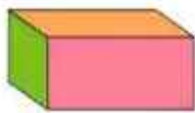


# MENSURATION 3D

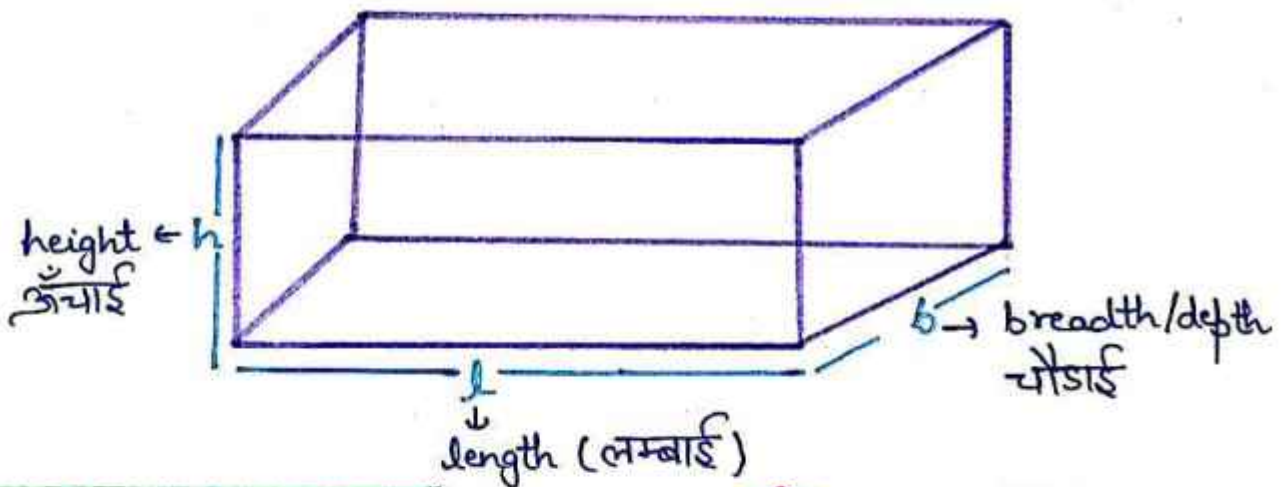
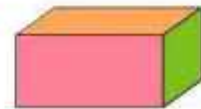
## 3D Mensuration

### 3 Dimensional

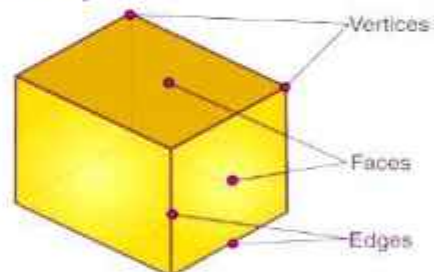
- 1) Cuboid (घनाभ)
- 2) Cube (घन)
- 3) Cylinder (बेलन)
- 4) Cone (शंकु) & (खिन्नक)
- 5) Sphere (गोला) & (Hemisphere)
- 6) Prism & Pyramid



## CUBOID (घनाभ)



- Faces (फलक) - 6
- Edges (किनारे) - 12
- Vertices (कोने) - 8



### FORMULAS:-

#### \* आयतन (Volume) (V):-

$$\begin{array}{ccccc} \text{लम्बाई} & \times & \text{चौड़ाई} & \times & \text{ऊँचाई} \\ \text{length} & \times & \text{breadth} & \times & \text{height} \\ (l) & \times & (b) & \times & (h) \end{array}$$

\* Lateral Surface Area (LSA) / Area of four walls  
(वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल / चार दीवारों का क्षेत्रफल) :-

$$2(lh) + 2(bh)$$

$$2h(l+b) = 2(l+b) \times h$$

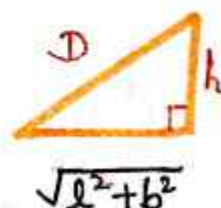
\* Total Surface Area (TSA) (कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल) :-

$$= 2lh + 2bh + 2lb$$

$$= 2(lb + bh + lb)$$

\* विकर्ण (Diagonal) (D) :-

$$\sqrt{l^2 + b^2 + h^2}$$



• कमरे में रखी जा सकने वाली सबसे लंबी छड़  
(Longest rod that can be placed in a room)

$$D^2 = l^2 + b^2 + h^2$$

$$D = \sqrt{l^2 + b^2 + h^2}$$

Q) Find the surface area (in  $m^2$ ) of a cuboid 11m long, 7m broad and 4m high.

11m लंबे, 7m चौड़े और 4m ऊँचे घनाभ का पृष्ठीय क्षेत्रफल ( $m^2$  में) ज्ञात करें)

$$T.S.A = 2(lb + bh + lh)$$

$$2(77 + 28 + 44)$$

$$149 \times 2$$

$$298$$

Q) The areas of three adjacent faces of a cuboid are  $32cm^2$ ,  $24cm^2$  and  $48cm^2$ . What will be the volume of the cuboid?

एक घनाभ के तीन आसन्न फलकों का क्षेत्रफल  $32cm^2$ ,  $24cm^2$  और  $48cm^2$  है। घनाभ का आयतन कितना होगा?





$$l \times b = 32$$

$$b \times h = 24$$

$$l \times h = 48$$

$$l^2 \times b^2 \times h^2 = 32 \times 24 \times 48$$

$$(l \times b \times h)^2 = 32 \times 24 \times 48$$

$$\text{Volume} \rightarrow l \times b \times h = \sqrt{32 \times 24 \times 48}$$

$$\begin{array}{ccc} 16 \times 2 & 4 \times 6 & 16 \times 3 \\ \hline 16 \times 2 \times 6 \\ 192 \text{ cm}^3 \end{array}$$

Q) The ratio of the length and breadth of a rectangular parallelepiped is 5:3 and its height is 6 cm. If the total surface area of the parallelepiped be 558 sq. cm, then its length in dm. is

किसी घनाभ की लंबाई तथा चौड़ाई का अनुपात 5:3 तथा ऊँचाई 6 सेमी. है। यदि घनाभ का सम्पूर्ण पृष्ठ क्षेत्रफल 558 सेमी<sup>2</sup> है, तब इसकी लंबाई dm में ज्ञात करें।

$$\begin{array}{cc} l : b & \boxed{h=6} \\ 5 : 3 & \\ 5R & 3R \end{array}$$

$$2(lb + bh + lh) = 558$$

$$2(15R^2 + 18R + 30R) = 558 \quad 279$$

$$R(15R + 48) = 279$$

③

$$\begin{array}{c} 3 \times 93 \\ \hline \end{array}$$

$$3(15 \times 3 + 48)$$

$$3(45 + 48)$$

$$3 \times 93$$

$$\textcircled{R=3}$$

$$l = 5R$$

$$5 \times 3$$

$$15 \text{ cm}$$

$$\frac{15}{10} = 1.5$$

- Q) If two adjacent sides of a rectangular parallelepiped are 1 cm and 2 cm and the total surface area of the parallelepiped is 22 square cm. Find its diagonal  
 किसी घनाभ की क्रमागत भुजाएँ 1 सेमी, 2 सेमी है तथा सम्पूर्ण क्षेत्रफल 22 सेमी<sup>2</sup> है। घनाभ का विकर्ण ज्ञात करें?

$$\begin{array}{ccc} l & b & h \\ & \downarrow & \downarrow \\ & 1\text{cm} & 2\text{cm} \end{array}$$

$$2(lb + bh + lh) = 22$$

$$(1 + 2 + 2l) = 11$$

$$3l = 9$$

$$l = \frac{9}{3} = 3$$

$$D = \sqrt{l^2 + b^2 + h^2}$$

$$\sqrt{9 + 1 + 4} = \sqrt{14}$$

$$\text{No. of Brick} = \frac{\text{दीवार का आयतन (Vol. of Wall)}}{\text{एक ईंट का आयतन (Vol. of One Brick)}}$$

- Q) If the size of the brick is 25 cm X 12 cm X 9 cm, how many bricks will be required to build a wall 10m long, 22.5 cm wide and 6m high?

यदि ईंट का आकार 25 cm X 12 cm X 9 cm है, तो 10m लंबी 22.5 cm चौड़ी और 6m ऊंची दीवार बनाने के लिए कितनी ईंटों की आवश्यकता होगी?

$$1\text{m} = 100\text{cm}$$

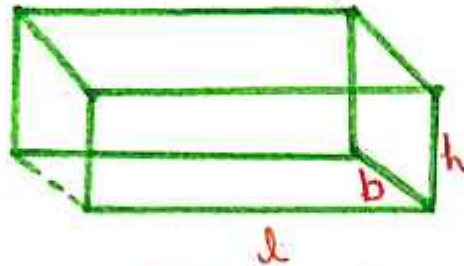
$$\text{No. of Brick} = \frac{1000 \times 22.5 \times 600}{25 \times 12 \times 90}$$

$$5000$$



Q) Find the height of a cuboid whose volume is  $330 \text{ cm}^3$  and base area is  $15 \text{ cm}^2$ .

एक घनाभ की ऊँचाई कितनी है, जिसका आयतन  $330 \text{ cm}^3$  है।  
और आधार का क्षेत्रफल  $15 \text{ cm}^2$  है।



$$l \times b = 15 \text{ cm}^2$$

$$l \times b \times h = 330$$

$$15 \times h = 330$$

$$h = 22 \text{ cm}$$

1. The base area of a cuboid is 34 sq cm and height is 3.5 cm. What is the volume of cuboid?

एक घनाभ का आधार क्षेत्रफल 34 वर्ग सेमी और ऊँचाई 3.5 सेमी है। घनाभ का आयतन क्या है?

- (a)  $125 \text{ cm}^3$
- (b)  $97 \text{ cm}^3$
- (c)  $119 \text{ cm}^3$
- (d)  $108 \text{ cm}^3$

2. What is the length (in cm) of the longest rod that can be fitted in a box of dimension  $16 \text{ cm} \times 12 \text{ cm} \times 10 \text{ cm}$  ?

$16 \text{ cm} \times 12 \text{ cm} \times 10 \text{ cm}$  आयामों के एक बॉक्स में सबसे लंबी छड़ की लंबाई (सेमी में) क्या है ?

- (a)  $10\sqrt{50}$
- (b) 20
- (c)  $12\sqrt{5}$
- (d)  $10\sqrt{3}$

3. What is the length of the longest pillar that can be placed in a room of dimensions  $10 \text{ m} \times 10 \text{ m} \times 5 \text{ m}$ ?

$10 \text{ m} \times 10 \text{ m} \times 5 \text{ m}$  की विमाओं वाले कमरे में रखे जा सकने वाले सबसे लंबे खंभे की लंबाई क्या है ?

- (a) 10 m
- (b) 20 m
- (c) 25 m
- (d) 15 m

4. The surface area surface area of three coterminous faces of a cuboid

are  $5 \text{ cm}^2$ ,  $16 \text{ cm}^2$  and  $20 \text{ cm}^2$  respectively. Find the volume of the cuboid.

एक घनाभ के तीन समीपवर्ती फलकों के पृष्ठीय क्षेत्रफल क्रमशः  $5 \text{ सेमी}^2$ ,  $16 \text{ सेमी}^2$  और  $20 \text{ सेमी}^2$  है। घनाभ का आयतन ज्ञात कीजिए।

- (a)  $45 \text{ cm}^3$
- (b)  $50 \text{ cm}^3$
- (c)  $30 \text{ cm}^3$
- (d)  $40 \text{ cm}^3$

5. The total surface area of a cuboid is  $4200 \text{ cm}^2$ . If the length and the breadth of the cuboid are 15 cm and 16 cm, then find the height of the cuboid.

एक घनाभ का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल  $4200 \text{ cm}^2$  है। यदि घनाभ की लंबाई और चौड़ाई 15 cm और 16 cm है, है, तो घनाभ की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

- (a) 60 cm
- (b) 70 cm
- (c) 62 cm
- (d) 3720 cm

6. How many bricks are required to build a 21 m long, 12m high and 36 cm thick wall. If each brick measure  $28 \text{ cm} \times 18 \text{ cm} \times 6 \text{ cm}$ ?

21 मीटर लंबी 12 मीटर ऊँची और 36 सेंटीमीटर मोटी दीवार बनाने के लिए कितनी ईंटों की आवश्यकता होगी, यदि प्रत्येक ईंट का माप  $28 \text{ सेमी} \times 18 \text{ सेमी} \times 6 \text{ सेमी}$  है?

- (a) 24000
- (b) 30000
- (c) 25000
- (d) 20000



7. The sides of a cuboid are in the ratio 3 : 4 : 5 and its volume is 480 cubic units. The difference between the largest and smallest sides is \_\_\_\_ units.

एक घनाभ की भुजाएँ 3 : 4 : 5 के अनुपात में हैं और इसका आयतन 480 घन इकाई है। सबसे बड़ी और सबसे छोटी भुजा के बीच का अंतर \_\_\_\_\_ इकाई है।

- (a) 6
- (b) 3
- (c) 5
- (d) 4

**ANSWER SHEET**

1	2	3	4	5	6	7
C	A	D	D	A	B	D

Sol. 1

धनांक का आयतन  $\Rightarrow lbh$

$$lb \Rightarrow 34$$

$$h \Rightarrow 3.5$$

$$\text{आयतन} \Rightarrow 34 \times 3.5$$

$$\Rightarrow 119 \text{ cm}^3$$

Sol. 2

$$\text{इसकी लंबाई} \Rightarrow \sqrt{l^2 + b^2 + h^2}$$

$$\Rightarrow \sqrt{(16)^2 + (12)^2 + (10)^2}$$

$$\Rightarrow \sqrt{256 + 144 + 100}$$

$$\Rightarrow \sqrt{500}$$

$$\Rightarrow 10\sqrt{5}$$

Sol. 3

$$\text{अब भी लंबाई खोजें} \Rightarrow \sqrt{l^2 + b^2 + h^2}$$

$$\Rightarrow \sqrt{10^2 + 10^2 + 5^2}$$

$$\Rightarrow \sqrt{100 + 100 + 25}$$

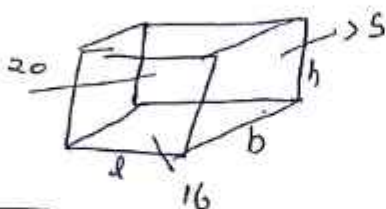
$$\Rightarrow 15$$

Sol. 4

$$lb \Rightarrow 16$$

$$bh \Rightarrow 5$$

$$hl \Rightarrow 20$$



धनांक का आयतन

$$\Rightarrow \sqrt{16 \times 5 \times 20}$$

$$\Rightarrow \sqrt{1600}$$

$$\Rightarrow 40$$

Sol. 5

धनांक का कुल प्रक्षीय क्षेत्र  $\Rightarrow 2(lb + bh + hl)$

$$4200 \Rightarrow 2(15 \times 6 + 16 \times x + 15 \times x)$$

$$2100 = 240 + 16x + 15x$$

$$31x = 1860$$

$$x = 60$$

$$h(x) \Rightarrow 60$$

Sol. 6

दीवार का आयतन  $\Rightarrow 2 \times \frac{r}{3}$  का आयतन

$$2100 \times 1200 \times 36 = 2(28 \times 18 \times 6)$$

$$2 = \frac{2100 \times 1200 \times 36}{28 \times 18 \times 6}$$

$$2 \Rightarrow 30000$$

Sol. 7

$$l : b : h$$

$$3x : 4x : 5x$$

$$3x \times 4x \times 5x \Rightarrow 480$$

$$60x^3 \Rightarrow 480$$

$$x^3 = 8$$

$$x = 2$$

$$\text{आयतन} = 3x - 3x$$

$$\Rightarrow 2x$$

$$\Rightarrow 2 \times 2$$

$$\Rightarrow 4$$



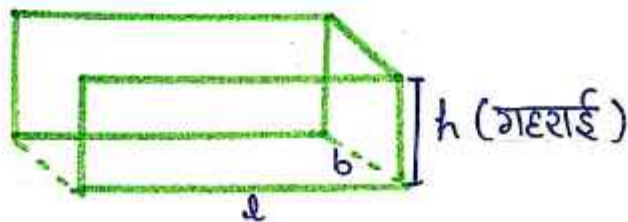
## MENSURATION 3D

Q) A cuboidal water tank has 216 liters of water. Its depth is  $\frac{1}{3}$  of its length and breadth is  $\frac{1}{2}$  of  $\frac{1}{3}$  of the difference of length and depth. The length of the tank is :

एक घनाभाकार पानी की टंकी में 216 लीटर पानी है उसकी गहराई उसकी लम्बाई का  $\frac{1}{3}$  है। और उसकी चौड़ाई <sup>उसकी</sup> लम्बाई और गहराई के अन्तर के  $\frac{1}{3}$  का  $\frac{1}{2}$  है। टंकी की लम्बाई है।

$$1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ L}$$

$$1 \text{ L} = \frac{1}{1000} \text{ m}^3$$



$$h = \frac{1}{3} l$$

$$b = (l - h) \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2}$$

$$b = \frac{1}{6} (l - h)$$

$$b = \frac{1}{6} \left( l - \frac{l}{3} \right)$$

$$b = \frac{1}{6} \left( \frac{2l}{3} \right)$$

$$b = \frac{l}{9}$$

$$\text{Volume} = \frac{216}{1000} \text{ m}^3$$

$$l \times b \times h = \frac{216}{1000}$$

$$l \times \frac{l}{9} \times \frac{l}{3} = \frac{216}{1000}$$

$$l^3 = \frac{216 \times 27}{1000}$$

$$l = \sqrt[3]{\frac{216 \times 27}{1000}}$$

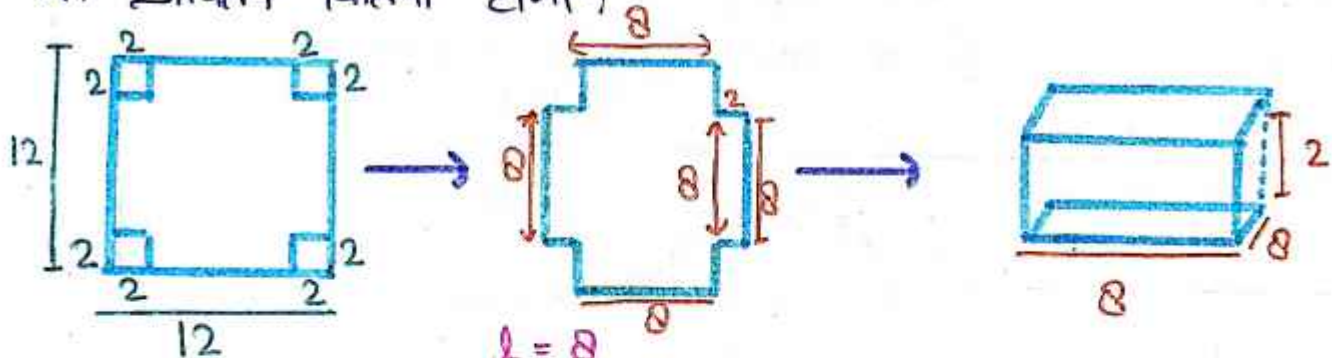
$$\frac{6 \times 3}{10}$$

$$l = 1.8 \text{ m}$$

18 dm

Q) A square piece of card board with side 12 cm has a small square of 2 cm cut from each of the corners. The resulting flaps are turned up to make a box 2 cm deep. The volume of the box is.

