

NUMBER SYSTEM

Class-18

Remainder Theorem

शेषफल प्रमेय

Type-V

Q Find the remainder after dividing 123456....41 digits by 8.

123456....41 digits को 8 से विभाजित करने पर शेषफल ज्ञात करें

$$1 \rightarrow 9 \rightarrow \text{अंक} \rightarrow 9 = \text{संख्या}$$

$$10 - 41 \rightarrow \text{अंक} = 41 - 9 \\ = 32 \text{ अंक}$$

$$\text{संख्या} = \frac{32}{2} = 16$$

$$\text{कुल संख्या} = 9 + 16 \\ = 25$$

$$\begin{array}{r} 1234 \dots\dots 232 \text{ (425)} \\ \underline{ 8} \end{array}$$

$$\frac{425}{8} = R=1$$

• 1 — 12

$$\boxed{1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6 \ 7 \ 8 \ 9} \quad \boxed{10 \ 11 \ 12}$$

$$\text{संख्या} = 3$$

$$\text{अंक} = 6$$

15 अंक

Q Find the remainder after dividing 12345....76 digits by 16—

12345....76 digits को 16 से विभाजित करने पर शेषफल ज्ञात करें—

कोई अंक अगर लगातार
दो बार लिखा जाए तो
वह संख्या हमेशा
7, 11, 13, 37 से
पूर्णतः विभाजित होती है।

Q 88888 ---- 38 बार को 37 से विभाजित करने पर
Remainder ज्ञात करो

$$\frac{38}{6} R=2 \Rightarrow 88$$

$$\begin{array}{r} 37 \overline{) 88} 2 \\ \underline{74} \\ 14 \end{array}$$

Q Find the remainder when $10^1 + 10^2 + 10^3 + 10^4 + \dots + 10^{10}$ is divided by 6.

$10^1 + 10^2 + 10^3 + 10^4 + \dots + 10^{10}$ को 6 से विभाजित करने पर शेषफल ज्ञात करें -

$$\frac{10^1}{6} R=4$$

$$\frac{10^2}{6} = \frac{100}{6} R=4$$

$$\frac{10^1 + 10^2 + 10^3 + 10^4 + \dots + 10^{10}}{6}$$

$$\frac{10^3}{6} = \frac{1000}{6} R=4$$

$$4 + 4 + 4 + \dots 10 \text{ बार} = 10 \times 4 = 40$$

$$\frac{40}{6} R=4$$

$$\boxed{\frac{10^n}{6} R=4}$$

$$\text{Q } \frac{10^1 + 10^2 + 10^3 + \dots + 10^{90}}{6} R=?$$

$$4 + 4 + 4 + \dots 90 \text{ बार}$$

$$90 \times 4 = 360$$

$$\boxed{\frac{10^n}{6} R=4}$$

$$\frac{360}{6} R=0$$

$$\boxed{n = \text{odd (विषम)}}$$

$(a^n + b^n)$ हमेशा

$(a+b)$ से विभाजित होगा

$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 + b^2 - ab)$$

$(a^n - b^n)$ हमेशा

$(a-b)$ से विभाजित होगा

$$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + b^2 + ab)$$

$$n = \text{even (सम)}$$

$(a^n - b^n)$ हमेशा
 $(a-b)$ और $(a+b)$ दोनों
 से विभाजित होगा।
 $a^2 - b^2 \Rightarrow (a-b)(a+b)$

$(a^n + b^n)$
 $\Downarrow$
 Cannot be specified
 निर्धारित नहीं किया जा
 सकता

Q $31^{37} + 9^{37}$ is completely divisible by which of the following?

$31^{37} + 9^{37}$ निम्नलिखित में से किसके द्वारा पूर्णतः विभाजित है।

odd
 $\swarrow \searrow$
 $31^{37} + 9^{37}$
 $\Downarrow$
 $(a+b)$
 $\Downarrow$
 $31+9=40$

Q $\frac{41^{101} + 19^{101}}{60}$ Find Remainder

$\frac{41^{101} + 19^{101}}{60}$ शेषफल ज्ञात करें

odd
 $\swarrow \searrow$
 $41^{101} + 19^{101}$
 One factor
 $\Downarrow$
 $41+19=60$
 $\frac{60}{60} R=0$

Q $29^{15} + 9^{15}$ is completely divisible by which of the following?

