

29/3/24

LCM & HCF

CLASS-25

Type-IX

$a : b$ ($a, b \rightarrow$ Coprime / सहअभाज्य)

वास्तविक संख्याएँ
Original No.

$$\boxed{HCF \times a \times b = LCM}$$

$$\boxed{HCF \times a, HCF \times b}$$

- Q) Two numbers are in the ratio 3:4, The product of their greatest common multiple and least common multiple is 2028. The sum of the numbers will be -

दो संख्याएँ 3:4 के अनुपात में हैं। उनके महत्तम समापवर्तक तथा लघुत्तम समापवर्त्य का गुणनफल 2028 है। संख्याओं का योगफल होगा -

$$\boxed{LCM \times HCF = I \times II}$$

$$3 : 4$$

$$3R \quad 4R = 7R$$

$$3R \times 4R = 2028$$

$$12R^2 = \frac{2028}{169}$$

$$R = \sqrt{169} = 13$$

$$7R = 7 \times 13 = 91$$

- Q) The least common multiple and greatest common multiple of two numbers are 90 and 15 respectively. If the sum of both the numbers is 75, find the larger number.

दो संख्याओं के लघुतम समापवर्त्य और महत्तम समापवर्क क्रमशः 90 और 15 हैं। यदि दोनों संख्याओं का योग 75 है, तो बड़ी संख्या ज्ञात कीजिए।

$a : b$

$$a, b \rightarrow \text{Coprime}$$

15a, 15b

$$15 \times a \times b = 90 \quad 6$$

$$a \times b = 6$$

$$15a + 15b = 75$$

$$18(a+b) = 755$$

$$a + b = 5$$

$$\begin{array}{r} 7 \\ 3+2 \end{array}$$

$15 \times 3, 15 \times 2$

(45), 30

5 बडी संख्या

Q) The difference of two numbers is 20. If their least common multiple is 240 and greatest common multiple is 20, then find the greater number.

दो संख्याओं का अंतर 20 है। यदि उनका लघुत्तम समापवर्त्य 240 और महत्तम समापवर्तक 20 है, तो बड़ी संख्या ज्ञात करें।

$a \neq b$

$$a, b \rightarrow \text{Coprime}$$

20a, 20b

$$2\phi \times a \times b = \frac{24\phi}{12}$$

$$a \times b = 12$$

$$\Rightarrow 20a - 20b = 20$$

$$\cancel{20}(a-b) = \cancel{20}1$$

$$\boxed{a-b=1}$$

$$4-3=1$$

$$20 \times 4, 20 \times 3$$

$$\boxed{80}, 60$$

Q) If the greatest common multiple (HCF) of any two numbers is 12 and least common multiple (LCM) is 924, then how many total pairs of such numbers will be there?

यदि किन्हीं दो संख्याओं का महत्तम समापवर्त्य (HCF) 12 और लघुत्तम समापवर्त्य (LCM) 924 हो, तो ऐसी संख्याओं के कुल कितने जोड़े होंगे?

$$a : b$$

$$12a, 12b$$

$$12 \times a \times b = 924$$

$$77$$

$$a \times b = 77$$

$$\begin{array}{l} \swarrow \searrow \\ 1 \times 77 \\ 7 \times 11 \\ \swarrow \searrow \\ 2 \text{ जोड़े} \end{array}$$

$a, b \rightarrow \text{Coprime}$

Q) The product of two numbers is 6760 and their HCF is 13. How many such pairs of number can be formed?

दो संख्याओं का गुणनफल 6760 है और इनका HCF 13 है। संख्याओं के ऐसे कितने जोड़े बनाए जा सकते हैं?

$$a : b$$

$$13a, 13b$$

$$13a \times 13b = 6760$$

$$520$$

$$40$$

$a, b \rightarrow \text{Coprime}$

$$a \times b = 40$$

2 संभव जोड़े

$$\begin{cases} 1 \times 40 \checkmark \\ 2 \times 20 \times \\ 4 \times 10 \times \\ 5 \times 8 \checkmark \end{cases}$$