12 सेमी. की भुजा के कार्ड बोर्ड के प्रत्येक कोने से 2 सेमी. का एक चौकोर टुकड़ा काटा जाता है। परिणामी फ्लैप को एक 2 सेमी ऊँचाई के एक बॉक्स में बदल दिया जाता है। बॉक्स का आयतन कितना होगा?



$$l = 8$$

$$b = 8$$

$$h = 2$$

$$l \times b \times h = 8 \times 8 \times 2$$

$$128 \text{ cm}^3$$

Q) The length, breadth and height of a room are 10m, 8m and 6m respectively. Find the cost of white washing the walls of the room and the ceiling at the rate of ₹ 7.50 per  $\text{m}^2$ .



एक कमरे की लंबाई, चौड़ाई और ऊँचाई क्रमशः 10 मीटर, 8 मीटर और 6 मीटर है। ₹ 50 प्रति वर्ग मीटर की दर से कमरे की दीवारों और छत की सफेदी करने की लागत ज्ञात करें।

चार दीवारों का Area =  $2(l+b) \times h$

छत का Area =  $l \times b$

$= 2(l+b) \times h + l \times b$

$2(10+8) \times 6 + 10 \times 8$

$36 \times 6 + 80$

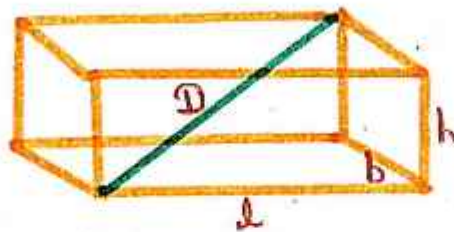
$216 + 80 = 296 \text{ m}^2$

कुल खर्च =  $\frac{296 \times 50}{100} = 148$

2220

Q) The length, breadth and height of a room are 5m, 4m and 3m respectively. Find the length of the largest bamboo that can be kept inside the room.

एक कमरे की लम्बाई, चौड़ाई और ऊँचाई क्रमशः 5 मीटर, 4 मीटर और 3 मीटर है। उस सबसे बड़ी बाँस की छड़ी की लम्बाई ज्ञात कीजिये जो इस कमरे में पूर्णतया रखी जा सकती है।



$D = \sqrt{l^2 + b^2 + h^2}$

$\sqrt{5^2 + 4^2 + 3^2}$

$\sqrt{25 + 16 + 9}$

$\sqrt{50} = 5\sqrt{2} \text{ m}$

$(25 \times 2)$

Q) If the length and the breadth of cuboid are made 3 and 6 times respectively then, find the percentage increase in its volume

यदि एक घनाभ की लंबाई, चौड़ाई को क्रमशः 3 और 6 गुणा कर दिया जाए तो इसके आयतन में कितने प्रतिशत की वृद्धि हो जायेगी ?

$$\begin{array}{ccc} l & b & h \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 3l & 6b & h \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{Volume} \\ = l \times b \times h \\ = 18lbh \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} \text{पुराना Vol.} & & \text{नया Vol.} \\ lbh & : & 18lbh \\ 1 & : & 18 \\ & \xrightarrow{17} & \end{array}$$

$$\% \text{ वृद्धि} = \frac{17}{1} \times 100 = 1700\%$$

Q) What is the total percentage change in the volume of a cuboid, if its length and breadth are decreased by 15% and 25% respectively, while its height is increased by 60%?

एक घनाभ के आयतन में कुल प्रतिशत परिवर्तन क्या है, यदि इसकी लंबाई और चौड़ाई में क्रमशः 15% और 25% की कमी की जाती है, जबकि इसकी ऊंचाई में 60% की वृद्धि की जाती है ?

$$\begin{array}{ccc} l & b & h \\ 15\% = \frac{3}{20} & , & 25\% = \frac{1}{4} & , & 60\% = \frac{3}{5} \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} l & 20 & \text{---} & 17 \\ b & 4 & \text{---} & 3 \\ h & 5 & \text{---} & 8 \\ \hline & 400 & & 408 \\ & & \xrightarrow{+8} & \end{array}$$

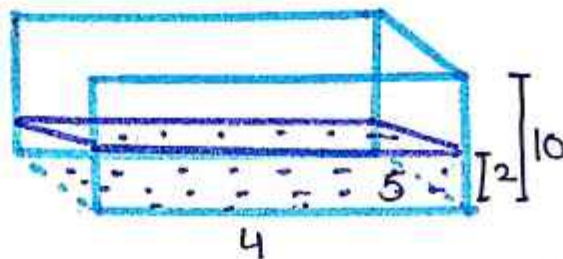


$$\% \text{ वृद्धि} = \frac{x^2}{400} \times 100$$

$$2\% \text{ वृद्धि}$$

Q) A cuboidal container of length, breadth and height 4, 5 and 10m is filled with water upto 2m. Find the area of the wet surface of cuboid.

एक घनाभकार बर्तन जिसकी लम्बाई और चौड़ाई और ऊँचाई क्रमशः 4, 5 और 10 सेमी है, 2 मी की ऊँचाई तक पानी से भरा हुआ है। इस बर्तन का भीगे हुए भाग का क्षेत्रफल बताएँ।



भीगे हुए भाग का Area

$$2(l+b) \times h + l \times b$$

$$2(4+5) \times 2 + 4 \times 5$$

$$36 + 20$$

$$56 \text{ m}^2$$

Q) The length, breadth and height of a rectangular box are in the ratio 3:2:4, respectively, and the cost of covering it with a sheet of Paper at the rate of ₹ 1.50 per square metre is ₹ 1,950. Find 50% of the volume of the box (in  $\text{m}^3$ )

एक आयताकार बॉक्स की लम्बाई, चौड़ाई और ऊँचाई क्रमशः 3:2:4 के अनुपात में है और 1.50 प्रति वर्ग मीटर की दर से कागज की एक शीट से ढकने की लागत ₹ 1950 है। बॉक्स के आयतन का 50% ( $\text{m}^3$  में) ज्ञात करें।

$$\begin{array}{ccc}
 l & : & b & : & h \\
 3 & : & 2 & : & 4 \\
 3R & & 2R & & 4R
 \end{array}$$

$3 \times 5 \rightarrow (15)$        $2 \times 5 \rightarrow (10)$        $4 \times 5 \rightarrow (20)$

$$T.S.A = \frac{19500}{15} = 1300 \text{ m}^2$$

$$2(lb + bh + lh) = 1300$$

$$2(6R^2 + 8R^2 + 12R^2)$$

$$52R^2 = 1300$$

$$R^2 = \frac{1300}{52} = 25$$

$$R = \sqrt{25} = (5)$$

$$V = 15 \times 10 \times 20 = 3000$$

$$50\% = 3000 \times \frac{1}{2}$$

$$1500$$

Q) A rectangular tank is 8 metre long and 5 metre wide. 60% of the tank is already filled with water which is  $144 \text{ m}^3$ , find the depth of the tank.

एक आयताकार टंकी 8 मीटर लंबा तथा 5 मीटर चौड़ा है। इसमें  $144$  घन मीटर पानी पहले से ही है जो उसकी कुल धारिता का 60 प्रतिशत है। टंकी की गहराई क्या है?

$$60\% = 144 \text{ m}^3$$

$$1\% = \frac{144}{60}$$

$$\begin{array}{l}
 \text{Volume} \\
 (\text{आयतन})
 \end{array}
 100\% = \frac{144}{60} \times 100$$

$$= 240 \text{ m}^3$$

$$l \times b \times h = 240$$

$$8 \times 5 \times h = 240$$

$$h = 6 \text{ m}$$



- Q) Length, breadth and height of a godown are 25m, 26m and 12m respectively. 2400 sacks of rice can be kept in it. If its length is increased by 2 times and its breadth and height each of them is increased by 1.5 times, now the number of sacks of rice can be kept in the godown will be:

एक गोदाम की लम्बाई, चौड़ाई तथा ऊँचाई क्रमशः 25 मीटर, 26 मीटर तथा 12 मीटर है। इसमें 2400 चावल के बोरे को रखा जा सकता है। यदि इसकी लम्बाई को दोगुना, चौड़ाई तथा ऊँचाई में से प्रत्येक को 1.5 गुना कर दिया जाए तो उसमें अब कितनी बोरियां रखी जा सकती हैं?

$$\begin{array}{cccc}
 l & b & h & \text{बोरे} \\
 \downarrow & \downarrow & \downarrow & 2400 \\
 2l & 1.5b & 1.5h & \\
 \frac{2 \times 1.5 \times 1.5}{100} \times 100 & & & \downarrow \\
 \left(\frac{9}{2}\right) \times 2 & & & \frac{9}{2} \times 2400 \\
 & & & 10800
 \end{array}$$

- Q) The base area of a rectangular tank is  $6500 \text{ cm}^2$  and it contains  $2.6 \text{ m}^3$  of water. What is the depth of water in the tank?
- एक आयताकार टंकी का आधार का क्षेत्रफल  $6500 \text{ सेमी}^2$  है तथा इसमें  $2.6 \text{ मी}^3$  पानी है। टंकी में पानी की गहराई बताएं।

$$l \times b = 6500 \text{ cm}^2$$

$$\Rightarrow \frac{6500}{10000} \text{ m}^2$$

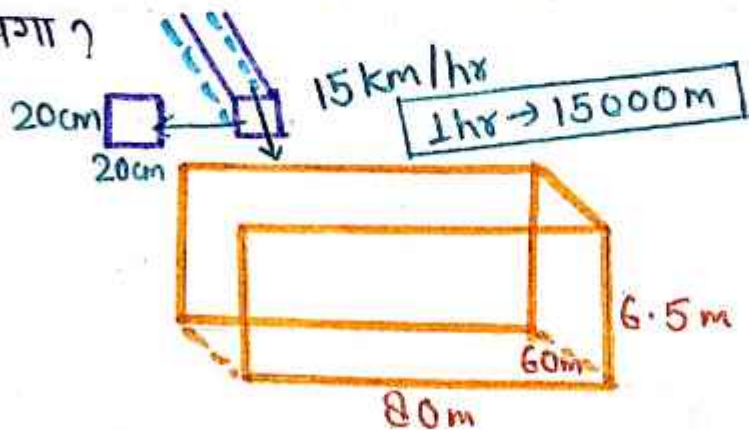
$$l \times b \times h = 2.6$$

$$\frac{65}{100} \times h = \frac{2.6}{100}$$

$$h = \frac{2.6 \times 100}{65} \text{ m} = 4 \text{ m}$$



- Q) आयताकार जलराश का आधार 80 मीटर लम्बा, 60 मीटर चौड़ा है तथा गहराई 6.5 मी. है। एक पाईप जिसका अनुप्रस्थ काट वर्गकार है तथा प्रत्येक भुजा की लंबाई 20 सेमी. है। यदि इस पाईप से होकर पानी 15 किमी प्रतिघंटा के स्फटार से बह रही है। तो पाईप से कितने समय में जलराश खाली हो जायेगा?



$$\left( \frac{20}{100} \times \frac{20}{100} \times 15000 \right) \times T = 80 \times 60 \times 6.5$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_{l \times b \times h}$   
 $\text{1 hr}$

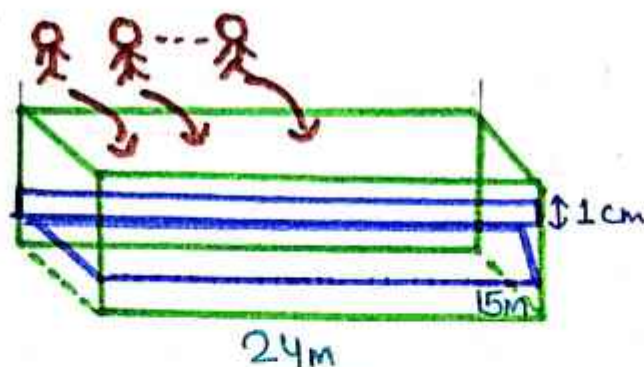
$$\left( \frac{20}{100} \times \frac{20}{100} \times 15000 \right) \times T = 80 \times 60 \times \frac{6.5}{10}$$

$$\frac{600}{10} T = \frac{80}{40} \times \frac{60}{10} \times \frac{65}{2}$$

$$T = 52 \text{ hr}$$

- Q) A swimming bath is 24m long and 15m broad. When a number of men dive into the bath, the height of the water rises by one cm. If the average amount of the water displaced by one of the men be  $0.1 \text{ m}^3$ , how many men are there in the bath?

एक तरणताल 24 मी. लम्बा तथा 15 मी. चौड़ा है। जब कुछ संख्या में आदमी इसमें कूदते हैं तो पानी का स्तर 1 सेमी से बढ़ जाता है। यदि एक आदमी द्वारा विस्थापित पानी की औसत मात्रा  $0.1 \text{ m}^3$  हो, तो तरणताल में कितने आदमी कूदे?



$$(24 \times 15 \times \frac{1}{100}) = n \times 0.1$$

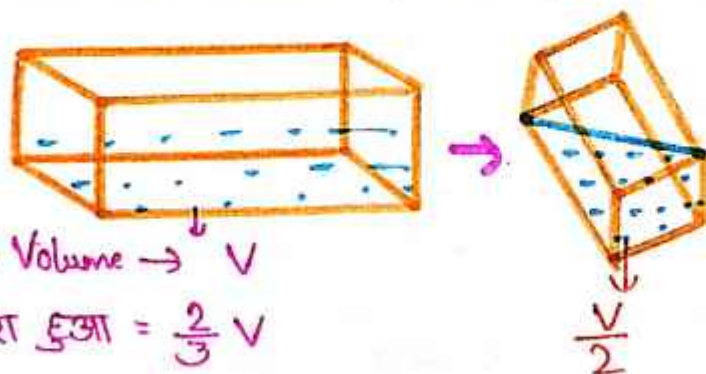
(बढ़ा हुआ Volume)

$$n = \frac{24 \times 15 \times 10}{100 \times 0.1}$$

$$= 36$$

Q  $\frac{2}{3}$  part of a Aquarium of cuboidical shape is filled with water. It is bent from one side such a way that the level of water of one side of the base becomes equal to one side of the top in the process of bending, 6 litres of water fall outside. Find the volume of the tank (Aquarium)

एक घनाभ के आकार की जीवशाला का  $\frac{2}{3}$  भाग पानी से भरा है और उसे एक ओर इस प्रकार झुकाया जाता है कि पानी का स्तर आधार की भुजा तथा ऊपर की एक भुजा के समकक्ष आ जाता है। झुकाव के इस प्रयास में 6 लीटर पानी बाहर गिर जाता है। टंकी का घनफल (आयतन) ज्ञात कीजिए।



Original Volume  $\rightarrow V$

भरा हुआ  $= \frac{2}{3} V$

$\frac{V}{2}$

$$\frac{2}{3} V - \frac{1}{2} V = 6L$$

$$\frac{4V - 3V}{6} = 6$$

$$V = 6 \times 6 = 36L$$



Q) If the number of vertices, edges and faces of a rectangular parallelepiped are denoted by  $v$ ,  $e$  and  $f$  respectively, the value of  $(v - e + f)$  is

एक आयताकार घनाभ के शीर्षों, किनारों तथा फलकों की संख्या को क्रमशः  $v$ ,  $e$  तथा  $f$  से सूचित किया जाता है, तो  $(v - e + f)$  का मान क्या होगा।

