Class-15

NUMBER SYSTEM

REMAINDER THEOREM
शेषफल प्रमेय

Q) What is the remainder when 85 X 87 X 89 X 91 X 95 X 96 is divided by 100?

जब 85 X 87 X 89 X 91 X 95 X 96 को 100 से विभाजित किया जाता है तो शेषफल क्या होता है?

(4) $\frac{85^{+10} \times 87^{+12} \times 89^{-11} \times 91^{-9} \times 95^{-5} \times 96^{-4}}{100}$

$\frac{25}{}$

$10 \times 12 \times 11 \times 9 \times 5 \times 1$

$120^{-5} \times 99^{-1} \times 5$

$\frac{25}{25}$ R=0

$0 \times 4 = 0$

II $4 \times 5 = 20$

$\frac{85^{+2} \times 87^{+2} \times 89^{-1} \times 91^{+1} \times 95 \times 96}{100}$

$\frac{25}{5}$

$= 0$

$7\overline{)26}\,(3$
-21
$5 \rightarrow (+)$

$7\overline{)26}\,(4$
-28
$-2 \rightarrow (-)$

* अगर अंश < हर
  $N < D$
  शेषफल = अंश (N)
  - Ex:- $\frac{4}{5}$ R=4
  - $\frac{7}{5}$ R=2
  - $\frac{d}{5}$ Possible Rem = 0, 1, 2, 3, 4

* शेषफल हमेशा भाजक से छोटा होता है।
  Remainder is always less than Divisor.
  - $(+1)^{\text{any number}} = +1$
  - $(-1)^{\text{सम/even}} = +1$
  - $(-1)^{\text{विषम/odd}} = -1$

Remainder of Power
घात वाली संख्याओं का शेषफल

- $\frac{(3)^{10}}{2}$ R=?
  $=(+1)^{10} = +1 = R$
- $\frac{(27)^{1027}}{7}$ R=?
  $=(-1)^{1027 \to \text{odd}} = -1$
  $7 - 1 = 6$

- $\frac{(17)^{400}}{4}$ R=?

$(+1)^{400} = +1$

Q) 25^{25} is divided by 26, the remainder is
25^{25} को 26 से विभाजित करने पर शेषफल प्राप्त होता है?

$$\frac{(25)^{25}}{26}$$

$= (-1)^{25}$ → odd

$= -1$

$R = 26 - 1 = 25$

Q) What will be the remainder when 3^{40} is divided by 4?
3^{40} को 4 से विभाजित करने पर शेषफल क्या होगा?

$$\frac{(3)^{40}}{4}$$

$= (-1)^{40}$ → even

$= +1$

Q) What will be the remainder when $27^{27} + 27$ is divided by 28?
$27^{27} + 27$ को 28 से विभाजित करने पर शेषफल क्या होगा?

$$\frac{(27)^{27} + 27}{28}$$

$(-1)^{27}$ = odd $+ (-1)$

$= -1 - 1 = -2$

$R = 28 - 2 = 26$

Q) What will be the remainder when we divide $(27)^{32}+29)$ by 28?
जब हम $(27)^{32}+29)$ को 28 से विभाजित करते हैं तो शेषफल क्या होगा?

$$\frac{(\overset{-1}{27})^{32}+\overset{+1}{29}}{28}$$

$(-1)^{32} \rightarrow$ even
$+(+1)$
$+1+1=+2$

Q) If $71^{83}+73^{83}$ is divided by 36, what will be the remainder?
यदि $71^{83}+73^{83}$ को 36 से विभाजित किया जाए, तो शेषफल क्या होगा?

$$\frac{(\overset{-1}{71})^{83}+(\overset{+1}{73})^{83}}{36}$$

$(-1)^{83-\text{odd}}+(+1)^{83}$
$-1+1=0$

Q) What will be the remainder when $29^{100}-1^{100}$ is divisible by 30?
जब $29^{100}-1^{100}$ को 30 से विभाज्य किया जाए तो शेषफल क्या होगा?

$$\frac{(\overset{-1}{29})^{100}-1}{30}$$

$(-1)^{100} \rightarrow$ सम
-1
$=+1-1=0$

$$\boxed{a^m \times a^n = a^{m+n}}$$

$$a^{m+n} = a^m \times a^n$$

$2^5 \times 2^7 = 2^{12}$

$\Rightarrow 2^{20} = 2^2 \times 2^{18}$

* $(a^m)^n = a^{m \times n}$

$\Rightarrow (2^3)^2 = 2^6$

$\Rightarrow 2^{20} = (2^2)^{10}$

$(2^4)^5$

- Ex:- $\frac{(2)^{18}}{7}$ R=?