• $\boxed{HCF \times a \times b = LCM}$

$a : b \rightarrow \text{Coprime}$

HCF $\leftarrow$

2	6, 8
3	3, 4
4	1, 4
	1, 1

(3:4)

$$LCM = 2 \times 3 \times 4$$

$\downarrow$
 $HCF \times a \times b$

Q) The product of two numbers is 1500 and their HCF is 10. Number of such possible pairs is/are.
 दो संख्याओं का गुणनफल 1500 है और उनका म.स.प (HCF) 10 है। ऐसे संभावित युग्मों की संख्या है/है।

$$a : b$$

$$10a, 10b$$

$$10a \times 10b = 1500$$

$$a \times b = 15$$

2 जोड़े

$$\begin{cases} 1 \times 15 \\ 3 \times 5 \end{cases}$$

Q) The sum of two numbers is 1224 and their HCF is 68. The number of pairs of numbers satisfying the above conditions is:

$$1 \rightarrow \frac{493}{29} \text{ (17)}$$

$$a : b$$

$$17 \times a \times b = 510$$

$$a \times b = 30$$

$$\begin{array}{l} 1 \times 30 \\ 2 \times 15 \\ 3 \times 10 \\ 5 \times 6 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} 1 \times 30 \\ 2 \times 15 \\ 3 \times 10 \\ 5 \times 6 \end{array}} \right\} \text{चार जोड़े}$$

- Q) If the sum of two numbers is 44 and the greatest common multiple (HCF) and least common multiple (LCM) of those numbers are 4 and 120 respectively, then the sum of the reciprocals of these numbers is equal to ____.
- यदि दो संख्याओं का योग 44 है और उन संख्याओं महत्तम समापवर्तक (HCF) और लघुत्तम समापवर्तक (LCM) क्रमशः 4 और 120 हैं, तो इन संख्याओं के व्युत्क्रमों का योग _____ के समान है।

$$a : b$$

$$a, b \rightarrow \text{Coprime}$$

$$4a, 4b$$

$$4a + 4b = 44$$

$$4(a + b) = 44 \quad \parallel$$

$$a + b = 11 \quad \times \frac{6}{5}$$

$$4 \times a \times b = 120 \quad \parallel$$

$$a \times b = 30 \quad \times \frac{6}{5}$$

Reciprocal का Sum

$$\frac{1}{4a} + \frac{1}{4b} \Rightarrow \frac{1}{4} \left[\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right]$$

$$\frac{1}{4} \left[\frac{a+b}{a \times b} \right]$$

$$\frac{1}{4} \left[\frac{11}{30} \right] = \frac{11}{120}$$

Direct Trick

$$\frac{\text{सूत्रों का योग}}{\text{LCM} \times \text{HCF}}$$

$$\frac{\cancel{44} \ 11}{120 \times \cancel{4}} = \frac{11}{120}$$

Type-XI - Misc - विविध

• $(a^m + 1), (a^n + 1)$

HCF $\left(a^{\text{HCF}(m,n)} + 1 \right)$ LCM $\left(a^{\text{LCM}(m,n)} + 1 \right)$

• $(a^m - 1), (a^n - 1)$

HCF $\left(a^{\text{HCF}(m,n)} - 1 \right)$ LCM $\left(a^{\text{LCM}(m,n)} - 1 \right)$

Q) $(2^{15} + 1), (2^{25} + 1)$

HCF $\left(2^{\text{HCF}(15,25)} + 1 \right)$ LCM $\left(2^{\text{LCM}(15,25)} + 1 \right)$
 $2^5 + 1$ $2^{75} + 1$
 $(2^5 + 1)$ $(2^{75} + 1)$

Q) What is the HCF of $3^{29}-9$ and $3^{38}-9$?
 $3^{29}-9$ और $3^{38}-9$ का HCF क्या है?

$$(3^{29}-3^2), (3^{38}-3^2)$$

$$3^2(3^{27}-1), 3^2(3^{36}-1)$$

$$3^2[(3^{27}-1), (3^{36}-1)]$$

$$3^2[3^{\text{HCF}(27,36)}-1]$$

$$3^2[3^9-1]$$

$$3^{11}-3^2$$

$$3^{11}-9$$

Q) What is the greatest common multiple of $3^{333}+1$ and $3^{334}+1$?
 $3^{333}+1$ और $3^{334}+1$ का महत्तम समापवर्तक कितना है?

$$(3^{333}+1)(3^{334}+1)$$

$$3^{\text{HCF}(3^{333}, 3^{334})}+1$$

$$3^{333}+1$$

दो सहअभाज्य संख्याओं का LCM उनका गुणनफल होता है।

The LCM of two Coprime Numbers is their product.