(शीर्ष) Vertices ( $V$ ) = 8

(किनारे) Edges ( $e$ ) = 12

(फलक) Faces ( $f$ ) = 6



$$\begin{aligned} V - e + f \\ 8 - 12 + 6 \\ 14 - 12 \\ 2 \end{aligned}$$

Q) If  $V$  be the volume and  $S$  be the surface area of a cuboid of dimensions  $a$ ,  $b$  and  $c$  then  $\frac{S}{V}$  is equal to

यदि एक घनाभ जिसके परिमाण  $a$ ,  $b$  व  $c$  है, का आयतन  $V$  और पृष्ठीय क्षेत्रफल  $S$  है, तब  $\frac{S}{V}$  का मान किसके समान होगा।

$$\rightarrow \begin{array}{ccc} l & b & h \\ a & b & c \end{array}$$

$$V = a \times b \times c$$

$$S = 2(ab + bc + ac)$$

$$\frac{S}{V} = \frac{2(ab + bc + ca)}{abc}$$

$$\frac{S}{V} = 2 \left[ \frac{ab}{abc} + \frac{bc}{abc} + \frac{ca}{abc} \right]$$

$$\frac{S}{V} = 2 \left[ \frac{1}{c} + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right]$$

$$\frac{1}{V} = \frac{2}{S} \left[ \frac{1}{c} + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right]$$



Trick

$$\rightarrow \begin{matrix} l & b & h \\ a & b & c \\ =1 & =1 & =1 \end{matrix}$$

$$V = a \times b \times c = 1 \times 1 \times 1 = 1$$

$$S = 2(ab + bc + ac)$$

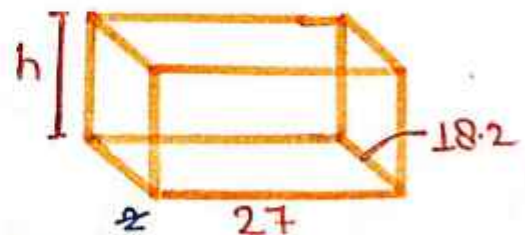
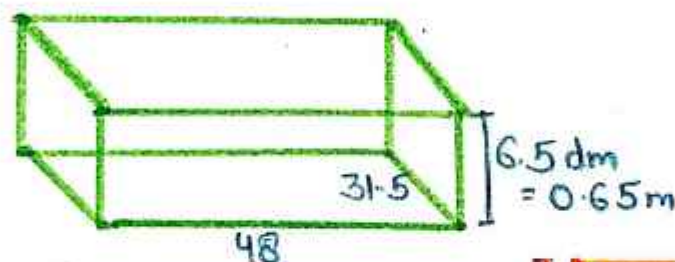
$$S = 2(1 + 1 + 1) = 6$$

$$\frac{1}{V} = \frac{1}{1} = 1$$

$$\frac{2}{5} \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right) = \frac{2}{5} (1 + 1 + 1) = \frac{6}{5} = 1.2$$

- ① A low land, 48m long and 31.5m broad is raised to 6.5 dm. For this earth is removed from a cuboidal hole, 27m long and 18.2m broad, dug by the side of the land. The depth of the hole will be.

एक 48 मी. लम्बी और 31.5 मी. चौड़ी भूमि के निचले स्तर को 6.5 डेसी मीटर ऊँचा उठाया जाता है। इसके लिए मिट्टी को भूमि के पार्श्व में खोदे गए 27 मी. लम्बे और 18.2 मी. चौड़े घनाकार गड्ढे से निकाला जाता है। गड्ढे की गहराई कितनी होगी?



$$\begin{array}{r} 2 \\ 4 \\ +2 \\ \hline 48 \end{array} \begin{array}{r} 9 \\ 63 \\ +0 \\ \hline 315 \\ \hline 10 \end{array} \times \begin{array}{r} 5 \\ 65 \\ +0 \\ \hline 065 \\ \hline 100 \\ \hline 20 \\ \hline 4 \end{array} = \begin{array}{r} 8 \\ 14 \\ +0 \\ \hline 27 \end{array} \times \begin{array}{r} 2 \\ 14 \\ +0 \\ \hline 182 \\ \hline 10 \end{array} \times h$$

$$h = 2m$$

1. 6 Cubes each of edge 4 cm are joined end to end what is the total surface area of the resulting cuboid.

4 सेमी. भुजा वाले 6 घनों को मिलाकर एक घनाभ बनाया गया। परिणाम स्वरूप बने घनाभ की कुल सतह का क्षेत्रफल क्या होगा?

- (a)  $208\text{cm}^2$
- (b)  $496\text{cm}^2$
- (c)  $576\text{cm}^2$
- (d)  $416\text{cm}^2$

2. Six cubes each of edge 2cm, are joined end to end. What is the total surface area of the resulting cuboid in  $\text{cm}^2$ ?

छ: घन जिनमें से प्रत्येक की कोर 2 सेमी है को अंत से अंत तक मिलाकर रखने पर बनने वाले घनाभ का कुल क्षेत्रफल ( $\text{cm}^2$  में) क्या होगा?

- (a) 96
- (b) 144
- (c) 104
- (d) 128

3. The length, breadth and height of a hall are 10 m, 20 m and 15 m respectively. Find the cost of whitewashing the inside walls and ceiling of the hall at the rate of ₹ 10.20/ $\text{m}^2$ .

एक हॉल की लंबाई, चौड़ाई और ऊँचाई क्रमशः 10 मीटर, 20 मीटर और 15 मीटर है। हॉल के अंदर की दीवारों और भीतरी छत को ₹ 10.20/ $\text{m}^2$  की दर से सफेदी करने का खर्च ज्ञात कीजिए।

- (a) ₹13,394

(b) ₹11,220

(c) ₹15,320

(d) ₹16,542

4. How many Soap Cakes of size 8 cm  $\times$  4.5 cm  $\times$  2 cm can be kept in a carton of size 11m  $\times$  0.82m  $\times$  0.63m.

8 cm  $\times$  4.5 cm  $\times$  2 cm माप के कितने साबुनों को 11m  $\times$  0.82m  $\times$  0.63m माप के एक डिब्बे में रखा जा सकता है।

- (a) 81052
- (b) 75626
- (c) 73498
- (d) 78925

5. The length and breadth of a cuboid are increased by 10% and 20% respectively, and its height is decreased by 20%, The percentage increased in the volume of cuboid is: एक घनाभ की लम्बाई और चौड़ाई में क्रमशः 10% और 20% की वृद्धि हो जाती है और इसकी ऊँचाई में 20%, की कमी हो जाती है। घनाभ के आयतन में प्रतिशत वृद्धि है।

- (a)  $5\frac{4}{5}\%$
- (b)  $5\frac{1}{5}\%$
- (c)  $5\frac{2}{5}\%$
- (d)  $5\frac{3}{5}\%$

6. The length, breadth and height of a room in the shape of a cuboid are increased by 10%, 15% and 20%

respectively. Find the percentage change in the volume of the cuboid.

घनाभ के आकार के एक कमरे की लंबाई, चौड़ाई और ऊँचाई क्रमशः 10%, 15% और 20% बढ़ा दी जाती है। घनाभ के आयतन में प्रतिशत परिवर्तन ज्ञात कीजिए।

- (a) 52.8% decrease / कमी
- (b) 53.8% increase / वृद्धि
- (c) 50.8% decrease / कमी
- (d) 51.8% increase / वृद्धि

7. The sum of the length, breadth, and depth of a cuboid is 23 cm and its diagonal is  $5\sqrt{7}$  cm. Find its surface area.

एक घनाभ की लम्बाई, चौड़ाई और ऊँचाई का योग 23 सेमी है और इसका विकर्ण  $5\sqrt{7}$  सेमी है। इसका पृष्ठीय क्षेत्रफल क्या होगा?

- (a)  $144 \text{ cm}^2$
- (b)  $177 \text{ cm}^2$
- (c)  $100 \text{ cm}^2$
- (d)  $354 \text{ cm}^2$

8. The sum of the length, breadth, and height of a cuboid is 28 cm. If the total surface area of the cuboid is  $588 \text{ cm}^2$ , then its diagonal :

किसी घनाभ की लम्बाई, चौड़ाई और ऊँचाई का योगफल 28 सेमी है। यदि घनाभ का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल  $588 \text{ cm}^2$  है तो इसका विकर्ण ज्ञात करें।

- (a) 14 cm
- (b) 12 cm
- (c) 16 cm
- (d) 15 cm

9. Find the volume of cuboid whose dimensions are 15m, 22m and 5m.

उस घनाभ का आयतन ज्ञात करें जिसकी विमाये 15 मी, 22 मी. और 5 मी है।

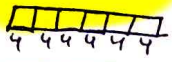
- (a)  $1050 \text{ m}^3$
- (b)  $1480 \text{ m}^3$
- (c)  $1650 \text{ m}^3$
- (d)  $1220 \text{ m}^3$

### ANSWER SHEET

1	2	3	4	5	6	7	8	9
D	C	B	D	D	D	D	A	C



Sol. 1



दिए घनांक की लम्बाई  $\Rightarrow 4 \times 6$   
 $\Rightarrow 24$

$b = 4$

$h = 4$

घनांक का कुल सतह क्षेत्रफल

$\Rightarrow 2(lb + bh + hl)$

$\Rightarrow 2(24 \times 4 + 4 \times 4 + 4 \times 24)$

$\Rightarrow 2(96 + 16 + 96)$

$\Rightarrow 2(208)$

$\Rightarrow 416$

Sol. 2



लम्बाई  $\Rightarrow 6 \times 2$   
 $\Rightarrow 12$

चौड़ाई (b) = 2

ऊँचाई (h) = 2

कुल सतह क्षेत्रफल  $\Rightarrow 2(lb + bh + hl)$

$\Rightarrow 2(12 \times 2 + 2 \times 2 + 2 \times 12)$

$\Rightarrow 104$

Sol. 3

चौड़ी दीवारों तथा तल का क्षेत्रफल

$\Rightarrow 2(l + b) \times h + lb$

$\Rightarrow 2(10 + 20) \times 15 + 10 \times 20$

$\Rightarrow 2 \times 30 \times 15 + 200$

$\Rightarrow 1100$

शवच  $\Rightarrow 1100 \times 10 \times 20$

$\Rightarrow 11220$

Sol. 4

अंश

$\Rightarrow \frac{\text{का टून का आयतन}}{\text{आकृति का आयतन}}$

$\Rightarrow \frac{11 \times 100 \times 0.82 \times 10 \times 0.63 \times 10}{8 \times 4.5 \times 2}$

$\Rightarrow 78925$

Sol. 5

$\uparrow 10\% \Rightarrow \frac{1}{10}$

$10 - 11$

$\uparrow 20\% \Rightarrow \frac{1}{5}$

$5 - 6$

$\downarrow 20\% \Rightarrow \frac{1}{5}$

$5 - 4$

$\frac{250}{264}$

वर्ध  $\Rightarrow 14$

$\Rightarrow \frac{14}{254} \times 100$

वर्ध  $\Rightarrow 5 \frac{3}{5}\%$

Sol. 6

$\uparrow 10\% \Rightarrow \frac{1}{10}$

$\Rightarrow 10 - 11$

$\uparrow 15\% \Rightarrow \frac{3}{20}$

$20 - 23$

$\uparrow 20\% \Rightarrow \frac{1}{5}$

$5 - 6$

$\frac{1000}{1518}$   
 818

$\frac{518}{1000} \times 100$

वर्ध  $\Rightarrow 51.8\%$

Sol. 7

$$l+b+h \Rightarrow 23$$

$$\text{विकर्ष} \Rightarrow \sqrt{l^2+b^2+h^2} = 557$$

$$l^2+b^2+h^2 = 175$$

$$23^2 = 175 + \text{धनाव का प्रक्षेप मं०}$$

$$529 - 175 = \text{धनाव का प्रक्षेप मं०}$$

$$\boxed{\text{धनाव का प्रक्षेप मं०} = 354}$$

Sol. 8

$$l+b+h \Rightarrow 28$$

$$2(lb+bh+hl) = 588$$

$$(28)^2 = l^2+b^2+h^2 + 588$$

$$784 - 588 = l^2+b^2+h^2$$

$$l^2+b^2+h^2 = 196$$

$$\sqrt{l^2+b^2+h^2} = \sqrt{196}$$

$$\boxed{\Rightarrow 14}$$

Sol. 9

$$\text{धनाव का आयतन} = l \times b \times h$$

$$\Rightarrow 15 \times 22 \times 5$$

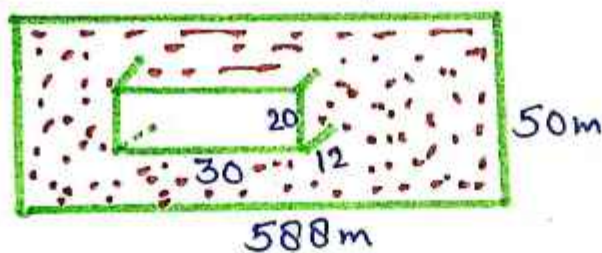
$$\boxed{\Rightarrow 1650}$$



## MENSURATION

Q) A trench 30m long, 20m wide and 12m deep is dug in a rectangular field 588m long and 50m wide. The soil and sand thus excavated is spread uniformly over the remaining part of the field. The increase height of the field due to this would be.

588 मीटर लम्बे और 50 मीटर चौड़े एक आयताकार खेत में एक 30 मीटर लम्बा, 20 मीटर चौड़ा व 12 मीटर गहरा तंका खोदा जाता है। इस प्रकार खोद कर निकाली गई मिट्टी बालू को खेत के शेष भाग में एक समान रूप से फैला दिया जाता है। इससे खेत को बड़ी हुई ऊँचाई होगी।



गंदा खोदने के बाद शेष Area

$$= 588 \times 50 - 30 \times 20$$

$$29400 - 600$$

$$28800 \text{ m}^2$$

$$28800 \times h = 30 \times 20 \times 12$$

$$h = \frac{30 \times 20 \times 12}{28800} = \frac{1}{4} \text{ m}$$

$$\frac{1}{4} \times 100$$

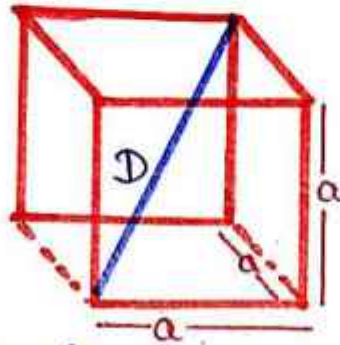
$$25 \text{ cm}$$

TYPE-II



- वह घनाभ जिसकी प्रत्येक भुजा बराबर हो।

$$l = b = h = a$$



\* Volume (आयतन)

$$(V) = (\text{भुजा})^3 = a^3$$

\* Lateral Surface Area (LSA)

(चार दीवारों का Area / वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल)

$$= 4a^2$$

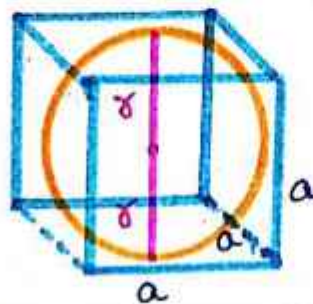
\* Total Surface Area (T.S.A)

(सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल)

$$= 6a^2$$

\* Diagonal (विकर्ण)

$$= D = \sqrt{3}a$$



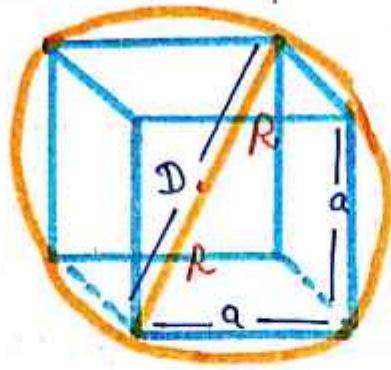
बॉल का व्यास (D)

$$D = a$$

$$2r = a$$

$$r = a/2$$





घन का विकर्ण = बॉल का व्यास

$$\sqrt{3}a = 2R$$

$$R = \frac{\sqrt{3}}{2}a$$

### :- RATIO :-

$$\star (\text{Cube})_1 : (\text{Cube})_2$$

भुजा	a	:	b
क्षेत्रफल	$a^2$	:	$b^2$
आयतन	$a^3$	:	$b^3$

$$\star (\text{Cube})_1 : (\text{Cube})_2$$

आयतन	x	:	y
↓			
भुजा	$\sqrt[3]{x}$	:	$\sqrt[3]{y}$
↓			
क्षेत्रफल	$(\text{भुजा})^2$	:	$(\text{भुजा})^2$

Q) The length of the side of a cube is 8 cm. Find the volume of the cube.

एक घन की भुजा की लंबाई 8 cm है। घन का आयतन ज्ञात करें।

$$V = 8^3 = 512 \text{ cm}^3$$

Q) The surface area of a cube is  $486 \text{ cm}^2$ , find its volume.

