20/3/24

LCM & HCF

CLASS-21

Q) $(2^3 \times 5^3 \times 7^3), (2^2 \times 3^5 \times 5^2 \times 7^4), (2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7^3)$ Find HCF of:

$(2^3 \times 5^3 \times 7^3), (2^2 \times 3^5 \times 5^2 \times 7^4), (2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7^3)$ का HCF ज्ञात करें।

$2^2 \times 5^1 \times 7^3$

$4 \times 5 \times 343$

20×343

6860

Type-V

Polynomials

*Formulae:-

- $(a+b)^2 = a^2+b^2+2ab$
- $(a-b)^2 = a^2+b^2-2ab$
- $a^2-b^2 = (a+b)(a-b)$
- $a^3+b^3 = (a+b)(a^2+b^2-ab)$
- $a^3-b^3 = (a-b)(a^2+b^2+ab)$

Q) What is the HCF of $a^2b^4+2a^2b^2$ and $(ab)^7-4a^2b^9$

$a^2b^4+2a^2b^2$ और $(ab)^7-4a^2b^9$ का HCF क्या है?

$(ab)^7-4a^2b^9$

$\Downarrow$

$a^7b^7-4a^2b^9$

$a^2b^2(b^2+2), a^2b^2(a^5b^5-4b^7)$

$a^2b^2[(b^2+2), a^5b^5-4b^7]$

$\downarrow$

HCF

Q) What is the LCM of $3(a^3-b^3)$ and $11(a^4-b^4)$?
$3(a^3-b^3)$ और $11(a^4-b^4)$ का LCM क्या है?

$3(a^3-b^3) = \boxed{3(a-b)(a^2+b^2+ab)}$

$11(a^4-b^4) = 11(a^2+b^2)(a^2-b^2)$

$= \boxed{11(a^2+b^2)(a+b)(a-b)}$

$(a-b) \times 33 \times (a^2+b^2+ab)(a^2+b^2)(a+b)$

$33(a^3-b^3)(a^2+b^2)(a+b)$

Q) यदि $P(x) = (x^3-8)(x+1)$ और $Q(x) = (x^3+1)(x-2)$ है, तो $P(x)$ और $Q(x)$ का लघुत्तम समापवर्त्य (LCM) क्या होगा?

$P(x) = (x^3-8)(x+1)$

$(x^3-2^3)(x+1)$

$\boxed{(x-2)(x^2+4+2x)(x+1)}$

$Q(x) = (x^3+1)(x-2)$

$(x^3+1^3)(x-2)$

$\boxed{(x+1)(x^2+1-x)(x-2)}$

$LCM = (x-2)(x+1)(x^2+4+2x)(x^2+1-x)$

Q) What is the HCF of $(x^2+bx-x-b)$ and $[x^2+x(a-1)-a]$?

$(x^2+bx-x-b)$ और $[x^2+x(a-1)-a]$ का HCF क्या है?

$(x^2+bx-x-b), (x^2+x(a-1)-a)$

$x=1$

$(1+b-1-b), (1+a-1-a)$

$0 \quad , \quad 0$

a) $x+b=0$ $\boxed{x=-b}$
b) $x+1=0$ $\boxed{x=-1}$
c) $x+a=0$ $\boxed{x=-a}$
d) $x-1=0$ $\boxed{x=1}$

Q) What is the HCF of the polynomials $x^3+3x^2y+2xy^2$ and $x^4+6x^3y+8x^2y^2$?

बहुपद $x^3+3x^2y+2xy^2$ and $x^4+6x^3y+8x^2y^2$ का HCF क्या है?

a) $x(x+2y)$ ⟶ $x+2y=0$

$x=-2y$

$y=1$

$x=-2$

b) $x(x+3y)$

c) $x+2y$

d) None of these.