Q) The least common multiple (LCM) of two prime numbers x and y ($x > y$) is 533 Find the value of $4y-x$.

दो अभाज्य संख्याओं x और y ($x > y$) का लघुतम समापक (LCM) 533 है। $4y - x$ का मान ज्ञात कीजिए।

$$\begin{aligned}
 & \downarrow \\
 & x \times y = 533 \\
 & \quad \swarrow \quad \searrow \\
 & \quad 13 \times 41 \\
 & \quad \downarrow \quad \downarrow \\
 & \quad y \quad x \\
 & 4y - x \\
 & 4 \times 13 - 41 \\
 & 52 - 41 \\
 & 11
 \end{aligned}$$

Q) Three numbers are co-prime to each other such that the product of the first two numbers is 88 and that of the last two numbers is 165. The sum of all three numbers is -

एक-दूसरे से सह अभाज्य तीन संख्याएँ इस प्रकार हैं कि पहली दो संख्याओं का गुणनफल 88 और अंतिम दो संख्याओं का गुणनफल 165 है। तीनों संख्याओं का योगफल ज्ञात करें।

a, b, c → Co-prime
Coprime

$(a, c) \rightarrow$ Coprime

$$\begin{aligned}
 & 88 \quad 165 \\
 & \swarrow \quad \searrow \quad \swarrow \quad \searrow \\
 & 8 \times 11 \quad 11 \times 15
 \end{aligned}$$

$$\boxed{8, 11, 15}$$

$$\text{योग} \rightarrow 8 + 11 + 15 = 34$$

- Q) 13, a, b and c are four distinct numbers and the HCF of each pair of numbers (13, a); (13, b); (13, c) is 13, where a, b, c are each less than 60 and $a < b < c$. What is the value of $\frac{a+c}{b}$?

13, a, b और c अलग-अलग संख्याएँ हैं और संख्याओं के प्रत्येक जोड़े में (13, a); (13, b); (13, c) का म.स. 13 है जहाँ a, b, c प्रत्येक 60 से कम हैं और $a < b < c$ है। $\frac{a+c}{b}$ का मान क्या है?

$$\begin{aligned} (13, a) &\rightarrow 26, 39, 52 \\ (13, b) &\rightarrow 26, 39, 52 \\ (13, c) &\rightarrow 26, 39, 52 \end{aligned} \left. \vphantom{\begin{aligned} (13, a) &\rightarrow 26, 39, 52 \\ (13, b) &\rightarrow 26, 39, 52 \\ (13, c) &\rightarrow 26, 39, 52 \end{aligned}} \right\} \text{HCF} = 13$$

$$a = 26$$

$$b = 39$$

$$c = 52$$

$$\frac{26+52}{39} = \frac{78}{39} = 2$$

- Q) For any integers 'a' and 'b' with $\text{HCF}(a, b) = 1$, what is $\text{HCF}(a+b, a-b)$ equal to?
 $\text{HCF}(a, b) = 1$ के साथ किसी भी पूर्णांक 'a' और 'b' के लिए, $\text{HCF}(a+b, a-b)$ किसके बराबर है?