एक घन का पृष्ठीय क्षेत्रफल  $486 \text{ cm}^2$  है, उसका आयतन ज्ञात करें।

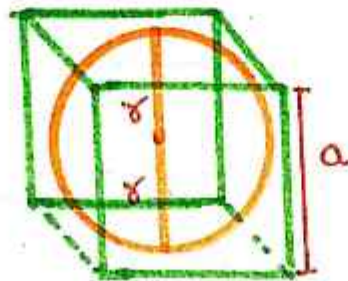
$$6a^2 = 486 \text{ 81}$$

$$a = \sqrt{81} = 9$$

$$\text{आयतन} = a^3 = 9^3 = 729 \text{ cm}^3$$

Q) The largest possible sphere is made from a cube of side 14 cm. What is its volume in  $\text{cm}^3$ ?

14cm भुजा के एक घन से एक सबसे बड़ा संभाव्य गोला निकालकर बनाया जाता है।  $\text{cm}^3$  में इसका आयतन कितना है?



$$2r = a$$

$$r = \frac{a}{2} = \frac{14}{2} = 7$$

$$\text{गोले का आयतन (Sphere)} = \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$\frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times 7$$

$$\frac{11 \times 8 \times 8 \times 49}{3}$$

$$539 \times 8 = \frac{4312}{3}$$

$$1437 \frac{1}{3}$$

Q) If the side of a cube is 3, then which of the following options is equal to the ratio between the surface area and volume of that cube?

यदि किसी घन की भुजा 3 है, तो निम्नलिखित में से कौन सा विकल्प उस घन के पृष्ठीय क्षेत्रफल और आयतन के बीच अनुपात के बराबर है?



$$\begin{aligned} \cancel{6\sqrt{3}} & : \cancel{\sqrt{3}} a \\ \cancel{6} & : \cancel{\sqrt{3}} \\ 2 & : 1 \end{aligned}$$

- Q) If diagonal of a cube is  $\sqrt{12}$  cm, then its volume in  $\text{cm}^3$  is:  
 किसी घन का विकर्ण  $\sqrt{12}$  सेमी. है। घन का आयतन ज्ञात करें।

$$\sqrt{3}a = \sqrt{12}$$

$$\cancel{\sqrt{3}}a = 2\cancel{\sqrt{3}}$$

$$a = 2$$

$$V = a^3 = 2^3 = 8$$

- Q) If the volume of two cubes is in the ratio 27:64, then the ratio of their total surface area is:

यदि दो ठोस घनों के आयतनों में 27:64 का अनुपात है तो उनके सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात है।

$$\begin{array}{ccc} V & 27 & : 64 \\ \downarrow & & \\ \text{भुजा} & \sqrt[3]{27} & : \sqrt[3]{64} \\ & 3 & : 4 \\ \downarrow & & \\ \text{क्षेत्रफल} & (3)^2 & : (4)^2 \\ & 9 & : 16 \end{array}$$

- Q) Three solid iron cubes of edges 4cm, 5cm and 6cm are melted together to make a new cube.  $62\text{cm}^3$  of the melted material are lost due to improper handling. The area ( $\text{in cm}^2$ ) of the whole surface of the newly formed cube is  
 4cm, 5cm तथा 6cm भुजाओं वाले घनों को पिघलाकर। बड़ा घन बनाया गया। पिघली धातु में से  $62\text{cm}^3$  धातु खराब हो गयी। नये घन का सम्पूर्ण पृष्ठ क्षेत्रफल ज्ञात करें।

$$\begin{aligned} & 4^3 + 5^3 + 6^3 \\ & 64 + 125 + 216 \\ & 405 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

$$405 - 62$$

$$\text{बड़े Cube का Volume} = 343 \text{ cm}^3$$

$$A^3 = 343$$

$$A = \sqrt[3]{343} = 7$$

$$6A^2 = 6 \times 7^2$$

$$6 \times 49 = 294$$

✦ जब किसी वस्तु को पिघलाकर दूसरी वस्तु में ढल रहे हैं तब आयतन बराबर होगा।

Q) A cube of metal each edge of which measures 5cm, weighs 0.625 kg. What is the length of each edges of cube of the same metal which weighs 40kg?

5 सेमी. भुजा वाले धातु के घन का वजन 0.625 kg है।  
समान धातु के 40 kg वजन वाले घन की भुजा क्या होगी?

$$1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ L} = 1000 \text{ kg}$$

$$\text{Volume } \frac{0.625 \text{ kg}}{1000} : 40 \text{ kg}$$

$$125 : 8000$$

$$\text{भुजा } \sqrt[3]{125} : \sqrt[3]{8000}$$

$$5 : 20$$

$$1 : 4$$

$$\downarrow \quad \downarrow$$

$$5 \text{ cm}$$

$$4 \times 5 = 20 \text{ cm}$$

Q) If each edge of a cube is increased by 50%, the percentage increase in its surface area is!

यदि घन की प्रत्येक भुजा में 50% वृद्धि की जाये, तो पृष्ठ क्षेत्रफल में % वृद्धि ज्ञात करें?

$$\text{Surface Area} = 6a^2$$

$$a+b + \frac{a \times b}{100}$$

$$50+50 + \frac{50 \times 50}{100}$$

$$\frac{100+25}{125\%}$$

Ratio Method

$$50\% = \frac{1}{2}$$

$$\frac{2}{2} \quad \frac{3}{3}$$

$$\frac{4}{4} \quad \frac{9}{9}$$

$$+5$$

$$\frac{5}{4} \times \frac{25}{100}$$

$$125\%$$

Q) Each edge of a cube is made  $\frac{4}{3}$  times, find.

(i) The percentage increase in its volume.

(ii) The percentage increase in its total surface area.

यदि एक घन के प्रत्येक किनारे को  $\frac{4}{3}$  गुना कर दिया जाये तो जात करें-

(i) घन के आयतन में प्रतिशत वृद्धि।

(ii) घन के संपूर्ण पृष्ठ क्षेत्रफल में प्रतिशत वृद्धि।

(i) Volume =  $a^3$

$$\frac{3}{3} \quad \frac{4}{4}$$

$$\frac{27}{27} \quad \frac{64}{64}$$

$$+37$$

$$\% \text{ वृद्धि} = \frac{37}{27} \times 100$$

$$\frac{3700}{27}\%$$

(ii) T.S.A =  $6a^2$

$$\frac{3}{3} \quad \frac{4}{4}$$

$$\frac{9}{9} \quad \frac{16}{16}$$

$$+7$$



$$\frac{7}{9} \times 100$$

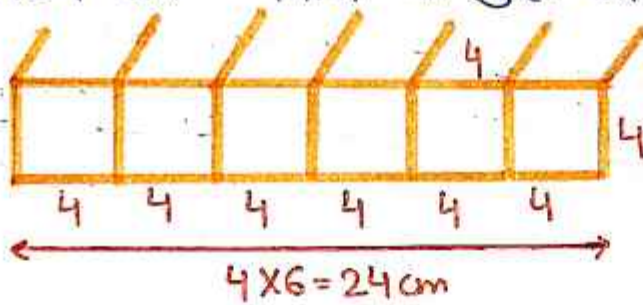
$$\frac{700}{9} \%$$

TYPE - III

घन घनाभ  
(Mix)

Q) A cuboid is made by joining 6 cubes of 4 cm what will be the total surface area of the resulting cuboid.

4 सेमी. भुजा वाले 6 घनों को मिलाकर एक घनाभ बनाया गया। परिणाम स्वरूप बने घनाभ की कुल सतह का क्षेत्रफल क्या होगा?



$$l = 24$$

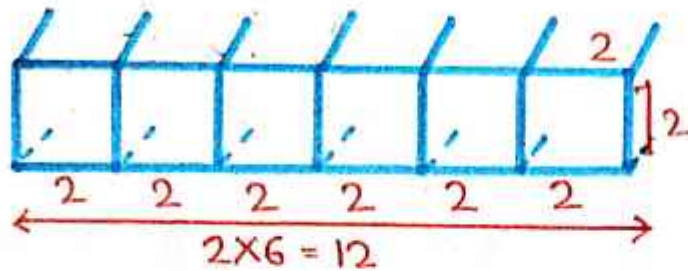
$$b = 4$$

$$h = 4$$

$$\begin{aligned} \text{T.S.A} &= 2(lb + bh + lh) \\ &= 2(96 + 16 + 96) \\ &= 2(208) \\ &= 416 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

Q) Six cubes each of edge 2 cm, are joined end to end. What is the total surface area of the resulting cuboid (in  $\text{cm}^2$ )?

उ: घन जिनेमें से प्रत्येक की कोर 2 सेमी है को अंत से अंत तक मिलाकर रखने पर बनेने वाले घनाभ का कुल क्षेत्रफल (सेमी<sup>2</sup> में) क्या होगा?



$$l = 12$$

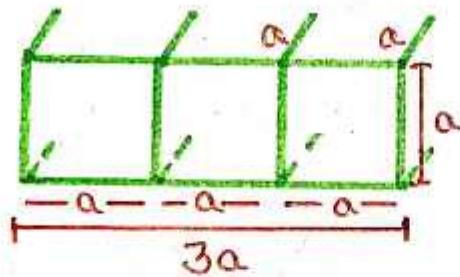
$$b = 2$$

$$h = 2$$

$$\begin{aligned} T.S.A &= 2(lb + bh + lh) \\ &= 2(24 + 4 + 24) \\ &= 104 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

Q Three equal cubes are placed adjacently in a row. Find the ratio of total surface area of the new cuboid to that of the sum of the surface areas of the three cubes:

तीन समान घनों को एक दूसरे से लगे हुए एक लाइन में रखा गया। इस तरह बने घनाभ के सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल का तीनों घनों के पृष्ठीय क्षेत्रफलों के योग अनुपात क्या होगा?



घनाभ

$$l = 3a$$

$$b = a$$

$$h = a$$

$$2(3a^2 + a^2 + 3a^2)$$

$$2(7a^2)$$

$$14a^2$$

$$\cancel{14a^2}$$

$$7$$

घन

$$\text{भुजा} = a$$

$$\downarrow$$

$$6a^2$$

$$3 \times 6a^2$$

$$= 18a^2$$

$$\cancel{18a^2}$$

$$9$$

:



Q) The ratio of the sides of a cuboid is 3:4:5 and its surface area is equal to the surface area of a cube of side 6 units. What is the approximate volume of the cuboid?

एक घनाभ की भुजाओं का अनुपात 3:4:5 है और इसका पृष्ठीय क्षेत्रफल, 6 इकाई भुजा वाले घन के पृष्ठीय क्षेत्रफल के बराबर है। घनाभ का आयतन लगभग कितना है?

<p>घनाभ</p> <p>3 : 4 : 5</p> <p>3R, 4R, 5R</p> <p><math>2(12R^2 + 20R^2 + 15R^2)</math></p> <p><math>94R^2</math></p>	<p>घन</p> <p>भुजा = 6</p> <p>↓</p> <p><math>6 \times 6^2</math></p>
---	---

$$94R^2 = 216$$

$$R^2 = \frac{216}{94} = \frac{108}{47}$$

$R = \sqrt{\frac{108}{47}} \approx \sqrt{2.3} \approx 1.5$

$$V = 3R \times 4R \times 5R$$

$$60R^3$$

$$60 \times R^2 \times R$$

$$60 \times \frac{108}{47} \times \frac{15}{10}$$

$$\frac{108 \times 90}{47}$$

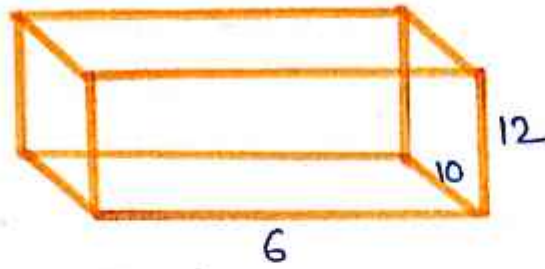
$$\frac{9720}{47} \approx 206$$

Exact ans. 210

Q) The internal length, breadth and height of a cardboard box are 6 cm, 10 cm and 12 cm respectively. How many such boxes will be required to pack cubes of volume  $2160 \text{ cm}^3$ ?

एक गत्ते के डिब्बे की आंतरिक लंबाई, चौड़ाई और ऊंचाई क्रमशः 6 cm, 10 cm और 12 cm है। ऐसे कितने डिब्बों की आवश्यकता होगी जिनमें  $2160 \text{ cm}^3$  आयतन वाले घनों को पैक किया जा सके?





$$\frac{2160}{6 \times 10 \times 12} = \text{No. of box}$$

$$\frac{216}{72} = 3$$

- Q) A cuboid of edges 32 cm, 4 cm and 4 cm is cut to form cubes of edge 4 cm each, what is the sum of total surface areas of all cubes formed?

एक घनाभ की भुजाओं की लम्बाई क्रमशः 32 cm, 4 cm और 4 cm है। इसे 4 सेमी भुजा वाले घनों में काटा जाता है। सभी घनों का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल क्या होगा?



$$\text{No. of cube} = \frac{32 \times 4 \times 4}{4 \times 4 \times 4} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \text{एक Cube का Surface Area} &= 6a^2 \\ 6 \times 4^2 &= 96 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{सभी का Surface area} \\ 8 \times 96 &= 768 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

- Q) The length, breadth and height of a cuboid are 24 cm, 18 cm and 12 cm respectively. It is melted to make small cubes. If the length of the side of the cube is 6 cm, then what will be the number of cubes formed?

एक घनाभ की लंबाई, चौड़ाई और ऊँचाई क्रमशः 24cm, 18cm और 12cm है। छोटे घन बनाने के लिए उसे पिघलाया जाता है। यदि घन की भुजा की लंबाई 6cm है, तो निर्मित घनों की संख्या क्या होगी?

$$\text{No. of cubes} = \frac{24 \times 18 \times 12}{6 \times 6 \times 6}$$

$$= 24$$

1. If the volume of a cube is  $4096 \text{ cm}^3$ , then what is the length of the side of the cube?

यदि एक घन का आयतन  $4096 \text{ cm}^3$  है तो उस घन की भुजा की लंबाई क्या है ?

- (a) 12 cm
- (b) 18 cm
- (c) 16 cm
- (d) 14 cm

2. If the diagonal of a cube is  $\sqrt{27}$  cm. then its volume is:

किसी घन का विकर्ण  $\sqrt{27}$  cm है तो उसका आयतन होगा-

- (a)  $27 \text{ cm}^3$
- (b)  $32 \text{ cm}^3$
- (c)  $30 \text{ cm}^3$
- (d)  $25 \text{ cm}^3$

3. The surface area of a cube is  $13.5 \text{ m}^2$ . What is the length (in m) of its diagonal?

किसी घन का पृष्ठीय क्षेत्रफल  $13.5 \text{ m}^2$  है। इसके विकर्ण की लम्बाई मीटर में होगी-

- (a)  $2\sqrt{3}$
- (b) 1.5
- (c)  $1.5\sqrt{3}$
- (d) 2.5

4. The length of the longest diagonal of a cube is  $7\sqrt{3}$  cm. find the volume (in  $\text{cm}^3$ ). एक घन के सबसे लंबे विकर्ण की लंबाई  $7\sqrt{3}$  सेमी है। इसका आयतन (सेमी) में ज्ञात करें।

- (a)  $343\sqrt{3}$
- (b)  $49\sqrt{3}$
- (c) 334
- (d) 343

5. If each edge of a cube is increased by 30%, by what percent will its surface area increase?

एक घन के प्रत्येक किनारे में 30% की वृद्धि की जाती है। इसके पृष्ठीय क्षेत्रफल में कितने प्रतिशत की वृद्धि होगी?

- (a) 69%
- (b) 30%
- (c) 90%
- (d) 60%

6. A metal cube of edge 18cm is melted to form three smaller cubes, which are unequal in dimensions. if the edges of two smaller cubes are 9cm and 15cm. what is the surface area ( in  $\text{cm}^2$ ) of the third smaller cube.

18 सेमी. किनारे वाला धातु का घन, असमान कोर वाले तीन छोटे-2 घन बनाने के लिए पिघलाया जाता है। यदि दो छोटे घनो की कोरे क्रमशः 9 cm और 15 cm हो तो तीसरे छोटे घन का पृष्ठीय क्षेत्रफल ( $\text{cm}^2$ ) से ज्ञात करें

- (a) 1944
- (b) 864
- (c) 1728
- (d) 486

7. If the total surface area of a cube is 24 square units, then what is the volume of the cube?

यदि एक घन का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल 24 वर्ग इकाई है, तो घन का आयतन कितना होगा?

- (a) 8 cu units
- (b) 16 cu. units
- (c) 10 cu. units
- (d) 4 cu. units



8. The square of the diagonal of a cube is 2175 cm<sup>2</sup>. what is the total surface area ( In cm<sup>2</sup>) of the cube.

किसी घन के विकर्ण का वर्ग 2175 सेमी है।  
घन का कुल पृष्ठीय क्षेत्र (सेमी<sup>2</sup>) ज्ञात करें।

- (a) 4305
- (b) 4272
- (c) 4530
- (d) 4350

9. A solid metallic cube of side 20 cm is melted to form a cuboid of length 40 cm and breadth 40 cm. Find the length of the diagonal of the cuboid?

20 सेमी. भुजा के एक ठोस धात्विक घन को पिघलाकर 40 सेमी. लम्बाई और 40 सेमी चौड़ाई वाला एक घनाभ बनाया जाता है। घनाभ के विकर्ण की लंबाई ज्ञात करो ?