$2^3 = 8$

$= \frac{(2^3)^6}{7}$

$= \frac{(8)^6}{7} = \frac{(+1)^6}{7} = +1$

- Ex:- $\frac{(3)^{21}}{26}$ R=?

$3^3 = 27$

$\frac{(3^3)^7}{26}$

$= \frac{(27)^7}{26} = \frac{(+1)^7}{26} = +1$

- Ex:- $\frac{(2)^{20}}{7}$ R=?

$2^3 = 8$

$\frac{(2^3)^6 \times 2^2}{7}$

$= \frac{(8)^6 \times 4}{7}$

$= (+1)^6 \times 4 = 1 \times 4 = 4$

Q) What is the remainder when 2^{31} is divided by 5?
जब 2^{31} को 5 से विभाजित किया जाए तो शेषफल क्या होगा?

$$\frac{(2)^{31}}{5}$$

$2^2 = 4$

$$\frac{(2^2)^{15} \times 2^1}{5}$$

$$= \frac{(\overset{-1}{4})^{15} \times \overset{2}{2}}{5}$$

$= (-1)^{15} \times 2 \Rightarrow -1 \times 2 = -2$

$R = 5 - 2 = 3$

Q) Find the remainder of $\frac{3^{100}}{7}$
$\frac{3^{100}}{7}$ का शेषफल ज्ञात कीजिए

$$\frac{3^{100}}{7}$$

$$\frac{(3^3)^{33} \times 3^1}{7}$$

$3^3 = 27$

$$= \frac{(\overset{-1}{27})^{33} \times \overset{3}{3}}{7}$$

$(-1)^{33} \times 3$

$= -1 \times 3 = -3$

$R = 7 - 3 = 4$

Q) What will be the remainder when 7^{42} is divided by 48?
जब 7^{42} को 48 से विभाजित किया जाए तो शेषफल क्या होगा?

$$\frac{(7)^{42}}{48}$$

$7^2=49$

$$\frac{(7^2)^{21}}{48}$$

$$\frac{(\overset{+1}{49})^{21}}{48} = (+1)^{21}$$

$$= +1$$

Q) What will be the remainder when 2^{384} is divided by 17?
2^{384} को 17 से विभाजित करने पर शेषफल क्या होगा?

$$\frac{(2)^{384}}{17}$$

$$96$$
$$\overline{)384}$$
$$4$$

$2^4=16$

$$\frac{(2^4)^{96}}{17}$$

$$\frac{(\overset{-1}{16})^{96}}{17} = (-1)^{96} \rightarrow \text{even}$$

$$= +1$$

Q) What is the remainder left when $(2^{24}-1)$ is divided by 7?
$(2^{24}-1)$ को 7 से विभाजित करने पर कितना शेषफल बचेगा-

$$\frac{(2)^{24}-1}{7}$$

$2^3=8$

$$\frac{(2^3)^8-1}{7}$$

$$\frac{(\overset{+1}{8})^8-1}{7}$$

$$= (+1)^8 - 1 = 1-1 = 0$$

Q) If $(1728^{26} - 2^{156})$ is divided by 16, what will be the remainder?
यदि $(1728^{26} - 2^{156})$ को 16 से विभाजित किया जाए तो शेषफल क्या होगा?

$$\frac{(\overset{0}{1728})^{26} - 2^{156}}{16} \qquad \begin{array}{r} 39 \\ \cancel{156} \\ \cancel{4} \end{array}$$

$$\frac{0 - (2^4)^{39}}{16} \qquad \boxed{2^4 = 16}$$

$$\frac{0 - (\overset{0}{16})^{39}}{16}$$

$$0 - 0 = 0$$

Q) Find the remainder when 4^{1012} is divided by 7.
जब 4^{1012} को 7 से विभाजित किया जाए तो शेषफल ज्ञात कीजिए।

$$\frac{(4)^{1012}}{7} \qquad \begin{array}{r} 337 \\ \cancel{1012} \\ \cancel{3} \end{array}$$

$\boxed{4^3 = 64}$

$7 \times 9 = 63$

$$\frac{(4^3)^{337} \times 4^1}{7}$$

$$\frac{(\overset{+1}{64})^{337} \times \overset{+4}{4}}{7}$$

$$(+1)^{337} \times 4$$

$$= +1 \times 4 = 4$$

II

Hint

$$(2^2)^{1012} = 2^{2024}$$

Q) (9^6+1) when divided by 8, would leave a remainder of:

(9^6+1) को 8 से विभाजित करने पर शेषफल बचेगा

$$\frac{(\overset{+1}{9})^6+\overset{+1}{1}}{8}$$

$$(+1)^6+1$$

$$1+1=2$$

1. What will be the remainder when 9^{50} is divided by 10?
9^{50} को 10 से विभाजित करने पर शेषफल क्या प्राप्त होगा?
a. 3
b. 7
c. 1
d. 6

2. What will be the remainder when 35^{25} is divided by 36?
35^{25} को 36 से विभाजित करने पर शेषफल क्या प्राप्त होगा?
a. 30
b. 35
c. 25
d. 22

3. What will be the remainder when 6^{76} is divided by 5?
6^{76} को 5 से भाग देने पर शेषफल क्या आएगा?
a. 2
b. 1
c. 0
d. 3

4. What will be the remainder if 2^{89} is divided by 9?
यदि 2^{89} को 9 से विभाजित किया जाए तो शेषफल क्या होगा?
1. 2 2. 3
3. 4 4. 5

5. When 2^{256} is divided by 17, the remainder would be
जब 2^{256} को 17 से विभाजित किया जाता है, तो शेषफल क्या होगा?
(a) 1
(b) 14
(c) 16
(d) None of these

6. What will be the remainder if 2^{89} is divided by 7?
यदि 2^{89} को 7 से विभाजित किया जाए तो शेषफल क्या होगा?
1. 2
2. 3
3. 4
4. 5

7. If $71^{83} + 73^{83}$ is divided by 72, the 7
remainder is-
यदि $71^{83} + 73^{83}$ को 72 से विभाजित किया जाए, तो शेषफल क्या होगा ?
(a) 0
(b) 8
(c) 9
(d) 13

8. When $(77^{77} + 77)$ is divided by 78, the remainder is-
$(77^{77} + 77)$ को 78 से विभाजित करने पर शेषफल कितना बचेगा?
(a) 75 (b) 77
(c) 76 (d) 74

9. $(7^{19}+ 2)$ is divided by 6. The remainder is

$(7^{19}+2)$ को 6 से विभाजित करने पर शेषफल प्राप्त होता है

(a) 1

(b) 2

(c) 3

(d) 5

10. The remainder when $19^{19}+$ 20 is divided by 18, is-

शेषफल क्या होगा, जब $19^{19} + 20$ को 18 से विभाजित किया जाता है?

(a) 1

(b) 3

(c) 0

(d) 2

ANSWER SHEET

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
C	B	B	D	A	C	A	C	C	B

Sol. 1

$$\frac{9^{50}}{10}$$

$(-1)^{50}$ सम

$\Rightarrow 1$

Sol. 2

$$\frac{35^{25}}{36}$$

$(-1)^{25}$ विषम

-1

$\Rightarrow 36-1$

$\Rightarrow 35$

शेषफल 35

Sol. 3

$$\frac{6^{76}}{5}$$

1^{76} सम

$\Rightarrow 1$

शेषफल 1

Sol. 4

$$\frac{2^{89}}{9}$$

$$\frac{(2^3)^{29} \times 2^2}{9}$$

$$\frac{-1 \times 4}{9} = \frac{-4}{9}$$

$9-4$

$\Rightarrow 5$

शेषफल 5

Sol. 5

$$\frac{2^{256}}{17} \Rightarrow \frac{(2^4)^{64}}{17}$$

$$\Rightarrow \frac{(16)^{64}}{17}$$

$\Rightarrow (-1)^{64}$ सम

$\Rightarrow 1$

Sol. 6

$$\frac{2^{89}}{7} = \frac{(2^3)^{29} \times 2^2}{7}$$

$$\Rightarrow \frac{(8)^{29} \times 2^2}{7}$$

$$\Rightarrow \frac{1 \times 4}{7}$$

$\Rightarrow 4$ शेषफल

Sol. 7

$$\frac{71^{83} + 73^{83}}{72}$$

$(-1)^{83} + (1)^{83}$

$-1 + 1$

$\Rightarrow 0$ शेषफल

Sol. 8

$$\frac{(77^{77} + 77)}{78}$$

$(-1)^{77} + (-1)$

विषम

$-1 - 1 = -2$

$78-2$

$\Rightarrow 76$

Sol. 9

$$\frac{(7^{19}+2)}{6}$$

$$\frac{1^{19}+2}{6}$$

$$\frac{1+2}{6} = \frac{3}{6} \text{ (शेषफल)}$$

$\Rightarrow 3$ शेषफल

Sol. 10

$$\frac{19^{19}+20}{18}$$

$$\Rightarrow \frac{1^{19}+20}{18}$$

$$\Rightarrow \frac{1+20}{18} = \frac{21}{18} = 3$$ शेषफल

$\Rightarrow 3$ शेषफल