$$\text{HCF}(a, b) = 1$$

↳ Coprime (सहअभाज्य)

$$\text{HCF}(3, 2) = 1$$

$$\text{HCF}(5, 1) = 1$$

$$\text{HCF}(9, 4) = 1$$

$$\text{HCF}(13, 5) = 1$$

$$\text{HCF}(7, 5) = 1$$

$$\text{HCF}(12, 2) = 2$$

Either 1 or 2

- Q) The ratio of three numbers is 3:5:7 and their LCM is 840. Find HCF
 तीन संख्याओं का अनुपात 3:5:7 है और उनका ल.स. (LCM) 840 है। उनका म.स. (HCF) ज्ञात करें।

$$\text{HCF} \times [\text{LCM of given Ratio}] = \text{LCM}$$

अगर a:b:c दिया हो।

$$\text{HCF} \times \cancel{3} \times \cancel{5} \times \cancel{7} = \cancel{840}$$

$$\begin{array}{r} 120 \\ 24 \\ 8 \end{array}$$

$$\text{HCF} = 8$$

- Q) 2:3:4 LCM=240 HCF=?

$$\left[\begin{array}{l} \text{HCF} \times 2 \times 3 \times 4 = 240 \\ \text{HCF} = 10 \end{array} \right] \times$$

$$\text{LCM}(2, 3, 4) = 12$$

$$\text{HCF} \times \cancel{2} = \cancel{240}$$

$$20$$

$$\text{HCF} = 20$$

1. The least common multiple and greatest common multiple of two numbers are 171360 and 14 respectively. If one of the numbers is 2142 then tell the other one.

दो संख्याओं का लघुत्तम समापवर्तक एवं महत्तम समापवर्तक क्रमशः 171360 और 14 है। यदि उनमें से एक संख्या 2142 है तो दूसरी बताएँ।

- (1) 80
- (2) 1120
- (3) 12240
- (4) 4128

2. The product of two numbers is 76800 and their LCM is 960. HCF of both the numbers will be:

दो संख्याओं का गुणनफल 76800 है और उनका ल० स० 960 है। दोनों संख्याओं का म० स० होगा:

- (1) 80
- (2) 40
- (3) 120
- (4) 160

3. Two numbers are in the ratio 15 : 11. If HCF 13 Then what is largest number?

दो संख्याएँ 15 : 11 के अनुपात में हैं। यदि उनका म.स. 13 है, तो बड़ी संख्या है?

- (1) 195
- (2) 120
- (3) 125
- (4) 175

4. The ratio of two numbers is 3 : 8 and HCF is 17, then their LCM is

दो संख्याओं का अनुपात 3 : 8 तथा HCF 17 है, तो उनका LCM है

- (A) 408
- (B) 51
- (C) 136
- (D) 406

5. Two numbers are in the ratio 4:5. His (LCM) is 180. Find their sum.

दो संख्या 4:5 के अनुपात में हैं। उनका ल. स. (LCM) 180 है।
उनका योग ज्ञात कीजिए।

(1) 81

(2) 72

(3) 90

(4) 70

6. The product of two numbers is 2028 and (LCM) is 39, then their Find (HCF).

दो संख्याओं का गुणनफल 2028 तथा ल.स. (LCM) 39 है, तो उनका म.स. (HCF) ज्ञात कीजिए।

(A) 32

(B) 34

(C) 54

(D) 52

7. If the sum of two numbers is 189 and the HCF of those numbers is 27, then what will be the smallest number among them?

यदि दो संख्याओं का योगफल 189 है तथा उन संख्याओं का म० स० 27 है, तो उनमें से सबसे छोटी संख्या क्या होगी?

(1) 81

(2) 54

(3) 27

(4) 108

8. The product of two numbers is 11830 and their HCF is 13. How many pairs of such number can be formed?

वह दो संख्याओं का गुणनफल 11830 है और उनका HCF 13 है। ऐसी संख्याओं के कितने युग्म संभव हैं??

a) 2

b) 3

c) 4

d) 5

9. The Highest Common Factor (HCF) of three numbers is 57. If the ratio of these numbers is 4:5:6, then find the numbers.

तीन संख्याओं का महत्तम समापवर्तक (HCF) 57 है। यदि इन संख्याओं का अनुपात 4:5:6 है, तो संख्याएँ कीजिए।

(SSC CPO 5 Sept., 2023 S2)

(a) 228, 285, 342

(b) 323, 290, 348

(c) 240, 300, 360

(d) 236, 295, 354

10. If the product of two numbers is 15120 and their HCF is 6. Find the number of such pairs?

यदि दो संख्याओं का गुणनफल 15120 तथा उनका म. स. 6. हो, तो संख्याओं के ऐसे युग्मों की संख्या होगी?