$x(x^2+3xy+2y^2)$, $x(x^3+6x^2y+8xy^2)$

$(-2)^3+3(-2)^2+2\times(-2)$

$-8+12-4$

$-12+12=0$

$x^4+6x^3y+8x^2y^2$

$(-2)^4+6(-2)^3+8(-2)^2$

$16-48+32$

$48-48=0$

Type-VI

* **Rules**

छोटी से छोटी संख्या (Least Number)

I. जो a, b, c से पूरी तरह विभाजित हो जाए
Which is completely divisible by a, b, c
⇓
LCM (a, b, c)

II. जो a, b, c से विभाजित होने पर प्रत्येक स्थिति में 'K' शेषफल दे।
Which is divided by a, b, c leaves remainder 'K' in each condition
LCM (a, b, c) + K

III. जो a, b, c से विभाजित होने पर क्रमशः x, y, z शेषफल दे।
जहां $(a-x)=(b-y)=(c-z)=K$
LCM (a, b, c) − K

Q) Find the least number which when divided by 36, 48 and 112 leaves no remainder

वह न्यूनतम संख्या जिसे जब 36, 48 तथा 112 द्वारा विभाजित किया जाए तो शेष न बचता हो, है –

36 = 9X4, 112 = 16X7

LCM (36, 48, 112)

4	36, 48, 112
3	9, 12, 28
3	3, 4, 28
4	1, 4, 28
7	1, 1, 7
	1, 1, 1

LCM = 36 X 4 X 7

144 X 7

1008

Q) Find the number which is least and complete square and which is completely divisible by 30, 40, 50 and 80.

वह न्यूनतम पूर्ण वर्ग संख्या क्या है जो 30, 40, 50, 80 से पूर्णतः विभाजित है?

30 = 3X10

2	30, 40, 50, 80
2	15, 20, 25, 40
2	15, 10, 25, 20
2	15, 5, 25, 10
3X3	15, 5, 25, 5
5	5, 5, 25, 5
5	1, 1, 5, 1
	1, 1, 1, 1

पूर्ण वर्ग = a^2

a X a

4 X 4 X 9 X 25

3600

Q) Find the least perfect cube number which is exactly divisible by 32, 54, 250
वह न्यूनतम पूर्ण घन संख्या कौन-सी है जो 32, 54, 250 से पूर्णतः विभाजित है?

32 → 4, 54 → 9, 250 → 5, 25⓪

2	32, 54, 250
2	16, 27, 125
$2^3 \leftarrow 8$	8, 27, 125
$3^3 \leftarrow 27$	1, 27, 125
$5^3 \leftarrow 125$	1, 1, 125
	1, 1, 1

$8 \times 8 \times 27 \times 125$
1000×216
216000

Q) The least number which is divisible by 12, 16 and 18 when 5 is subtracted from it is ....
वह छोटी से छोटी संख्या जिसमें से 5 घटाने पर 12, 16 और 18 से विभाज्य हो जाती है?

18 → 9

Divisibility Rule

a) $173 = 11 - 5 = 6$
b) $161 = 8 - 5 = 3$
c) $149 = 14 - 5 = 9$
d) $137 = 11 - 5 = 6$

2	12, 16, 18
2	6, 8, 9
2	3, 4, 9
2	3, 2, 9
3	3, 1, 9
3	1, 1, 3
	1, 1, 1

LCM ⇒ 144
$149 - 5 = 144$

Q) The least number which when increased by 5 is divisible by each one of 24, 32, 36 and 54
वह न्यूनतम संख्या क्या है जिसे 5 बढ़ाने पर 24, 32, 36 और 54 में से प्रत्येक से विभाज्य हो जाए ?

9

2	24, 32, 36, 54
2	12, 16, 18, 27
2	6, 8, 9, 27
4	3, 4, 9, 27
3	3, 1, 9, 27
3	1, 1, 3 9
3	1, 1, 1, 3
	1, 1, 1, 1

96 X 9 = 864
859 + 5 = 864

Q) Find the smallest number which when divided by the numbers 27, 42, 63, 84 leaves a remainder of 21 in each case.
वह छोटी से छोटी संख्या ज्ञात कीजिए जिसमें संख्याएँ 27, 42, 63, 84 से भाग देने पर हर दशा में 21 शेष बचे।

9 ← 27, 42, 63, 84 ; 21 → 2+1=3

LCM (27, 42, 63, 84) + 21

Divisibility Rule.