- (a)  $15\sqrt{43}$
- (b)  $129\sqrt{5}$
- (c)  $43\sqrt{15}$
- (d)  $5\sqrt{129}$

ANSWER SHEET

1	2	3	4	5	6	7	8	9
C	A	C	D	A	B	A	D	D

Sol. 1

$$a^3 \Rightarrow 4096$$

$$\boxed{a = 16}$$

Sol. 2

$$a\sqrt{3} = 5\sqrt{3}$$

$$a\sqrt{3} = 3\sqrt{3}$$

$$a = 3$$

$$\text{आपतन} = a^3 \Rightarrow 3^3 \\ \Rightarrow 27$$

Sol. 3

$$\text{धन का प्रक्षीप क्षेत्र} \Rightarrow 6a^2 \Rightarrow 13.5$$

$$a^2 = 2.25$$

$$a^2 = (1.5)^2$$

$$a = 1.5$$

$$\text{विकर्ण} \Rightarrow a\sqrt{3} \\ \boxed{\Rightarrow 1.5\sqrt{3}}$$

Sol. 4

$$\text{विकर्ण} \Rightarrow a\sqrt{3} = 7\sqrt{3}$$

$$a = 7$$

$$\text{आपतन} \Rightarrow (7)^3$$

$$\boxed{\Rightarrow 343}$$

Sol. 5

$$\uparrow 30\% \Rightarrow \frac{3}{10}$$

$$\begin{array}{r} 10 \quad \quad 13 \\ (10)^2 \quad (13)^2 \\ \hline 100 \quad 169 \\ \hline \boxed{69\%} \end{array}$$

Sol. 6

वर्ग धन का आपतन = तीन छोटे धनों का आपतन

$$18^3 = (9)^3 + (15)^3 + x^3$$

$$5832 = 729 + 3375 + x^3$$

$$5832 = 4104 + x^3$$

$$x^3 = 1728$$

$$\boxed{x = 12}$$

$$\text{तीन धन का प्रक्षीप क्षेत्र} \Rightarrow 6a^2$$

$$\Rightarrow 6 \times (12)^2$$

$$\Rightarrow 6 \times 144$$

$$\boxed{\Rightarrow 864 \text{ cm}^2}$$

Sol. 7

$$\text{धन का प्रक्षीप क्षेत्रफल} = 6a^2 = 24$$

$$\Rightarrow a^2 \Rightarrow 4$$

$$a = 2$$

$$\text{आपतन} = (2)^3$$

$$\boxed{\Rightarrow 8}$$

Sol. 8

$$\text{विकर्ण} \Rightarrow a\sqrt{3}$$

$$(a\sqrt{3})^2 = 3a^2$$

$$3a^2 = 2175$$

$$6a^2 = 2 \times 3a^2$$

$$\Rightarrow 2 \times 2175$$

$$\boxed{\Rightarrow 4350}$$

Sol. 9

$$a \times b \times h = a^3$$

$$40 \times 40 \times h = 20^3$$

$$h = \frac{8000}{1600}$$

$$h = 5$$

$$\text{विकर्ण} \Rightarrow \sqrt{(40)^2 + (40)^2 + (5)^2}$$

$$\Rightarrow \sqrt{1600 + 1600 + 25}$$

$$\Rightarrow \sqrt{3225}$$

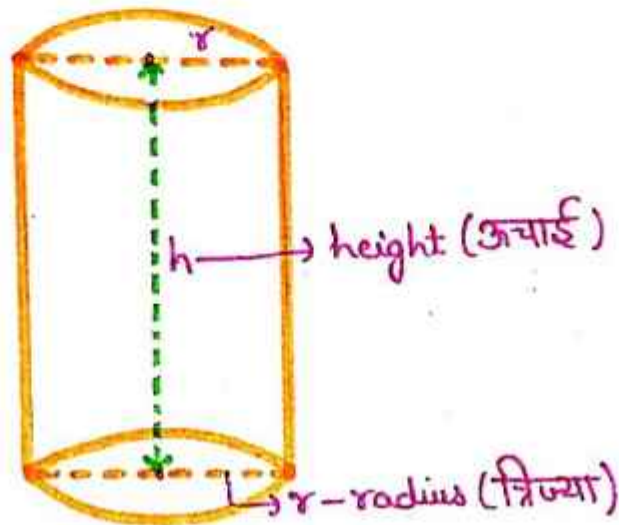
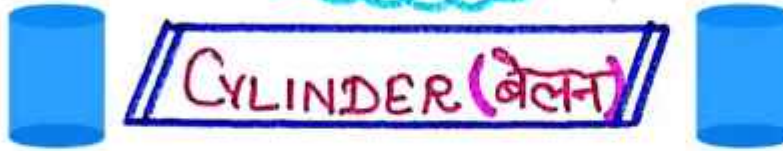
$$\Rightarrow \sqrt{25 \times 129}$$

$$\boxed{= 5\sqrt{129}}$$



# MENSURATION 3D

TYPE-IV



\* आयतन (VOLUME) :-

$$V = \pi r^2 h$$

\* वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल (CURVED SURFACE AREA) (C.S.A) :-

$$= 2\pi rh$$

\* सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल (TOTAL SURFACE AREA) (T.S.A) :-

$$= 2\pi rh + 2\pi r^2$$

$$2\pi r (h + r)$$

RATIO

	$C_1$	:	$C_2$
$r$	$a$	:	$b$
$h$	$c$	:	$d$
<hr/> Volume	<hr/> $a^2 \times c$	:	<hr/> $b^2 \times d$
$\downarrow$			
$\pi r^2 h$			

$$\begin{array}{ccc} & C_1 & C_2 \\ r \rightarrow & r_1 & : & r_2 \\ h \rightarrow & h_1 & : & h_2 \\ \hline V \rightarrow & V_1 & : & V_2 \end{array}$$

$$\frac{r_1^2 \times h_1}{r_2^2 \times h_2} = \frac{V_1}{V_2}$$

$$\boxed{\frac{h_1}{h_2} = \frac{V_1 \times r_2^2}{V_2 \times r_1^2}}$$

Q) Calculate the volume (in  $\text{cm}^3$ ) of a cylinder of height 20 cm. and radius 14 cm.

ऊँचाई 20 सेमी और आधार त्रिज्या 14 मी वाले बेलन के आयतन (सेमी<sup>3</sup> में) की गणना कीजिए।

$$h = 20$$

$$r = 14$$

$$V = \pi r^2 h$$

$$\frac{22}{7} \times 14^2 \times 20$$

$$44 \times 280$$

$$12320$$

Q) The radius of a cylinder is 7 cm and its curved surface area is 396  $\text{cm}^2$ . What will be the volume of the cylinder?

एक बेलन की त्रिज्या 7 cm है, और इसका वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल 396  $\text{cm}^2$  है। बेलन का आयतन क्या होगा?

$$r = 7$$

$$2\pi r h = 396$$

$$2 \times \frac{22}{7} \times 7 \times h = 396$$

$$\boxed{h = 9}$$

$$V = \pi r^2 h$$

$$\frac{22}{7} \times 7^2 \times 9$$

$$154 \times 9$$

$$1386 \text{ cm}^3$$

- Q) If the area of the base of a cylinder is  $346.5 \text{ cm}^2$  and the area of the curved surface is  $990 \text{ cm}^2$ , then its height is  
 यदि एक बेलन के आधार का क्षेत्रफल  $346.5 \text{ सेमी}^2$  है। और  
 वक्र सतह का क्षेत्रफल  $990 \text{ सेमी}^2$  है; तो इसकी ऊंचाई है।

$$\pi r^2 = 346.5$$

$$2\pi rh = 990$$

$$\frac{22}{7} \times r^2 = \frac{3465}{10}$$

$$r^2 = \frac{441}{4}$$

$$r = \sqrt{\frac{441}{4}} = \frac{21}{2}$$

$$2 \times \frac{22}{7} \times \frac{21}{2} \times h = 990$$

$$h = 15 \text{ cm}$$

- Q) The height of a solid cylinder is 4 times its radius. How many times is its curved surface area of its base area?  
 एक ठोस बेलन की ऊंचाई उसकी त्रिज्या की 4 गुनी है। इसका वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल इसके आधार क्षेत्रफल का कितने गुना होगा?

$h$	:	$r$
$4$	:	$1$
CSA	:	Area of base
$2\pi rh$	:	$\pi r^2$
$2h$	:	$r$
$8$	:	$1$

8 गुना

- Q) The radius of two right circular cylinders are in the ratio  $3:2$  and the ratio of their volumes is  $27:16$ . What is the ratio of their heights?



दो लम्ब वृत्तीय बेलनों की त्रिज्याओं का अनुपात 3:2 है, और उनके आयतनों का अनुपात 27:16 है। उनकी ऊँचाइयों का अनुपात ज्ञात कीजिए।

	$C_1$	:	$C_2$
$r$	3	:	2
$h$	$a$	:	$b$
$\sqrt{\quad}$	27	:	16

$$\frac{\cancel{3}^2 \times a}{2^2 \times b} = \frac{\cancel{27}}{16} \times \frac{3}{4}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{3}{4}$$

Q) A cylindrical metal rod of diameter 2 cm and length 45 cm is melted and transformed into a wire of uniform thickness and 5 m length. Find the diameter of the wire.  
 व्यास 2 सेमी और लंबाई 45 सेमी वाली किसी बेलनाकार धातु की छड़ को पिघलाया जाता है, और इससे एकसमान मोटाई और 5 मीटर लंबाई वाले तार के रूप में रूपांतरित किया जाता है। तार का व्यास ज्ञात कीजिए।

Cylinder	(Wire)
$d = 2 \text{ cm}$	$r = ?$
$r = \frac{2}{2} = 1 \text{ cm}$	$h = 5 \text{ m}$
	$= 500 \text{ cm}$
$h = 45 \text{ cm}$	

$$\pi (1)^2 \times 45 = \pi (r)^2 \times 500$$

$$\frac{9 \times 45}{500} = r^2$$

$$\frac{405}{500} = r^2$$

$$\frac{81}{100} = r^2$$

$$r = \sqrt{\frac{81}{100}} = \frac{9}{10} \text{ cm}$$

$$d = \frac{9}{10} \times 2 = \frac{6}{5} \text{ cm}$$

$$\frac{6}{5} \times 10 = 6 \text{ mm}$$

Q) Two cylindrical vessels with radii 15cm & 10cm and heights 35cm & 15cm respectively are filled with water. If this water is poured into a cylindrical vessel 15cm in height, then the radius of the vessel is:

दो बेलनाकार बर्तन जिसकी त्रिज्याएँ क्रमशः 15 सेमी और 10 सेमी और ऊँचाई क्रमशः 35 सेमी और 15 सेमी है, पानी से भरा हुआ है। यदि इस पानी को एक अन्य बेलनाकार बर्तन जिसकी ऊँचाई 15 सेमी है में डाल दिया जाता है तो इस बर्तन की त्रिज्या बताएँ?

$$\text{Vol. } C_1 + \text{Vol. } C_2 = \text{Vol. } C_3$$

$$\pi (15)^2 \times 35 + \pi (10)^2 \times 15 = \pi (r^2) \times 15$$

$$15(15 \times 35 + 100) = r^2 \times 15$$

$$525 + 100$$

$$625 = r^2$$

$$r = \sqrt{625} = 25\text{cm}$$

Q) If the radius of right circular cylinder is decreased by 10% and the height is increased by 20%, then the percentage increase/decrease in its volume is.

यदि किसी लम्ब वृत्तीय बेलन की त्रिज्या 10% कम हो जाती है और ऊँचाई 20% बढ़ जाती है, तो इसके आयतन में प्रतिशत वृद्धि/कमी क्या होगी?

$$V = \pi r^2 h$$

$$r = -\frac{1}{10}, h = +\frac{1}{5}$$

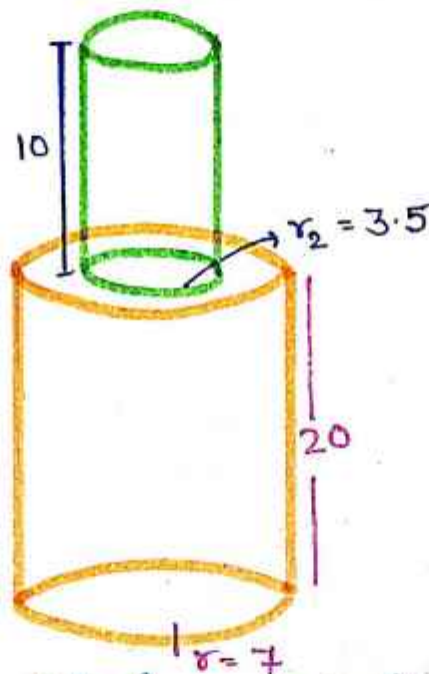
$$V \quad \begin{array}{r} 10 \\ 10 \\ 5 \\ \hline 500 \end{array} : \begin{array}{r} 9 \\ 9 \\ 6 \\ \hline 486 \end{array}$$

-14

$$\% \text{ कमी} = \frac{14}{500} \times 100$$

$$2.8\% \text{ कमी}$$

3) A solid rod is a cylinder of height 20cm and radius 7cm. Above this is placed another solid cylinder of height 10cm and radius 3.5 cm. If the weight of cubic meter rod is 10000 kg, then what is the mass of the rod? (Use  $\pi = \frac{22}{7}$ )  
 एक ठोस छड़ 20 सेमी ऊँचाई और 7 सेमी त्रिज्या का एक बेलन है। इसके ऊपर 10 सेमी ऊँचाई और 3.5 सेमी त्रिज्या का दूसरा ठोस बेलन रखा है। यदि 1 घन मीटर छड़ का भार 10000 किग्रा है, तो छड़ का द्रव्यमान क्या है? ( $\pi = \frac{22}{7}$  का प्रयोग करें।)



$$\text{Volume} = \pi \left(\frac{7}{2}\right)^2 \times 10 + \pi (7)^2 \times 20$$

$$\pi \times 7^2 \left(\frac{1}{4} \times 10^5 + 20\right)$$

$$\frac{22}{7} \times 49 (2.5 + 20)$$

$$22 \times 7 \times 22.5$$

$$22 \times 157.5$$

$$3465.0 = 3465 \text{ cm}^3$$

$$3465 \times \left(\frac{1}{100} \text{ m}\right)^3$$

$$3465 \times \frac{1}{1000000} \text{ m}^3$$

$$1 \text{ m}^3 = 10000 \text{ kg}$$



$$\frac{10000 \times 3465 \times 1}{1000000}$$

$$34.65$$

Q) What will be the total cost (in) of polishing the curved surface of a wooden cylinder at rate of ₹ 50 per  $m^2$ , if its diameter is 70cm and height is 6m?

एक लकड़ी के बेलन के वक्र पृष्ठ को ₹ 50 प्रति मीटर<sup>2</sup> की दर से पॉलिश करने की कुल लागत (₹ में) क्या होगी, यदि इसका व्यास 70 सेमी और ऊँचाई 6 मी. है,

$$D = 70 \text{ cm}$$

$$r = \frac{70}{2} = 35 \text{ cm}$$

$$h = 6 \text{ m} = 600 \text{ cm}$$

$$C.S.A = 2\pi rh$$

$$2 \times \frac{22}{7} \times 35 \times 600$$

$$22 \times 10 \times 600$$

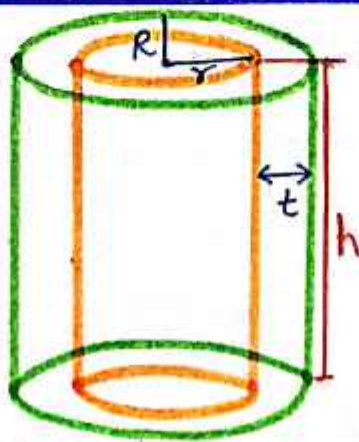
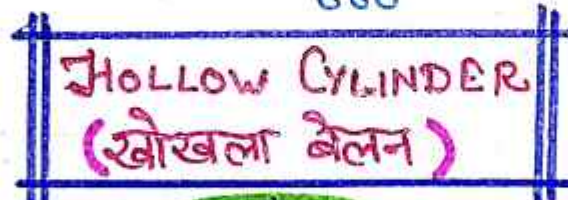
$$132000 \text{ cm}^2$$

$$132000 \times \left(\frac{1}{100}\right)^2 \text{ m}^2$$

$$132000 \times \frac{1}{10000} = 13.2 \text{ m}^2$$

$$13.2 \text{ m}^2 = \frac{50 \times 13.2}{100}$$

$$660$$



$$\text{thickness (t)} = (R - r)$$

मोटाई

$$1 \text{ m}^2 = 50 \text{ ₹}$$

\* VOLUME (आयतन) :-

$$\pi R^2 h - \pi r^2 h$$

$$V = \pi(R^2 - r^2) \times h$$

\* CURVED SURFACE AREA (C.S.A) (वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल) :-

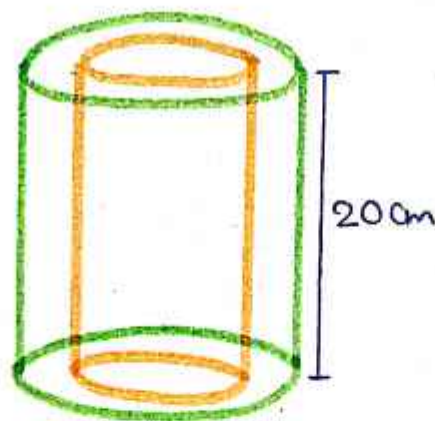
$$2\pi R h + 2\pi r h$$

$$2\pi(R+r) \times h$$

\* TOTAL SURFACE AREA (सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल) (T.S.A) :-

$$2\pi(R+r) \times h + 2\pi(R^2 - r^2)$$

- Q) A hollow cylindrical tube 20 cm long is made of iron and its external and internal diameters are 8 cm and 6 cm respectively. The volume of iron used in making the tube is ( $\pi = 22/7$ )  
 एक खोखली बेलनाकार नली जो 20 सेमी. लम्बी है और लोहे की बनी है तथा इसके बाहरी और आन्तरिक व्यास क्रमशः 8 सेमी. तथा 6 सेमी. हैं इस नली को बनाने में उपयोग हुये लोहे का आयतन है।



$$R = \frac{8}{2} = 4 \text{ cm}$$

$$r = \frac{6}{2} = 3 \text{ cm}$$

$$V = \pi(R^2 - r^2) \times h$$

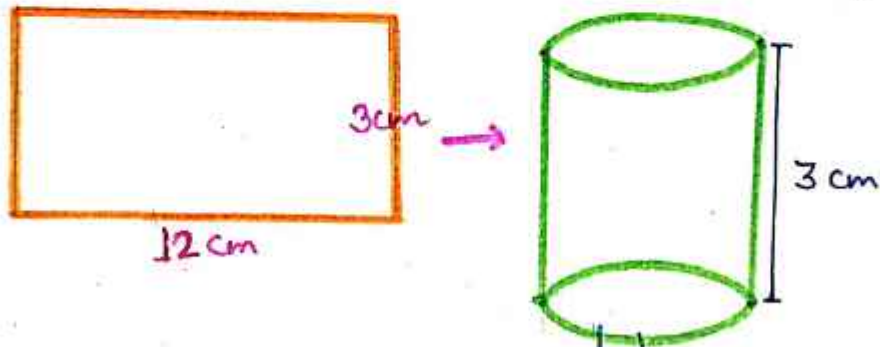
$$\frac{22}{7} \times (16 - 9) \times 20$$

$$22 \times 20$$

$$440 \text{ cm}^3$$

- Q) A right circular cylinder is formed by rolling a rectangular paper 12 cm long and 3 cm wide along its length. The radius of the base of the cylinder will be.