$29^{15} + 9^{15}$ निम्नलिखित में से किसके द्वारा पूर्णतः विभाजित है।

$$\begin{array}{c}
 \text{odd} \\
 \swarrow \quad \searrow \\
 29^{15} + 9^{15} \\
 (a+b) \\
 \Downarrow \\
 29 + 9 = 38 \\
 \swarrow \quad \searrow \\
 19 \times 2
 \end{array}$$

Q) $\frac{25^{19} + 19^{24} + 13^{19}}{19}$ Find Remainder

$\frac{25^{19} + 19^{24} + 13^{19}}{19}$ शेषफल आत करें

$$\begin{array}{c}
 \text{odd} \\
 \swarrow \quad \searrow \\
 25^{19} + 13^{19} \\
 \hline
 19
 \end{array}$$

$$\begin{array}{c}
 (a+b) \\
 \Downarrow \\
 25 + 13 = \cancel{38} \\
 \quad \quad \quad 19 \quad R=0
 \end{array}$$

Q) $(128^{256} - 88^{256})$ will be completely divisible by which of the following?

$(128^{256} - 88^{256})$ निम्नलिखित में से किसके द्वारा पूर्णतः विभाजित होगा।

$$\begin{array}{c}
 \text{even (सम)} \\
 \swarrow \quad \searrow \\
 128^{256} - 88^{256} \\
 (a+b) \& (a-b) \\
 \Downarrow \quad \quad \Downarrow \\
 128 + 88 \quad 128 - 88 \\
 216 \quad \quad 40
 \end{array}$$

Q) The quotient on dividing 10^{100} by 5^{75} is —
 10^{100} को 5^{75} से विभाजित करने पर भागफल है —

$$10^{100} = \frac{2^{100} \times 5^{100}}{5^{75}}$$

$$\frac{2^{100} \times \cancel{5^{75}} \times 5^{25}}{\cancel{5^{75}}}$$

$$\text{भागफल} = 2^{100} \times 5^{25}$$

$$\downarrow$$

$$2^{75} \times \underbrace{2^{25} \times 5^{25}}_{10^{25}}$$

$$= 2^{75} \times 10^{25}$$

$$\begin{array}{r} \text{भाज्य} \\ \text{Dividend (Dv)} \\ \hline 2 \overline{) 5} \quad \begin{array}{l} \text{भागफल} \\ \text{Quotient (Q)} \end{array} \\ \underline{-4} \\ 1 \end{array}$$

भाजक
Divisor (D)

शेषफल
Remainder (R)

$$\begin{array}{r} \times \\ 2 \overline{) \boxed{A}} \quad \begin{array}{l} \text{भागफल} \\ \text{Quotient (Q)} \end{array} \\ \underline{-4} \\ 1 \end{array}$$

भाजक
Divisor (D)

शेषफल
Remainder (R)

$$A = 2 \times 2 + 1 = 5$$

$$\boxed{\begin{array}{l} \text{भाज्य} = \text{भाजक} \times \text{भागफल} + \text{शेषफल} \\ (Dv) \quad D \times Q + R \end{array}}$$

Type-VII

- Q) In a division question the quotient is 403. If the divisor is 100 and the remainder is 58 then the dividend is -
- किसी भाग के प्रश्न में भागफल 403 है। यदि भाजक 100 है एवं शेषफल 58 है तो भाज्य है

$$100 \overline{) 403}$$

$$\underline{58}$$

$$\text{भाज्य} = 100 \times 403 + 58$$

$$40300 + 58$$

$$40358$$

Q In a division problem, the divisor is 3 times the quotient and 6 times the remainder. Accordingly, if the remainder is 2, what will be the divisor?

