DSSSB TGT PART(A+B)

MATHS

AP , GP & HP

Part -2

LIVE 18/04/2024 04:00PM

Not: In an AP following results are very useful:

(i) $T_n = S_n - S_{n-1}, d = S_2 - 2S_1$

(ii) $\frac{T_n - T_q}{n-q} = \frac{T_p - T_q}{p-q}$

(Useful when T_p, T_q are known and to find T_n)

(iii) $pT_p = qT_q \Rightarrow T_{p+q} = 0$

(iv) $T_p = q, T_q = p \Rightarrow t_{p+q} = 0, T_n = p + q - n$

(v) $T_p = \frac{1}{q}, T_q = \frac{1}{p} \Rightarrow t_{pq} = 1, S_{pq} = \frac{1}{2}(pq + 1)$

(vi) $S_p = q, S_q = p \Rightarrow t_{p+q} = -(p + q)$

(vii) $S_p = S_q \Rightarrow S_{p+q} = 0.$

समानान्तर श्रेणी में पद assume करना →

Odd Terms

- Three → $a-d, a, a+d$
- Five → $a-2d, a-d, a, a+d, a+2d$

$d \Rightarrow$ Common difference (सार्वान्तर)

Even Terms

- Two → $a-d, a+d$
- Four → $a-3d, a-d, a+d, a+3d$

Ex- समानान्तर श्रेणी में तीन पद ज्ञात कीजिए जिनका योग 39 तथ्ज्ञा गुणनफल 1872 है?

$a-d, a, a+d$

$8, 13, 18$

$a-d, a, a+d$

$a-d+a+a+d = 39$

$3a = 39$

$\boxed{a=13}$

$(a-d) \times a \times (a+d) = 1872$

$(a^2-d^2) \times a = 1872$

$(169-d^2) \times 13 = 1872$ $\quad 144$

$d^2 = 25 \Rightarrow \boxed{d=5}$

AP में तीन पद ज्ञात कीजिए जिनका योग 60 तथा गुणनफल 6000 हो?

$\overset{10}{a-d}, \overset{20}{a}, \overset{30}{a+d}$

$a-d+a+a+d=60$

$3a=60$

$\boxed{a=20}$

$(a-d)\times a(a+d)=6000$

$(a^2-d^2)\times a=6000$

$400-d^2=\frac{6000}{20}=300$

$+d^2=+100$

$\boxed{d=10}$

Some Standard Formulae for addition

(ज्ञान)

Σn ⇒ प्रथम n प्राकृतिक संख्याओं का योग ⇒ $\frac{n(n+1)}{2}$

$\Sigma(2n-1)$ ⇒ " " " विषम " " " ⇒ n^2

$\Sigma(2n)$ ⇒ " " " सम " " " ⇒ $n(n+1)$

Σn^2 ⇒ " " " संख्याओं के वर्गों का योग ⇒ $\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

Σn^3 ⇒ " " " " " घनों " " ⇒ $\left[\frac{n(n+1)}{2}\right]^2$

Some Properties of AP

d=4

4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36

+2) 6, 10, 14, 18, 22, 26, 30, 34, 38

-2) 2, 6, 10, 14, 18, 22, 26, 30, 34

d=4

I. यदि किसी समानान्तर श्रेणी के प्रत्येक पद में कोई संख्या जोड़ी, या घटाई जाए तो परिणामी श्रेणी भी समानान्तर श्रेणी होगी व उनका सामान्य अन्तर **Same** रहेगा।

4, 8, 12, 16, 20, 24 d=4

÷2) 2, 4, 6, 8, 10, 12 (d=2)

×2) 8, 16, 24, 32, 40, 48 (d=8)

×2

II. यदि किसी समानान्तर श्रेणी के प्रत्येक पद में किसी गैर-शून्य अंक से गुणा था भाग किया जाए तो परिणामी श्रेणी भी समानान्तर श्रेणी ही होगी।

$$T_n = a + (n-1) \cdot d$$

n: no. of Ter

d: Common diff

Geometrical Progression (GP)

(गुणोन्तर श्रेणी)

General Term ⇒ $T_n = ar^{(n-1)}$

3, 9, 27, 81, 243.....

$\frac{9}{3} = \frac{27}{9} = \frac{243}{81} \rightarrow 3$ (r=3)

→ गुणोन्तर श्रेणी वह श्रेणी होती है जिसके क्रमागत पदों का अनुपात (Constant) होता है। इस अनुपात को सार्वानुपात (common ratio) कहते है। तथा इसे r से प्रदर्शित करते है।

Standard form: $a, ar^1, ar^2, ar^3, ar^4 \ldots\ldots (ar^{n-1})$ nth term

General form:

Example- 3,9,27,81,243,.....

SUM OF n terms of a GP

$a, ar, ar^2, ar^3 \dots ar^{n-1}$

$r = \frac{4}{2} \Rightarrow 2$

Example- श्रेणी 2,4,8,16,32..... के 10 पदों का योग ज्ञात कीजिए।

$$S_n = \begin{cases} \frac{a(1-r^n)}{1-r} & ; r<1 \\ \frac{a(r^n-1)}{r-1} & ; r>1 \\ na & ; r=1 \end{cases}$$

$T_n = ar^{n-1}$

$S_n = \frac{a(r^n-1)}{r-1}$

$S_{10} \Rightarrow \frac{2(2^{10}-1)}{2-1}$

$\Rightarrow 2(1023)$

$\Rightarrow 2046$ Ans

$T_{10} = ar^{10-1}$

$\Rightarrow 2 \times 2^9$

$\Rightarrow 2^{10}$

$\Rightarrow 1024$

$\rightarrow$ $\underbrace{+1+1}+1+1+1+1+1+1+1+1+\cdots\cdots-1000$ 45 ত

$\frac{1}{1}=1$ $\quad$ $\frac{1}{1}=1$ $\quad$ $r=1$

$S_{1000} = 1000 \times a$

$\Rightarrow 1000$ টি

Ques 1 $S_n = n.a$

$a=3$ $n=2\infty$

Q. $3+3+3+3+3 \cdots \infty$ पद तक

$3+3=6$

$6+3=9$

$S_{2\infty} = 2\infty \times 3$

$\rightarrow 6\infty$

Ans = ?

Sum of an Infinite GP

$a, ar, ar^2, ar^3 \dots ar^{n-1} \dots \infty$

$r > 1$

$S_\infty = \infty$

$r = 1$

$S_\infty = \infty$

$3 + 3 + 3 + \dots \infty$

$r = 1$

$|r| < 1$

$r = (-1, 1)$

$$S_\infty = \frac{a}{1-r}$$

$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots \infty$ $r = \frac{1}{2}$

$S_\infty = \frac{1}{1-\frac{1}{2}} = 2$

$a = 1, r = \frac{1}{2}$

Geometric Mean

If G be the GM between a and b, them

$$G = \sqrt{ab}$$

$(ab)^{1/2}$

4, 9

$G = \sqrt{4 \times 9} = 6$

गुणोत्तर माध्य = G

$G = (a \cdot b)^{1/n}$

$(2, 4, 8)^{1/3}$

$\sqrt[3]{64} = 4$

Quadratic Eq^n ⇒ 119 question