एक 12 सेमी. लम्बी तथा 3 सेमी. चौड़ी आयताकार चादर को उसकी लम्बाई के परितः मोड़ा गया। बेलन के आधार की त्रिज्या ज्ञात करें।



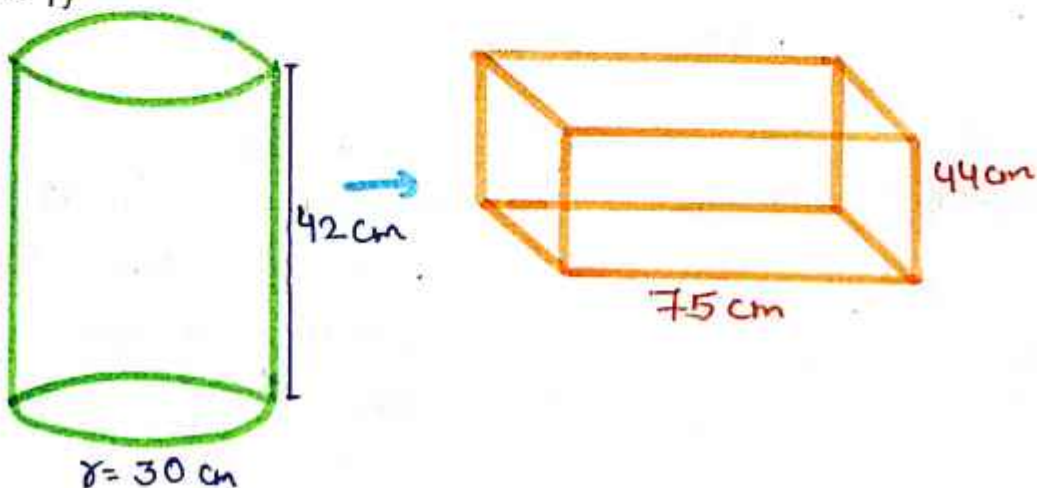
आधार की परिधि (Circumference)

$$2\pi r = 12 \text{ cm}$$

$$r = \frac{12}{2\pi} = \frac{6}{\pi}$$

- Q) A cylindrical vessel of radius 30 cm and height 42 cm is full of water. Its contents are emptied into a rectangular tub of length 75 cm and breadth 44 cm. The height (in cm) which the water rises in the tub is:

30 सेमी त्रिज्या और 42 सेमी ऊँचाई वाला एक बेलनाकार बर्तन पानी से भरा है। इसके कन्टेन्ट को 75 सेमी लंबाई और 44 सेमी चौड़ाई वाले एक आयताकार टब में खाली किया जाता है। टब में पानी कितनी ऊँचाई तक (सेमी में) ऊपर उठता है? ( $\pi = 22/7$  प्रयोग करें।)





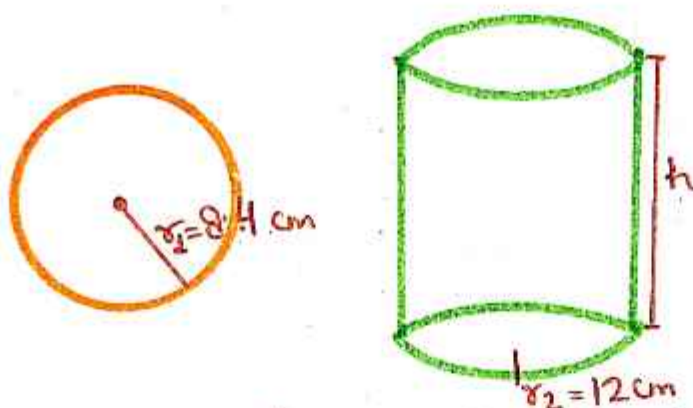
$$\pi (30)^2 \times 42 = 75 \times 44 \times h$$

$$\frac{22}{7} \times 900 \times 42 = 75 \times 44 \times h$$

$$36 = h$$

Q) A solid metallic sphere of radius 8.4 cm is melted and recast into a right circular cylinder of radius 12 cm. What is the height of the cylinder? (Your answer should be correct to one decimal place.) (Use  $\pi = 22/7$ )

8.4 सेमी त्रिज्या वाले एक ठोस धातु के गोले को पिघलाकर 12 सेमी त्रिज्या वाले एक लंब वृत्तीय बेलन में ढाला गया है। बेलन की ऊँचाई क्या है? (आपका उत्तर एक दशमलव स्थान तक सही होना चाहिए।) ( $\pi = 22/7$  का प्रयोग करें।)



$$\frac{4}{3} \pi (8.4)^3 = \pi (12)^2 \times h$$

$$\frac{4}{3} \times \frac{84}{10} \times \frac{84}{10} \times \frac{28}{10} = 12 \times 12 \times h$$

$$7 \times 196$$

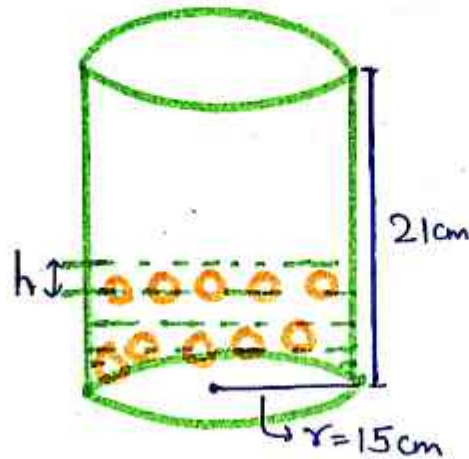
$$4 \times 1372$$

$$\frac{5488}{1000} = 5.488$$

$$\approx 5.5 \text{ cm}$$

Q) A cylindrical vessel of base radius 15 m and height 21 m is filled with water up to a certain height. 10 spherical balls of radius 1.5 m are dropped into the vessel. By how much will the level of water rise in the vessel?

एक बेलनाकार बर्तन जिसके आधार की त्रिज्या 15 मीटर और ऊँचाई 21 मीटर है, एक निश्चित ऊँचाई तक पानी से भरा हुआ है। 1.5 मीटर त्रिज्या की 10 गोलकार गेंदे इस बर्तन में डाली जाती हैं। बर्तन में पानी का स्तर कितना बढ़ जाएगा?  $\frac{3}{2}$



$$\pi (15)^2 \times h = \frac{4}{3} \pi \left(\frac{3}{2}\right)^3 \times 10$$

$$225 \times h = \frac{4}{3} \times \frac{27}{8} \times 10 \times 5$$

$$h = \frac{451}{225} \text{ m} = \frac{1}{5} \text{ m}$$

$$\frac{1}{5} \times 100 = 20 \text{ cm}$$

1. Find the volume of a right circular cylinder whose curved surface area is  $1012 \text{ cm}^2$  and circumference of its base is  $22 \text{ cm}$ . (Use  $\pi = 22/7$ )

उस लंबवृत्तीय बेलन का आयतन ज्ञात कीजिए, जिसका वक्रपृष्ठीय क्षेत्रफल  $1012 \text{ cm}^2$  और उसके आधार की परिधि  $22 \text{ cm}$  है। ( $\pi = 22/7$  का उपयोग करें)

- (a)  $1487 \text{ cm}^3$
- (b)  $1771 \text{ cm}^3$
- (c)  $1672 \text{ cm}^3$
- (d)  $1325 \text{ cm}^3$

2. If the radius of the base of cylinder is increased by  $20\%$  and its height is decreased by  $33\frac{1}{3}\%$ , then what will be the change in percentage in its volume ?

यदि एक बेलन के आधार की त्रिज्या में  $20\%$  की वृद्धि और उसकी ऊँचाई में  $33\frac{1}{3}\%$  की कमी की जाती है, तो उसके आयतन में प्रतिशत में परिवर्तन क्या होगा ?

(SSC GD, 22 Nov 2021, Shift-I)

- (a) Decrease by  $0.4\%$
- (b) Increase by  $2\%$
- (c) Decrease by  $4\%$
- (d) Decrease by  $2\%$

3. The sum of the radius of the base and height of a solid cylinder is  $17 \text{ cm}$ . If the total surface area of the solid cylinder is  $748 \text{ cm}^2$ , then the height of the cylinder is:

एक ठोस बेलन के आधार की त्रिज्या और ऊँचाई का योग  $17$  सेमी है। यदि ठोस बेलन

का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल  $748 \text{ cm}^2$  है, तो बेलन की ऊँचाई है-

- (a)  $12 \text{ cm}$
- (b)  $15 \text{ cm}$
- (c)  $17 \text{ cm}$
- (d)  $10 \text{ cm}$

4. If the total surface area of a solid right circular cylinder is  $1100 \text{ cm}^2$  and its radius is  $7 \text{ cm}$ . Then find its curved surface area. (Use  $\pi = 22/7$ )

यदि एक ठोस लम्ब वृत्तीय बेलन का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल  $1100 \text{ cm}^2$  है और इसकी त्रिज्या  $7 \text{ cm}$  है, तो इसका वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। ( $\pi = 22/7$  का प्रयोग करें)

- (a)  $792 \text{ cm}^2$
- (b)  $840 \text{ cm}^2$
- (c)  $562 \text{ cm}^2$
- (d)  $930 \text{ cm}^2$

5. What is the total surface area of a cylinder with base radius  $2.8 \text{ cm}$  and height  $6 \text{ cm}$  ?

$2.8 \text{ cm}$  आधार की त्रिज्या और  $6 \text{ cm}$  ऊँचाई वाले बेलन का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल कितना है?

- (a)  $136.82 \text{ cm}^2$  (b)  $128.54 \text{ cm}^2$
- (c)  $172.96 \text{ cm}^2$  (d)  $154.88 \text{ cm}^2$

6. What will be the curved surface area of a cylinder with base radius  $63 \text{ cm}$  and height  $20 \text{ cm}$ ?

आधार की त्रिज्या  $63 \text{ cm}$  और ऊँचाई  $20 \text{ cm}$  वाले बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल कितना होगा?

- (a)  $8620 \text{ cm}^2$  (b)  $7640 \text{ cm}^2$
- (c)  $8340 \text{ cm}^2$  (d)  $7920 \text{ cm}^2$



7. Height of a right circular cylinder is 12 cm. If the radius is its base 21 cm, then what will be the curved surface area of the cylinder?

एक लंब वृत्तीय बेलन की ऊँचाई 12 सेमी है। यदि इसके आधार की त्रिज्या 21 सेमी है, तो बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल कितना होगा?

- (a)  $1544 \text{ cm}^2$
- (b)  $1584 \text{ cm}^2$
- (c)  $1456 \text{ cm}^2$
- (d)  $1632 \text{ cm}^2$

8. The capacity of a cylindrical tank is  $5632 \text{ m}^3$ . If the diameter of its base is 16 m, find its depth.

एक बेलनाकार टैंक की क्षमता  $5632 \text{ m}^3$  है। यदि इसके आधार का व्यास 16 m है, तो इसकी गहराई ज्ञात करें।

- (a) 28 m
- (b) 30 m
- (c) 32 m
- (d) 34 m

9. What will be the total surface area of a cylinder with base radius 4.2 cm and height 8 cm?

4.2 cm आधार त्रिज्या और 8 cm ऊँचाई वाले बेलन का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल कितना होगा?

- (a)  $346.04 \text{ cm}^2$
- (b)  $322.08 \text{ cm}^2$
- (c)  $246.58 \text{ cm}^2$
- (d)  $284.92 \text{ cm}^2$

**ANSWER SHEET**

1	2	3	4	5	6	7	8	9
B	C	D	A	D	D	B	A	B

Sol. 1

$$\frac{2\pi rh}{2\pi r} = \frac{1012}{22}$$

$$h \Rightarrow 46$$

$$2\pi r = 22$$

$$2 \times \frac{22}{7} \times r = 22$$

$$r = \frac{7}{2}$$

वैलन का मायन  $\Rightarrow \pi r^2 h$

$$\Rightarrow \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2} \times 46$$

$$\Rightarrow 1771$$

Sol. 2

$$20\% \Rightarrow \frac{1}{5} \quad \begin{array}{cc} 5 & \text{---} & 6 \\ (5)^2 & & (6)^2 \end{array}$$

$$33\frac{1}{3}\% \Rightarrow \frac{-1}{3} \quad \begin{array}{cc} 3 & \text{---} & 2 \\ 3 & & 2 \end{array}$$

$$25 \times 3 : 36 \times 2$$

$$75 : 72$$

$$25 : 24$$

$$\Rightarrow \frac{1}{25} \times 100$$

$$\Rightarrow 4\%$$

Sol. 3

$$r+h = 17$$

वैलन का अंश  $\Rightarrow 2\pi r(r+h)$

$$\Rightarrow 2 \times \frac{22}{7} \times r \times 17 = 748$$

$$\Rightarrow r = \frac{748 \times 7}{2 \times 22 \times 17}$$

$$r = 7$$

$$r+h \Rightarrow 17$$

$$h \Rightarrow 17-7$$

$$h \Rightarrow 10$$

Sol. 4

$$T.S.A \Rightarrow 1100, r \Rightarrow 7$$

$$2\pi r(r+h) \Rightarrow 1100$$

$$2\pi r^2 \neq 2\pi rh \Rightarrow 1100$$

$$2\pi rh \Rightarrow 1100 - 2\pi r^2$$

$$\Rightarrow 2\pi rh \Rightarrow 1100 - 2 \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7$$

$$\Rightarrow 2\pi rh \Rightarrow 1100 - 308$$

$$\Rightarrow 792 \text{ cm}^2$$

Sol. 5

$$TSA = 2\pi r(h+r)$$

$$\Rightarrow 2 \times \frac{22}{7} \times 2.8 (2.8+6)$$

$$\Rightarrow 2 \times \frac{22}{7} \times 2.8 \times 8.8$$

$$\Rightarrow 154.88 \text{ cm}^2$$

Sol. 6

$$CSA \Rightarrow 2\pi rh$$

$$\Rightarrow 2 \times \frac{22}{7} \times 63 \times 20$$

$$\Rightarrow 7920 \text{ cm}^2$$

Sol. 7

$$\text{वेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल} = 2\pi rh$$

$$\Rightarrow 2 \times \frac{22}{7} \times 21 \times 12$$

$$\Rightarrow 1584 \text{ cm}^2$$

Sol. 8

$$\text{आकृत} \Rightarrow 5632$$

$$\pi r^2 h = 5632$$

$$\frac{22}{7} \times 8 \times 8 \times h = 5632$$

$$h = \frac{5632 \times 7}{22 \times 8 \times 8}$$

$$h = 28$$

Sol. 9

$$\text{वेलन का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल}$$

$$\Rightarrow 2\pi r(h+r)$$

$$\Rightarrow 2 \times \frac{22}{7} \times 4.2 \times (4.2 + 8)$$

$$\Rightarrow 322.08 \text{ cm}^2$$



## MENSURATION 3D

Q) Some lead spheres of diameter 6 cm are dropped into a cylindrical beaker containing some water so that they are completely immersed. If the diameter of the beaker is 9 cm and the water level has risen by 32 cm, find the number of lead spheres dropped in the beaker.