विभाजन के एक प्रश्न में, विभाजक, भागफल का 3 गुना तथा शेषफल का 6 गुना है। तदनुसार, यदि शेषफल 2 हो, तो उसमें भाज्य कितना होगा?

$$6 \times 2 \overline{) 12} \text{ (Dv)}$$

$$\underline{2}$$

$$Q \times R = 12 \times 4$$

$$Q = 4$$

$$\text{Dv} = 12 \times 4 + 2$$

$$48 + 2 = 50$$

Q In a division problem, the divisor (d) is 10 times the quotient (q) and 5 times the remainder (r).

If $r = 46$ then what will be the dividend?

भाग के किसी प्रश्न में भाजक (d) भागफल (q) से 10 गुना और शेष (r) से 5 गुना है। यदि $r = 46$ है तो भाज्य क्या होगा?

$$\begin{array}{r} 5 \times 46 \\ 230 \end{array} \boxed{} (23$$

$$\overline{46}$$

$$Q \times 10 = 230$$

$$Q = 23$$

$$Dv = 230 \times 23 + 46$$

$$5290 + 46$$

$$5336$$

Q In a question the divisor is $\frac{2}{3}$ of the dividend and double the remainder. If the remainder is 5, then the dividend is:

एक प्रश्न में भाजक भाज्य का $\frac{2}{3}$ है और शेषफल का दुगुना है। यदि शेषफल 5 है, तो भाज्य है।

$$\begin{array}{r} 2 \times 5 \\ 10 \end{array} ($$

$$\overline{5}$$

$$\text{भाज्य} \times \frac{2}{3} = 10$$

$$\text{भाज्य} = \frac{30}{2} = 15$$

Type-VI

Q When a number is divided by 234, the remainder is 36. What will be the remainder when that number is divided by 13?

जब एक संख्या 234 से विभाजित होती है, तो शेषफल 36 बचता है। उस संख्या को 13 से विभाजित करने पर शेषफल क्या होगा?

$$234 \overline{) A} \text{ (0)}$$

$$\overline{36}$$

$$A = 234 \text{ (0)} + 36$$

$$\frac{234 \text{ (0)} + 36}{13} = 10$$

II method

→ ऐसे सवाल में जो पहली Condition में Remainder बचता है उसी को संख्या मान लेते हैं।

$$\text{संख्या} = 36$$

$$\frac{36}{13} \quad R=10$$

Q When an integer n is divided by 7, the remainder is 3. What will be the remainder if $6n$ is divided by 7?

जब एक पूर्णक n को 7 से विभाजित किया जाता है, तो शेष 3 बचता है। यदि $6n$ को 7 से विभाजित किया जाता है तो शेष क्या बचेगा?

$$\text{शेष} = 3$$

$$\boxed{n=3}$$

$$6n = 6 \times 3 = 18$$

$$\frac{18}{7} \quad R=4$$

Q When a number M is divided by 7, the remainder is 6. What is the remainder if the square of M is divided by 7?

संख्या M को 7 से विभाजित करने पर शेषफल 6 बचता है। M के वर्ग को 7 से विभाजित करने पर कितना शेषफल बचेगा?

$$M=6$$

$$M^2 = 6^2 = 36$$

$$\frac{36}{7} R=1$$

Q When the positive integer 'n' is divided by 12, the remainder is 5. If $8n^2 + 7$ is divided by 12, what will be the remainder?

जब धनात्मक पूर्णांक 'n' को 12 से विभाजित किया जाता है, शेषफल 5 प्राप्त होता है। यदि $8n^2 + 7$ को 12 से विभाजित किया जाता है तो कितना शेषफल प्राप्त होगा?

$$n=5$$

$$8n^2 + 7 = 8 \times 25 + 7$$

$$207$$

$$\frac{207}{12} R=3$$

Q When a number is divided by 15 the remainder is 12. Dividing the second number by 5 leaves a remainder 2. What will be the remainder obtained when the sum of those numbers is divided by 5?