(a) 8

(b) 6

(c) 4

(d) 2

ANSWERKEY**उत्तर-कुंजी**

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
B	A	A	A	A	D	C	C	A	A

Sol. 1

$$H.C.F \Rightarrow 14$$

$$L.C.M \Rightarrow 171360$$

$$\text{एक संख्या} \Rightarrow 2142$$

$$\Rightarrow 171360 \times 14 = 2142 \times x$$

$$x = 1120$$

Sol. 2

$$\text{गुणफल} \Rightarrow 76800$$

$$L.C.M \Rightarrow 960$$

$$76800 \Rightarrow 960 \times H.C.F$$

$$H.C.F \Rightarrow 80$$

Sol. 3

$$\text{दो संख्याओं का अनुपात} \Rightarrow 15:11$$

$$H.C.F \Rightarrow 13$$

$$\text{संख्याएँ} \Rightarrow 195, 143$$

$$\text{वही संख्या} \Rightarrow 195$$

Sol. 4

$$\text{अनुपात} \Rightarrow 3:8$$

$$H.C.F \Rightarrow 17$$

$$\text{संख्या} \Rightarrow 51, 136$$

$$51 \times 136 = 17 \times L.C.M$$

$$L.C.M = 408$$

Sol. 5

$$\text{संख्या अनुपात} \Rightarrow 4:5 \quad 4x, 5x$$

$$L.C.M \Rightarrow 180$$

$$20x \Rightarrow 180$$

$$x = 9$$

$$\text{योग} \Rightarrow 9x$$

$$\Rightarrow 9 \times 9$$

$$\Rightarrow 81$$

Sol. 6

$$\text{गुणफल} \Rightarrow 2028$$

$$L.C.M \Rightarrow 39$$

$$2028 = 39 \times H.C.F$$

$$H.C.F = 52$$

Sol. 7

$$27a + 27b = 189$$

$$27(a+b) \Rightarrow 189$$

$$a+b = 7$$

$$\text{अब अज्ञात संख्याओं के जोड़े} \Rightarrow (1, 6) \\ (2, 5) \\ (3, 4)$$

$$(1, 6)$$

$$1+6 \Rightarrow 7 \text{ — } 189$$

$$1 \text{ — } 27$$

$$\text{अब वही संख्या} \Rightarrow 27$$

Sol. 8

$$13a \times 13b = 11830$$

$$a \times b = 70$$

ગુણક

$$1, 70$$

$$2, 35$$

$$5, 14$$

$$7, 10$$

$$\begin{array}{r|l} 2 & 70 \\ \hline 5 & 35 \\ \hline 7 & 7 \\ \hline & 1 \end{array}$$

$$\boxed{\Rightarrow 4}$$

Sol. 9

$$H.C.F = 57$$

$$\text{અનુપાત} \Rightarrow 4:5:6$$

$$\text{અંકસર} \Rightarrow 4 \times 57, 5 \times 57, 6 \times 57$$

$$\boxed{\Rightarrow 228, 285, 342}$$

Sol. 10

$$\text{અનુપાત} \Rightarrow 15:20$$

$$H.C.F \Rightarrow 6$$

$$6a \times 6b \Rightarrow 15120$$

$$\boxed{ab = 420}$$

$$\text{ગુણક} \Rightarrow (1, 420)$$

$$(2, 210)$$

$$(3, 140)$$

$$(4, 105)$$

$$(5, 84)$$

$$(7, 60)$$

$$(12, 35)$$

$$(15, 28)$$

$$(20, 21)$$

$$\begin{array}{r|l} 2 & 420 \\ \hline 2 & 210 \\ \hline 3 & 105 \\ \hline 5 & 35 \\ \hline 7 & 7 \\ \hline & 1 \end{array}$$

$$\boxed{\Rightarrow 8 \text{ ગુણક}}$$