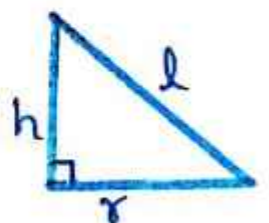
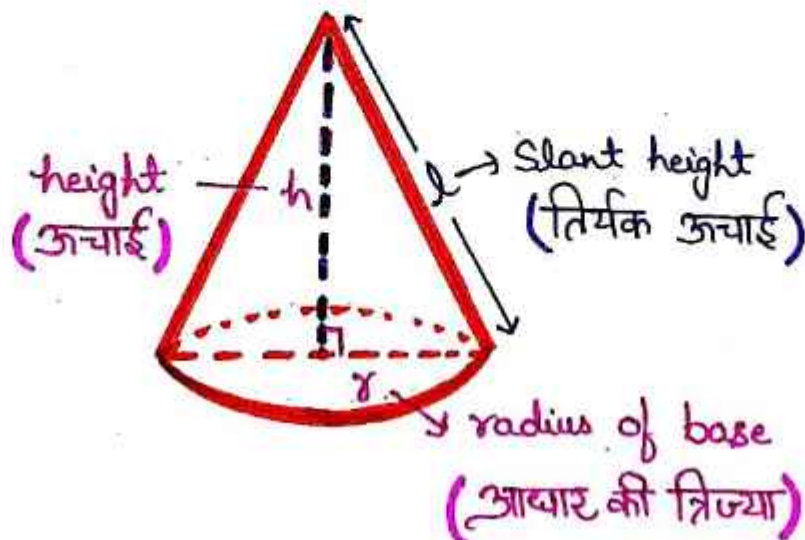
सीसे के 6 सेमी व्यास के कुछ गोले एक बेलनाकार बीकर में गिराए जाते हैं जिसमें कुछ पानी होता है ताकि वे पूर्णतः डूब जाएँ। यदि बीकर का व्यास 9 सेमी है और जल स्तर 32 सेमी बढ़ गया है, तो बीकर में गिराए गए सीसे के गोलों की संख्या ज्ञात कीजिए।

$$\frac{4}{3} \pi \left(\frac{9}{2}\right)^2 \times 32 = \frac{4}{3} \pi \left(\frac{6}{2}\right)^3 \times n$$

$$3 \frac{81}{4} \times 32 = \frac{4}{3} \times 27 \times n$$

$$18 = n$$

TYPE-V



$$l^2 = h^2 + r^2$$

$$l = \sqrt{h^2 + r^2}$$

\* VOLUME (आयतन) :-

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

\* CURVED SURFACE AREA (C.S.A) (वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल) :-

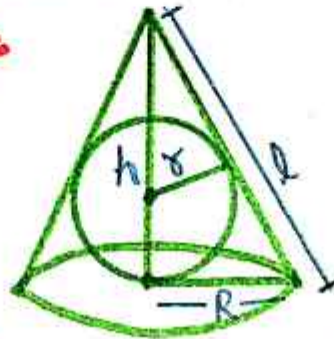
$$= \pi r l$$

\* TOTAL SURFACE AREA (T.S.A) (कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल) :-

$$\pi r l + \pi r^2$$

$$= \pi r (l + r)$$

#

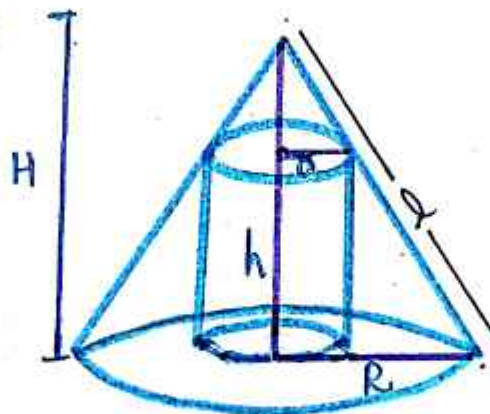


• शंकु में रखी जा सकने वाली सबसे बड़ी गेंद।

(Maximum size of ball that can be placed in a cone)

$$r = \frac{Rh}{R+l}$$

#

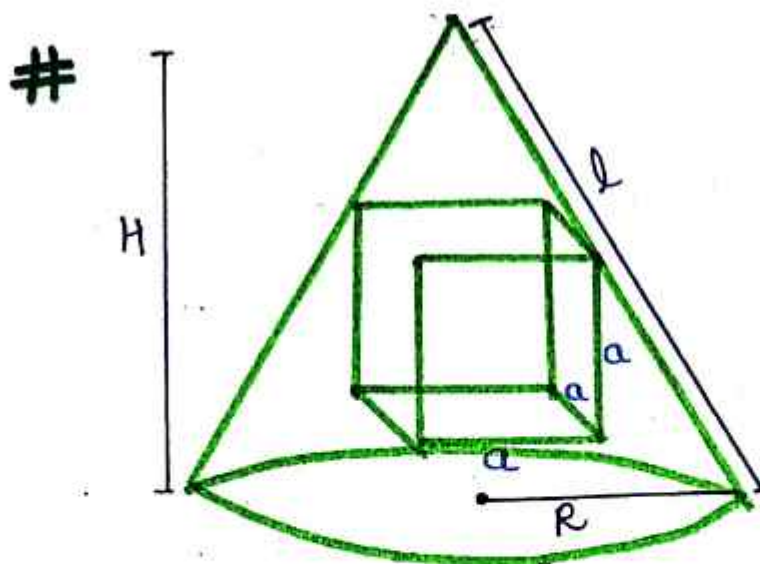


• शंकु में रखा जा सकने वाला सबसे बड़ा बेलन।

(Maximum size of cylinder that can be placed in a cone)

$$\frac{h}{H} = \frac{1-r}{R} \Rightarrow h = \frac{(1-r)}{R} \times H$$





\* शंकु में रखा जा सकने वाला सबसे बड़ा घन।

(Maximum size of cube that can be placed in a cone)

$$a = \frac{\sqrt{2}rH}{\sqrt{2}r+H}$$

Q) The height of a cone is 15 cm and the radius of its base is 14 cm. What is the volume of the cone?

एक शंकु की ऊँचाई 15 सेमी है और इसके आधार की त्रिज्या 14 सेमी है। शंकु का आयतन कितना है?

$$h = 15$$

$$r = 14$$

$$V = \frac{1}{3} \pi (r)^2 h$$

$$\frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 14^2 \times 15$$

$$308 \times 10$$

$$3080 \text{ cm}^3$$

Q) What is the total surface area of a cone of base radius 6 cm and height 8 cm?

6 सेमी आधार त्रिज्या और 8 सेमी ऊँचाई वाले शंकु का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल क्या होगा?



$$r = 6$$

$$h = 8$$

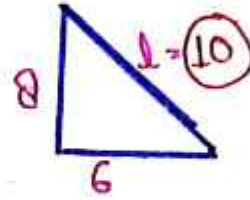
$$T.S.A = \pi r (l + r)$$

$$\frac{22}{7} \times 6 (10 + 6)$$

$$\frac{22}{7} \times 6 \times 16$$

$$\frac{22 \times 96}{7} = \frac{2112}{7}$$

$$301.71 \text{ cm}^2$$



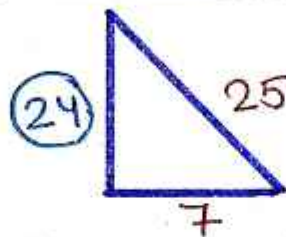
Q) The lateral surface area of a cone is  $550 \text{ cm}^2$ . If the diameter of the cone is  $14 \text{ cm}$ , what will be its height?

एक शंकु का पार्व पृष्ठीय क्षेत्रफल  $550 \text{ cm}^2$  है। यदि शंकु का व्यास  $14 \text{ cm}$  है, तो इसकी ऊँचाई क्या होगी ?

$$\pi r l = 550$$

$$\frac{22}{7} \times \left(\frac{14}{2}\right) \times l = 550$$

$$l = \frac{550 \times 2}{22} = 25$$



$$h = 24 \text{ cm.}$$

Q) The curved surface area of a cone is  $2200 \text{ cm}^2$  and its radius is  $28 \text{ cm}$ . What is the slant height (in cm) of the cone? (Use  $\pi = 22/7$ )

एक शंकु का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल  $2200 \text{ cm}^2$  है और इसकी त्रिज्या  $28 \text{ cm}$  है। इस शंकु की तिर्यक ऊँचाई (cm में) क्या है ?  
( $\pi = 22/7$  का प्रयोग करें)।

$$\pi r l = 2200$$

$$\frac{22}{7} \times \frac{4}{1} \times l = \frac{2200}{1}$$

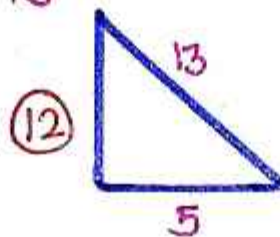
$$l = 25$$

- Q) The radius of the base of a right circular cone is 5 cm. Its slant height is 13 cm. What is its volume (in cm, rounded off to 1 decimal place)

एक लंब वृत्तीय शंकु के आधार की त्रिज्या 5 सेमी है। इसकी तिरछी ऊँचाई 13 सेमी है। इसका आयतन क्या है (सेमी<sup>3</sup> में, दशमलव के 1 स्थान तक पूर्णांकित)? ( $\pi = \frac{22}{7}$  का प्रयोग करें।)

$$r = 5$$

$$l = 13$$



$$V = \frac{1}{3} \pi (r)^2 \times h$$

$$\frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 25 \times 12$$

$$\frac{2200}{1}$$

$$314.3$$

- Q) The curved surface area of one cone is twice that of the other while the slant height of the latter is twice that of the former. The ratio of their radii is:

एक शंकु का वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल दूसरे शंकु के वक्रपृष्ठ के क्षेत्रफल का दोगुना है जबकि दूसरे वाले शंकु की त्रिज्या पहले वाले शंकु के त्रिज्या का दोगुना है। इनके त्रिज्याओं का अनुपात बताएं?

	Cone <sub>1</sub>		Cone <sub>2</sub>
l	1	:	2
r	r <sub>1</sub>	:	r <sub>2</sub>
C.S.A	2	:	1

$$\frac{\pi(r_1) \times 1}{\pi(r_2) \times 2} = \frac{2}{1}$$

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{4}{1}$$

- Q) The radius and height of a right circular cone are increased by 25%. Find the percentage increase in the volume of the cone. (rounded to 2 decimal places).

एक लंब वृत्तीय शंकु की त्रिज्या और ऊँचाई में 25% की वृद्धि की जाती है। शंकु के आयतन में प्रतिशतता में वृद्धि ज्ञात कीजिए। (दशमलव के 2 स्थानों तक सन्निकटित)

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

$$25\% = \frac{1}{4}$$

	4	5
	4	5
	4	5
Vol.	$\frac{64}{16}$	$\frac{125}{16}$
	+61	

$$\% \text{ वृद्धि} = \frac{61}{64} \times \frac{25}{100}$$

$$95.31\%$$

- Q) The heights of two cones are in the ratio 7:5 and the ratio of their diameters is 10:21. Find the ratio of their volumes.  
 दो शंकुओं की ऊँचाई 7:5 के अनुपात में है और उनके व्यास का अनुपात 10:21 है। उनके आयतनों का अनुपात ज्ञात करें। ( $\pi = \frac{22}{7}$  का प्रयोग करें।)



$h$	$7$	$:$	$5$
$D/r$	$10$	$:$	$21$
$V$	$10^2 \times 7$	$:$	$21^2 \times 5$
$\frac{1}{3}\pi r^2 h$	$700$	$:$	$441 \times 5$
$\times$	$100$		$63$
	$20$		
	$20$	$:$	$63$

Q) The radius of the base of a conical tent is 20 feet and the slant height of the cone is 35 feet. Find the area (in square feet) of canvas required to make this tent. Ignore canvas wastage.

एक शंकाकार तंबू के आधार की त्रिज्या 20 फुट है और शंकु की तिर्यक ऊँचाई 35 फुट है। इस तंबू को बनाने के लिए जितने कैनवास की जरूरत है उसका क्षेत्रफल (वर्ग फुट में) ज्ञात कीजिए। कैनवास के अपव्यय पर ध्यान न दें। ( $\pi = \frac{22}{7}$  का प्रयोग करें।)

$$r = 20$$

$$l = 35$$

$$\begin{aligned} & \pi r l \\ & \frac{22}{7} \times 20 \times 35 \\ & 22 \times 100 \\ & 2200 \end{aligned}$$

Q) A cone-shaped tent made from canvas. The radius of the tent is 7 units and a total of 308 units<sup>square</sup> of canvas has been used in making it. What is the volume of the tent in cubic? (Use  $\pi = 22/7$ )

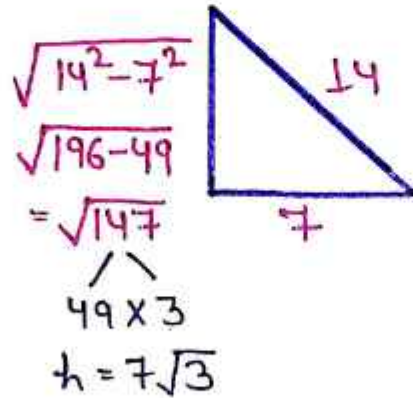
एक शंकु के आकार का तंबू कैनवास से बनाया गया है। तंबू की त्रिज्या 7 इकाई है और इसे बनाने में कुल 308 इकाई<sup>वर्ग</sup> कैनवास का उपयोग किया गया है। प्चन इकाई में तंबू का आयतन क्या है? ( $\pi = 22/7$  का प्रयोग करें।)

$$r = 7$$

$$\pi r l = 308$$

$$\frac{22}{7} \times 7 \times l = 308$$

$$l = 14$$



$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

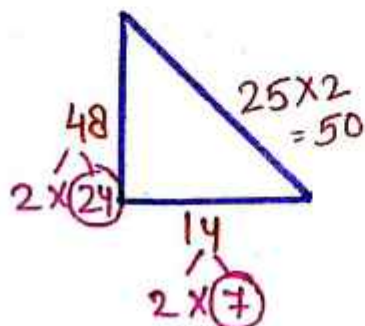
$$\frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times 7\sqrt{3}$$

$$\frac{154 \times 7\sqrt{3}}{3} = \frac{1078\sqrt{3}}{3}$$

$$\frac{1078}{\sqrt{3}}$$

- Q) A conical tent of canvas is to be made whose radius of the base is 14m and its height is 48m. How many metres of canvas will be required, if the width of the canvas is 8m?
- कैनवास का एक शंकाकार तम्बू बनाया जाना है जिसके आधार की त्रिज्या 14 मीटर है और इसकी ऊँचाई 48 मीटर है। यदि कैनवास की चौड़ाई 8 मीटर है, तो कितने मीटर कैनवास की आवश्यकता होगी?

Cone का C.S.A = Area of Rectangular Sheet



$$\pi(14) \times 50 = 1 \times 8$$

$$\frac{1120}{7} \times 25 = 1 \times 8 \times 42$$

$$1 = 11 \times 25$$

$$275$$

Q) A conical tent has to accommodate 25 persons. Each person must have  $4\text{m}^2$  of space on the ground and  $80\text{m}^3$  of air to breathe. Find the height of the tent.

एक शंकाकार टेंट में 25 व्यक्तियों को बैठाना है। प्रत्येक व्यक्ति को  $4\text{मी}^2$  जगह और सांस लेने के लिए  $80\text{m}^3$  हवा चाहिये। टेंट की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।



$$\text{आधार का क्षेत्रफल} = \frac{25 \times 4}{1} = 100\text{m}^2$$

$$\pi r^2 = 100$$

$$\text{आयतन} = \frac{25 \times 80}{3} = 2000\text{m}^3$$

$$\frac{1}{3} \pi r^2 \times h = 2000$$

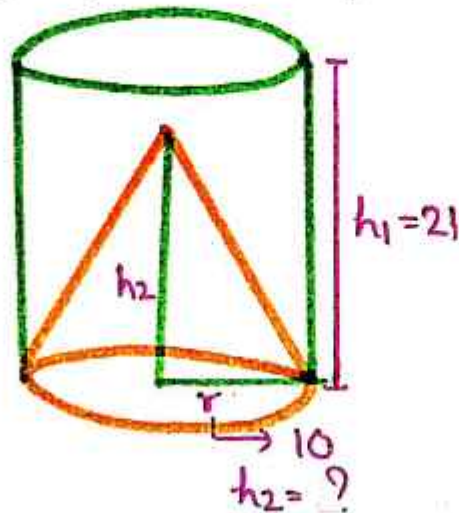
$$\frac{1}{3} \times 100 \times h = 2000$$

$$h = 60\text{m}$$

Q) From a right circular cylinder of radius  $10\text{cm}$  and height  $21\text{cm}$  a right circular cone of same base radius is removed. If the volume of the remaining portion is  $4400\text{cm}^3$ , then the height of the removed cone is:



किसी 10 सेमी. त्रिज्या तथा 21 सेमी ऊँचाई वाले बेलन से उसी त्रिज्या का एक शंकु काटा जाता है। यदि बचे भाग का आयतन 4400 सेमी<sup>3</sup> हो, तब शंकु की ऊँचाई ज्ञात करें।



$$\text{Vol. of Cone} = \text{Vol. of cylinder} - 4400$$

$$\pi(10)^2 \times 21 - 4400$$

$$\frac{22}{7} \times 100 \times 21^3$$

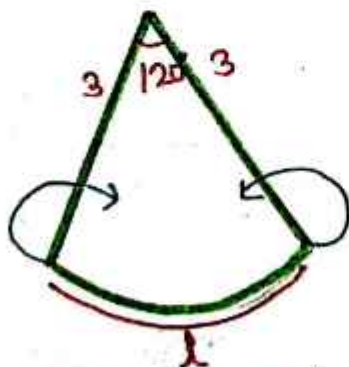
$$6600 - 4400$$

$$\frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 100 \times h = 2200$$

$$h = 21 \text{ cm}$$

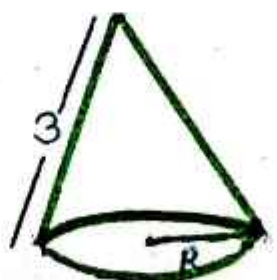
Q) A sector of circle of radius 3 cm has an angle of  $120^\circ$ . If it is modulated into a cone. Find the volume of the cone.