एक संख्या को 15 से विभाजित करने पर शेषफल 12 बचता है। दूसरी संख्या को 5 से विभाजित करने पर शेषफल 2 बचता है। उन संख्याओं के योग को 5 से विभाजित करने पर प्राप्त शेषफल क्या होगा?

$$R_1 + R_2 = \text{संख्या}$$

$$15) A (Q_1$$

$$\frac{12}{12}$$

$$12+2$$

$$\frac{14}{5} R=4$$

$$\begin{aligned}
 & \boxed{A = 15Q_1 + 12} \\
 & 5 \mid B(Q_2) \\
 & \quad \underline{2} \\
 & \boxed{B = 5Q_2 + 2} \\
 & \underline{15Q_1 + 12 + 5Q_2 + 2} \\
 & \quad \quad \quad 5 \\
 & \quad \quad \quad \frac{14}{5} \quad R=4
 \end{aligned}$$

Q When 200 is divided by a positive integer x , the remainder is 8. How many values can x have?
 जब 200 को एक धन पूर्णक x से विभाजित किया जाता है, तो शेष 8 प्राप्त होता है। x के कितने मान हो सकते हैं?

$$\frac{200}{x} \quad R=8$$

$$200 - 8 = 192$$

↓
 x से पूरी
 विभाजित होगा

$$\begin{aligned}
 & 192 \\
 & \swarrow \quad \searrow \\
 & 64 \times 3 \\
 & \downarrow \\
 & 2^6 \times 3^1
 \end{aligned}$$

$$\text{Total factor} = 7 \times 2 = 14$$

$$\boxed{1, 2, 3, 4, 6, 8} \quad \begin{matrix} 14-6 \\ 8 \end{matrix}$$

Q When a positive integer is divided by d , the remainder is 15. When ten times the same number is divided by d , the remainder is 6. Find the minimum possible value of d .

जब किसी धन पूर्णांक को d से विभाजित किया जाता है, तो शेषफल 15 प्राप्त होता है। जब उसी संख्या के दस गुने को d से विभाजित किया जाता है, तो शेषफल 6 प्राप्त होता है। d का न्यूनतम संभव मान ज्ञात कीजिए।

$$16 \text{ d) } \underline{Dv} \text{ (R=1)}$$

$$R=15$$

* 'd' की value > 15

By option $d=16$

$$Dv = 16 \times 1 + 15 = 31$$

$$31 \times 10 = 310$$

$$\frac{310}{16} \text{ R=6}$$

1. 123456....31digits find the remainder after dividing by 4.
123456..... 31 digits को 4 से विभाजित करने पर शेषफल ज्ञात करो-

- a. 1
- b. 2
- c. 0
- d. 3

2. 8888..... 8888.....38 times find the remainder after dividing by 7

8888..... 38 times को 7 से विभाजित करने पर शेषफल ज्ञात करो-

- a. 4
- b. 6
- c. 5
- d. 3

3. $19^{47} + 11^{47}$ is completely divisible by which of the following?

$19^{47} + 11^{47}$ निम्नलिखित में से किसके द्वारा पूर्णतः विभाजित है?

- a. 31
- b. 30
- c. 41
- d. 19

4. $\frac{11^{99} + 9^{99}}{10}$ Find the remainder-

$\frac{11^{99} + 9^{99}}{10}$ शेषफल ज्ञात करें-

- a. 5
- b. 3
- c. 0
- d. 6

5. A number when divided by 7 leaves remainder of 4. If the square of the same number is divided by 7, then what is the remainder?

एक संख्या को जब 7 से विभाजित किया जाता है तो शेष 4 बचता है। यदि उसी संख्या के वर्ग को 7 से विभाजित किया जाता है, तो शेषफल क्या होता है?

- (a) 3
- (b) 2
- (c) 1
- (d) 4

6. When a number is divided by 363, the remainder is 17. When the same number is divided by 11, what will be the remainder?

एक संख्या को 363 द्वारा विभाजित किया जाता है, तो शेषफल 17 प्राप्त होता है। जब उसी संख्या को 11 द्वारा विभाजित किया जाएगा, तो शेषफल क्या होगा?