1) 760 = 13-3 = 10
2) 745 = 16-3 = 13
3) 777 = 21-3 = 18
4) 767 = 20-3 = 17

3	27, 42, 63, 84
3	9, 14, 21, 28
3	3, 14, 7, 28
2	1, 14, 7, 28
7	1, 7, 7, 14
2	1, 1, 1, 2
	1, 1, 1, 1

54 X 14 = 756
756 + 21 = 777

1. What is the LCM of $a^3b - ab^3$, $a^3b^2 + a^2b^3$ and $ab(a + b)$?
$a^3b - ab^3$, $a^3b^2 + a^2b^3$ और $ab(a + b)$ का LCM क्या है?
(a) $a^2b^2 (a^2 - b^2)$
(b) $ab(a^2 - b^2)$
(c) $a^2b^2 + ab^3$
(d) $a^3b^3 (a^2-b^2)$

2. What is the LCM of $x^3 + 8$, x^2+5x+6 and $x^3 + 4x^2 + 4x$?
$x^3 + 8$, x^2+5x+6 और $x^3 + 4x^2 + 4x$ का LCM क्या है
(a) $x(x+2)^2(x+3)(x^2-2x+4)$
(b) $x(x-2)^2(x-3)(x^2+2x+4)$
(c) $(x+2)^2(x+3)(x^2-2x+4)$
(d) $(x-2)^2(x-3)(x^2-2x+4)$

3. What is the HCF of $8(x^5-x^3+x)$ and $28(x^6 + 1)$?
$8(x^5-x^3+x)$ और $28(x^6 + 1)$ का HCF क्या है?
(a) $4(x^2-x^2+1)$
(b) $2(x^2-x^2+1)$
(c) (x^2-x^2+1)
(d) None of these

4. What is the HCF of (x^8-y^8) and $(x^7-y^7 + x^5y^2- x^2y^5)$?
(x^8-y^8) और $(x^7-y^7 + x^5y^2- x^2y^5)$ का HCF क्या है?
(a) $(x^2 + y^2)$
(b) (x^2-y^2)
(c) $(x^3-y^3-x^2y+xy^2)$
(d) $(x^3 - y^3+x^2y- xy^2)$

5. The smallest cube number that is divisible by 15, 25 and 40 is:
सबसे छोटी घन संख्या जो 15, 25 और 40 से विभाज्य है:
(1) 8000
(2) 64000
(3) 1000
(4) 27000

6. Find the smallest number which is completely divisible by 7, 14, 28, 35 and 42.
वह छोटी से छोटी संख्या ज्ञात कीजिए, जो 7, 14, 28, 35 और 42 से पूर्णतया विभाज्य है।
(1) 450
(2) 410
(3) 430
(4) 420

7. Find the smallest square number among the following which will be completely divisible by 6, 9, 12, 13 and 15?
निम्नलिखित में से वह सबसे छोटी वर्ग संख्या ज्ञात कीजिए, जो 6, 9, 12, 13 और 15 से पूरी तरह विभाजित हो जाएगी?
(1) 621000 (2) 456000
(3) 173000 (4) 152100

8. Find the smallest number from which, if 6 is subtracted, it is completely divisible by 12, 15, 20 and 27.
वह सबसे छोटी संख्या ज्ञात कीजिए, जिसमें से यदि 6 कम कर दिया जाए तो वह 12, 15, 20 तथा 27 से पूर्णत: विभाजित हो जाती है।
(1) 546
(2) 540
(3) 542
(4) 500

9. What is the smallest number which when divided by 16, 24, 30 and 48 leaves a remainder of 11 in each case?
वह लघुतम संख्या कौन-सी है, जिसे 16, 24, 30 और 48 से विभाजित किए जाने पर प्रत्येक मामले में शेष 11 रहता है?
(1) 465
(2) 251
(3) 499
(4) 495

10. Find the smallest number which when divided by 10, 15, 20 and 25 leaves a remainder of 3 in each case.
वह छोटी से छोटी संख्या ज्ञात कीजिए जिसे 10, 15, 20 तथा 25 से विभाजित करने पर प्रत्येक मामले में शेष 3 बचता है।
(A) 300
(B) 303
(C) 306
(D) 309 6

