$$d = -8 - (-11) = 3$$

Handwritten sequence: -11, -8, -5, ..., 40, 43, 46, 49. Brackets above the first three terms show a common difference of +3. The terms 40, 43, 46, 49 are written above the sequence.

(a) 37

(b) 40

(c) 43

(d) 58

$$T_4 = 49 + (4-1) \cdot (-3)$$
$$49 - 9 = 40$$

Handwritten sequence: -11, -8, -5, ..., 40, 43, 46, 49. Brackets below the first three terms show a common difference of +3. An arrow points to the term 40, which is labeled 'Last'.

Handwritten sequence: 49, 46, 43, 40, ... with a curved arrow indicating a common difference of -3.

**19.** A.P. 21, 42, 63, 84, ... का कौन सा पद 210 है?

$$a=21$$

**Which term of the A.P. 21, 42, 63, 84, ... is 210?**

$$T_n = 210$$

(a) 9th

**(b) 10th**

(c) 11th

(d) 15th

$$T_n = a + (n-1) \cdot d$$

$$210 = 21 + (n-1) \cdot 21$$

$$210 = 21(x + n - x)$$

$$\boxed{10 = n}$$

20. यदि किसी A.P. का दूसरा पद 13 है और 5वाँ पद 25 है, तो इसका 7वाँ पद क्या है?

If the  $2^{\text{nd}}$  term of an A.P. is 13 and 5th term is 25, what is its 7th term?

(a) 30

(b) 33

(c) 37

(d) 38

$$\frac{T_7 - 25}{7 - 5} = \frac{13 - 25}{2 - 5}$$

$$\frac{T_7 - 25}{2} = 4$$

$$T_7 = 33$$

$$\frac{T_n - T_q}{n - q} = \frac{T_p - T_q}{p - q}$$

$$\begin{aligned} p &= 2 \\ T_p &= 13 \\ q &= 5 \\ T_q &= 25 \end{aligned}$$

$$36 = \frac{n}{2}(1+11)$$

$$36 = n \times 6$$

$$\boxed{n=6}$$

**21.** किसी A.P. के प्रथम और अंतिम पद 1 और 11 हैं। यदि इसके पदों का योग 36 है, तो पदों की संख्या होगी।

**The first and last terms of an A.P. are 1 and 11. If the sum of its terms is 36, then the number of terms will be.**

(a) 5

**(b) 6**

(c) 7

(d) 8

$$S_n = \frac{n}{2}(2a + (n-1) \cdot d)$$

$$S_n = \frac{n}{2}(a + l)$$

H.W.

**22.** यदि A.P. में चार संख्याएँ ऐसी हैं जिनका योग 50 है और सबसे बड़ी संख्या सबसे छोटी संख्या का 4 गुना है, तो संख्याएँ हैं

**If four numbers in A.P. are such that their sum is 50 and the greatest number is 4 times the least, then the numbers are**

- (a) 5, 10, 15, 20
- (b) 4, 10, 16, 22
- (c) 3, 7, 11, 15
- (d) none of these