- (a) 8
- (b) 7
- (c) 9
- (d) 6

7. If a number is divided by 624, the remainder is 53. If the same number is divided by 16, what will be the remainder?

यदि किसी संख्या को 624 से विभाजित किया जाता है, तो शेषफल 53 प्राप्त होता है। यदि उसी संख्या को 16 से विभाजित किया जाए, तो शेषफल क्या होगा?

(a) 4

(b) 6

(c) 7

(d) 5

8. If the integer n is divided by 5, the remainder is 2. If $7n$ is divided by 5, what will be the remainder?

यदि पूर्णांक n को 5 से विभाजित किया जाता है, तो शेषफल 2 प्राप्त होता है। यदि $7n$ को 5 से विभाजित किया जाए तो शेषफल क्या प्राप्त होगा?

(1) 1

(2) 3

(3) 2

(4) 4

9. In a division question the quotient is 126. If the divisor is 45. And the remainder is 20. So Find the dividend.

किसी भाग के प्रश्न में भागफल 126 है। यदि भाजक 45 है। एवं शेषफल 20 है। तो भाज्य बताओं।

(1) 5690

(2) 5060

(3) 4530

(4) 5460

10. In a division problem, the divisor is 2 times the quotient and the remainder is 8 times. Accordingly, if the remainder is 3, then what will be its divisible. विभाजन के एक प्रश्न में भाजक, भागफल का 2 गुना तथा शेषफल का 8 गुना है। तदनुसार यदि शेषफल 3 हो, तो उसमें भाज्य कितना होगा।

(1) 290

(2) 288

(3) 281

(4) 291

ANSWER SHEET

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
C	A	B	C	B	D	D	D	A	D

Sol. 1

123456 31 Digit

1 → 9 ⇒ 9 संख्या
10 → 91 ⇒ 31-9
⇒ 22 अंक

संख्या ⇒ $\frac{22}{2} \Rightarrow 11$

कुल संख्या ⇒ 9+11
⇒ 20

1234 1930
4

$$\frac{20}{4} = R = 0$$

Sol. 2

8888 33 time

कोई अंक लगाता 6 बार लिखा जाए
तो वह संख्या हमेशा 7, 11, 13, 37 से
पूर्णतः विभाजित होती है।

888888 888888
7 7

$$\frac{33}{6} \Rightarrow \text{शेष} \Rightarrow 3$$

$$\begin{array}{r} 7 \overline{) 88} \text{ (12)} \\ \underline{7} \\ 18 \\ \underline{14} \\ 4 \text{ शेष} \end{array}$$

$$\boxed{\text{शेष 4}}$$

Sol. 3

19⁴⁷ + 11⁴⁷

odd odd
19⁴⁷ + 11⁴⁷

(a+b)

$$\Downarrow \\ 19+11 \Rightarrow 30$$

$$\Rightarrow 30$$

Sol. 4

odd
99 99
11 + 9
10

$$11+9 \Rightarrow 20$$

$$\frac{20}{10} \Rightarrow R = 0$$

Sol. 5

माना संख्या $\Rightarrow 4$

$$(4)^2 \Rightarrow \frac{16}{7} \Rightarrow R = 2$$

Sol. 6

माना संख्या दी $\Rightarrow \frac{17}{11}$

$$\Rightarrow 6$$

Sol. 7

माना संख्या दी $\Rightarrow \frac{53}{16}$

$$\text{शेष} \Rightarrow 5$$

Sol. 8

$$\text{शेष} \Rightarrow 2$$

$$72 \Rightarrow 7 \times 2$$

$$\Rightarrow 14$$

$$\Rightarrow \frac{14}{5}$$

$$\boxed{R \Rightarrow 4}$$

Sol. 9

$$\text{भाज्य} \Rightarrow 126 \times 45 + 20$$

$$\Rightarrow 5670 + 20$$

$$\boxed{\text{भाज्य} \Rightarrow 5690}$$

Sol. 10

$$\text{भाज्य} \Rightarrow \text{भाजक} \times \text{भागफल} + \text{शेष}$$

$$24 \times 12 + 3$$

$$\Rightarrow 288 + 3$$

$$\boxed{\Rightarrow 291}$$