ANSWER SHEET

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	A	A	A	D	D	D	A	B	B

Sol. 1

$a^3b - ab^3 = ab(a^2-b^2)$

$\Rightarrow ab(a+b)(a-b)$

$a^3b^2 + a^2b^3 \Rightarrow a^2b^2(a+b)$

$ab(a+b) \Rightarrow ab(a+b)$

L.C.M $\Rightarrow [(a^3b-ab^3), (a^3b^2+a^2b^3), ab(a+b)]$

$\Rightarrow a^2b^2(a+b)(a-b)$

$\Rightarrow a^2b^2(a^2-b^2)$

Sol. 2

$x^3+2^3 = (x+2)(x^2-2x+4)$

$x^2+5x+6 \Rightarrow 2x+3x+6$

$\Rightarrow (x+2)(x+3)$

$x^3+4x^2+4x \Rightarrow x(x^2+4x+4)$

$\Rightarrow x(x+2)(x+2)$

L.C.M $\Rightarrow x(x+2)^2(x+3)(x^2-2x+4)$

Sol. 3

माना $\Rightarrow f_1(x) \Rightarrow 8(x^5-x^3+x)$

$\Rightarrow 4\times 2\times x(x^4-x^2+1)$

$f_2(x) \Rightarrow 28(x^6+1)$

$\Rightarrow 7\times 4[(x^2)^3+(1)^3]$

$\Rightarrow 4\times 7\times(x^2+1)(x^4-x^2+1)$

HCF $f_1(x)$ and $f_2(x)$ $\Rightarrow 4(x^4-x^2+1)$

Sol. 4

x^8-y^8

$(x^4+y^4)(x^4-y^4)$

$(x^4+y^4)(x^2-y^2)(x^2+y^2)$

$\rightarrow x^7-y^7+x^5y^5-x^2y^5$

$x^5(x^2+y^2)-y^5(y^2+x^2)$

$(x^5-y^5)(x^2+y^2)$

H.C.F $= x^8-y^8$

$\Rightarrow x^7-y^7+x^5y^2-x^3y^5$

$\Rightarrow (x^2+y^2)$

Sol. 5

2^3	2	15, 25, 40
	2	15, 25, 20
	2	15, 25, 10
$\times 3^2$	3	15, 25, 5
	5	5, 25, 5
$\times 5$	5	1, 5, 1
		1, 1, 1

$8\times 27\times 125$

$\Rightarrow 27000$

Sol. 6

2	7, 14, 28, 35, 42
2	7, 7, 14, 35, 21
3	7, 7, 7, 35, 21
5	7, 7, 7, 35, 7
7	7, 7, 7, 7, 7
	1, 1, 1, 1, 1

$4 \times 3 \times 5 \times 7$

$\Rightarrow 420$

Sol. 7

2	6, 9, 18, 13, 15
2	3, 9, 6, 13, 15
3	3, 9, 3, 13, 15
3	1, 3, 1, 13, 5
5	1, 1, 1, 13, 5
13	1, 1, 1, 13, 1
	1, 1, 1, 1, 1

$9 \times 9 \times 25 \times 169$

$\Rightarrow 152100$

Sol. 8

2	12, 15, 20, 27
2	6, 15, 10, 27
3	3, 15, 5, 27
3	1, 5, 5, 9
3	1, 5, 5, 3
5	1, 1, 5, 1
	1, 1, 1, 1

$4 \times 27 \times 5 \Rightarrow 540 + 6$

$\Rightarrow 546$

Sol. 9

8	16, 24, 30, 48
2	2, 3, 30, 6
3	1, 3, 15, 3
5	1, 1, 5, 1
	1, 1, 1, 1

$\Rightarrow 16 \times 15$

$\Rightarrow 240 + 11$

$\Rightarrow 251$

Sol. 10

2	10, 15, 20, 25
2	5, 15, 10, 25
5	5, 15, 5, 25
5	1, 3, 5, 5
3	1, 3, 1, 1
	1, 1, 1, 1

$\Rightarrow 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 3$

$\Rightarrow 300 + 3$

$\Rightarrow 303$