3 सेमी. त्रिज्या वाले किसी वृत्त के वृत्तखण्ड का कोण  $120^\circ$  है। अगर इससे शंकु बनाया जाये तो शंकु का आयतन ज्ञात करें।



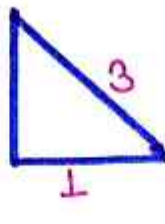
$$l = \frac{120}{360} \times 2 \times \pi \times 3$$

$$l = 2\pi$$



$$2\pi R = 2\pi$$

$$R = 1$$

$$\begin{aligned} \sqrt{9-1} \\ = \sqrt{8} \\ h = 2\sqrt{2} \end{aligned}$$


$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{3} \pi r^2 h \\ &= \frac{1}{3} \pi (1)^2 \times 2\sqrt{2} \\ &= \frac{2\sqrt{2}\pi}{3} \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

Q) A cone of radius 4cm and height 3cm is filled with water. If the entire water of the cone is poured into a cylinder of radius 2cm, then how much will the level of water rise in the cylinder?

4 सेमी त्रिज्या और 3 सेमी ऊँचाई वाला एक शंकु पानी से भरा हुआ है। यदि शंकु के पूरे पानी को 2 सेमी त्रिज्या वाले बेलन में डाला जाता है, तब बेलन में पानी का स्तर कितना बढ़ेगा?

$$\frac{1}{3} \pi (4)^2 \times 3 = \pi (2)^2 \times h$$

$$4 \times 6 = 4 \times h$$

$$h = 4 \text{ cm}$$

1. The height of a cone is 15 cm and the radius of its base is 14 cm. What is the volume of the cone?

एक शंकु की ऊँचाई 15 सेमी है और इसके आधार की त्रिज्या 14 सेमी है। शंकु का आयतन कितना है?

- (a)  $3420 \text{ cm}^3$
- (b)  $3080 \text{ cm}^3$
- (c)  $2860 \text{ cm}^3$
- (d)  $3240 \text{ cm}^3$

2. The height of a cone is 24 cm and the radius of its base is 10.5 cm. What is the volume of the cone ?

एक शंकु की ऊँचाई 24 सेमी है और इसके आधार की त्रिज्या 10.5 सेमी है। शंकु का आयतन कितना है ?

- (a)  $2546 \text{ cm}^3$
- (b)  $2772 \text{ cm}^3$
- (c)  $2984 \text{ cm}^3$
- (d)  $2398 \text{ cm}^3$

3. A pile of sand is in the shape of a right circular cone. Its slant height is 10 feet and base diameter is 16 feet. Find the volume of pile of sand?

रेत का ढेर एक लम्ब वृत्तीय शंकु के आकार का है। इसकी तिर्यक ऊँचाई 10 फुट और आधार व्यास 16 फुट है। ढेर बनाने वाली रेत का आयतन ज्ञात कीजिए। मान लीजिए  $\pi = 3.14$ .

- (a)  $401.92 \text{ ft}^3$
- (b)  $301.96 \text{ ft}^3$
- (c)  $423.89 \text{ ft}^3$
- (d)  $441.72 \text{ ft}^3$

4. If the area of the base of a cone is increased then it becomes 1.96 times

of original area. If the volume is increased by:

यदि किसी शंकु के आधार का क्षेत्रफल बढ़ाया जाता है तो यह मूल क्षेत्रफल का 1.96 गुना हो जाता है। यदि आयतन में.....की वृद्धि होती है ?

- (a) 40%
- (b) 96%
- (c) 141%
- (d) 100%

5. The curved surface area of a cone is  $25\sqrt{2}\pi \text{ cm}^2$ . If the height of the cone is equal to the radius of its base, then what is the volume (in  $\text{cm}^3$ ) of the cone? (use  $r = 22/7$ ) correct it to two decimal places.

एक शंकु का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल  $25\sqrt{2}\pi \text{ cm}^2$  है। यदि शंकु की ऊँचाई उसके आधार की त्रिज्या के बराबर है, तो शंकु का आयतन क्या है?

- (a) 140
- (b) 132.75
- (c) 130.95
- (d) 124.85

6. Height of a right circular cone is 28 cm. If diameter of its base is 42 cm, then what will be the curved surface area of the cone?

एक लम्ब वृत्तीय शंकु की ऊँचाई 28 सेमी है। यदि इसके आधार का व्यास 42 सेमी है, तो शंकु का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल कितना होगा?

- (a)  $4620 \text{ cm}^2$
- (b)  $170 \text{ cm}^2$
- (c)  $2310 \text{ cm}^2$
- (d)  $1540 \text{ cm}^2$



7. Height of a right circular cone is 8 cm. If diameter of its base is 12 cm, then what will be the curved surface area of the cone?

एक लंब वृत्तीय शंकु की ऊँचाई 8 सेमी है यदि उसके आधार का व्यास 12 सेमी है, तो शंकु का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल कितना होगा?

- (a)  $1056/7 \text{ cm}^2$
- (b)  $1320/7 \text{ cm}^2$
- (c)  $1440/7 \text{ cm}^2$
- (d)  $2112 / 7 \text{ cm}^2$

8. What is the total surface area of a cone of radius 24 cm and height 10 cm?

24 सेमी त्रिज्या और 10 सेमी ऊँचाई वाले शंकु का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल कितना है ?

- (SSC (a)  $3924.61 \text{ cm}^2$
- (b)  $3279.76 \text{ cm}^2$
  - (c)  $4261.23 \text{ cm}^2$
  - (d)  $3771.43 \text{ cm}^2$

9. The radius of a cone is 5 cm and its slant height is 16 cm. Its total surface area (in  $\text{cm}^2$ )

एक शंकु की त्रिज्या 5 cm है और इसकी तिर्यक ऊँचाई 16 cm है। इसका कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल ( $\text{cm}^2$  में) \_\_\_\_\_ होगा।

- (a) 320
- (b) 330
- (c) 310
- (d) 300

10. The curved surface area of a cone is  $550 \text{ cm}^2$ . If the area of its base is  $154 \text{ cm}^2$ , then what will be the volume of the cone?

एक शंकु का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल  $550 \text{ सेमी}^2$  है। यदि इसके आधार का क्षेत्रफल  $154 \text{ सेमी}^2$  है, तो शंकु का आयतन क्या होगा ?

- (a)  $2464 \text{ cm}^3$
- (b)  $1836 \text{ cm}^3$
- (c)  $1232 \text{ cm}^3$
- (d)  $1472 \text{ cm}^3$

### ANSWER SHEET

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
B	B	A	A	C	C	B	D	B	C

Sol. 1

$$h \Rightarrow 15$$

$$r \Rightarrow 14$$

$$\text{आपतन} \Rightarrow \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 14 \times 14 \times 15$$

$$\boxed{\Rightarrow 3080 \text{ cm}^3}$$

Sol. 2

$$\text{आपतन} \Rightarrow \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 10.5 \times 10.5 \times 24$$

$$\boxed{\Rightarrow 2772}$$

Sol. 3

$$l \Rightarrow 10$$

$$D \Rightarrow 16$$

$$r \Rightarrow \frac{16}{2} = 8$$

$$h = \sqrt{l^2 - r^2}$$

$$\Rightarrow \sqrt{(10)^2 - (8)^2} \Rightarrow 6$$

$$\text{आपतन} \Rightarrow \frac{1}{3} \times 8 \times 8 \times 6 \times 3.14$$

$$\boxed{\Rightarrow 401.92 \text{ cm}^3}$$

Sol. 4

$$\frac{100}{100}$$

$$100 : 196$$

$$r$$

$$10 : 14$$

$$\text{आपतन} \Rightarrow \left( \frac{1}{3} \pi \times 100 \times h \right) : \left( \frac{1}{3} \pi \times 196 \times h \right)$$

$$100 : 196$$

वाँट

$$\frac{96}{100} \times 100$$
  
$$\boxed{\Rightarrow 96\%}$$

Sol. 5

$$\text{वक्र प्रवृत्त का क्षेत्र} \Rightarrow \pi r l$$

$$\Rightarrow \pi r l \Rightarrow 25 \sqrt{2} \pi$$

$$l^2 = r^2 + r^2$$

$$\Rightarrow 2r^2$$

$$l = \sqrt{2} r$$

$$\pi r \times \sqrt{2} r = 25 \sqrt{2} \pi$$

$$r^2 = 25$$

$$r \Rightarrow 5 \Rightarrow h$$

$$\text{आपतन} \Rightarrow \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 5 \times 5 \times 5$$

$$\boxed{\Rightarrow 130.95}$$

Sol. 6

$$l = \sqrt{h^2 + r^2}$$

$$l \Rightarrow \sqrt{(28)^2 + (21)^2}$$

$$l = \sqrt{784 + 144} = \sqrt{928}$$

$$l = 35$$

$$\text{वक्र प्रवृत्त का क्षेत्र} \Rightarrow \pi r l$$

$$\Rightarrow \frac{22}{7} \times 21 \times 35$$

$$\boxed{\Rightarrow 2310}$$

Sol. 7

$$\text{त्रिभुज का क्षेत्रफल} \Rightarrow \sqrt{h^2 + r^2}$$

$$\Rightarrow \sqrt{8^2 + 6^2} \Rightarrow \sqrt{100}$$

$$l \Rightarrow 10$$

$$\text{वक्र प्रतीक का क्षेत्रफल} \Rightarrow \frac{22}{7} \times 6 \times 10$$

$$\boxed{\Rightarrow \frac{1320}{7}}$$

Sol. 8

$$l = \sqrt{h^2 + r^2}$$

$$\Rightarrow \sqrt{576 + 100}$$

$$l = 26$$

शंकु का कुल प्रतीक क्षेत्रफल

$$\Rightarrow \pi r(l + r)$$

$$\Rightarrow \frac{22}{7} \times 24(26 + 24)$$

$$\Rightarrow \frac{22}{7} \times 24 \times 50$$

$$\boxed{\Rightarrow 3771.43}$$

Sol. 9

$$\text{कुल प्रतीक क्षेत्रफल} \Rightarrow \pi r(l + r)$$

$$\Rightarrow \frac{22}{7} \times 5(5 + 16)$$

$$\Rightarrow \frac{22}{7} \times 5 \times 21$$

$$\boxed{\Rightarrow 330}$$

Sol. 10

$$\text{आयत का क्षेत्रफल} \Rightarrow \pi r^2 \Rightarrow 154$$

$$\boxed{r = 7}$$

$$\text{वक्र प्रतीक क्षेत्रफल} \Rightarrow \pi r l = 550$$

$$\frac{22}{7} \times 7 \times l = 550$$

$$\boxed{l = 25}$$

$$l = \sqrt{h^2 + r^2}$$

$$(25)^2 \Rightarrow h^2 + r^2$$

$$625 = h^2 + 49$$

$$h^2 = 576$$

$$\boxed{h = 24}$$

$$\text{आयत} \Rightarrow \frac{1}{2} \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times 24$$

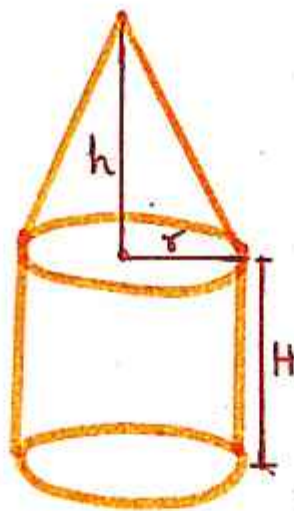
$$\boxed{\Rightarrow 1332}$$



## MENSURATION 3D

Q) A solid consists of a circular cylinder surmounted by a right circular cone placed at the top. The height of the cone is  $h$ . If the total volume of the solid is 3 times the volume of the cone, then the height of the circular cylinder is:

एक ठोस गोलाकार बेलन का ऊपरी सिरा शंकुआकार है शंकु की ऊँचाई  $h$  है यदि ठोस का आयतन कुल शंकु के कुल आयतन का तीन गुना है तो गोलाकार बेलन की ऊँचाई ज्ञात करें।



$$\pi r^2 H + \frac{1}{3} \pi r^2 (h) = 3 \times \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

$$\pi r^2 (H + \frac{1}{3} h) = \pi r^2 \times h$$

$$H = (1 - \frac{1}{3}) h$$

$$H = \frac{2}{3} h$$

Q) What is the total surface area of a cone whose radius is  $\frac{r}{4}$  and slant height is 41?

एक शंकु का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल कितना है, जिसकी त्रिज्या  $\frac{r}{4}$  है और तिर्यक ऊँचाई 41 है?

$$T.S.A = \pi r (l + r)$$

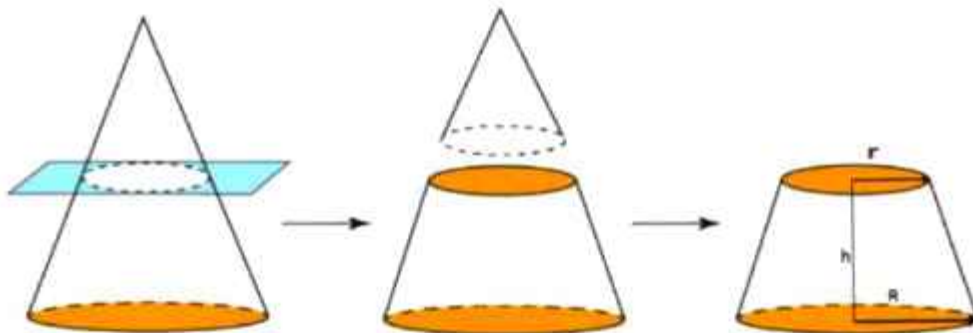
$$\pi \times \frac{r}{4} (4l + \frac{r}{4})$$

$$\pi r (\frac{4l}{4} + \frac{r}{4 \times 4})$$

$$\pi r (l + \frac{r}{16})$$

TYPE-VI

## छिन्नक (FRUSTUM)



\* आयतन (VOLUME)

$$V \rightarrow \frac{1}{3} \pi h (r^2 + R^2 + rR)$$

\* वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल (CURVED SURFACE AREA) (C.S.A)

$$\pi (r+R) l$$

$$l = \sqrt{h^2 + (R-r)^2}$$

\* कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल (TOTAL SURFACE AREA) (T.S.A)

$$\pi (r+R) l + \pi r^2 + \pi R^2$$

- Q) The radius of two circular faces of the frustum of a cone of height 10.5 cm are 5 cm and 3 cm respectively. What is its volume in  $\text{cm}^3$ ?

एक 10.5 सेमी ऊँचे शंकु के छिन्नक के दो वृत्ताकार फलकों की त्रिज्याएँ 5 सेमी और 3 सेमी हैं, इसका आयतन (सेमी<sup>3</sup>) में कितना होगा? ( $\pi = 22/7$  का प्रयोग करें)

$$h = 10.5 = \frac{21}{2}$$

$$r = 3$$

$$R = 5$$

$$V = \frac{1}{3} \pi h (R^2 + r^2 + Rr)$$

$$\frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times \frac{21}{2} (5^2 + 3^2 + 5 \times 3)$$

$$11(25 + 9 + 15)$$

$$49 \times 11$$

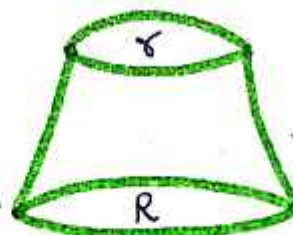
$$539$$

Q) The perimeter of the top and bottom of frustum of a cone are 18 cm and 6 cm. The height of frustum is 4 cm. Find its volume.

एक छिन्नक के उपरी और निचली भाग का परिमाण क्रमशः 18 सेमी और 6 सेमी है। तथा ऊँचाई 4 सेमी है तो उसका आयतन बताओ?

$$2\pi r = 6$$

$$r = \frac{3}{\pi}$$



$$2\pi R = 18$$

$$R = \frac{9}{\pi}$$

$$V = \frac{1}{3} \pi h (r^2 + R^2 + rR)$$

$$\frac{1}{3} \pi \times 4 \left[ \frac{9}{\pi^2} + \frac{81}{\pi^2} + \frac{27}{\pi^2} \right]$$

$$\frac{4\pi}{3} \left[ \frac{39}{\pi^2} \right]$$

$$\frac{156}{\pi} \text{ cm}^3$$



- Q) The radius of the two circular faces of the frustum of a cone are 5 cm & 4 cm. If the height of the frustum is 21 cm. What is the volume (in  $\text{cm}^3$ )

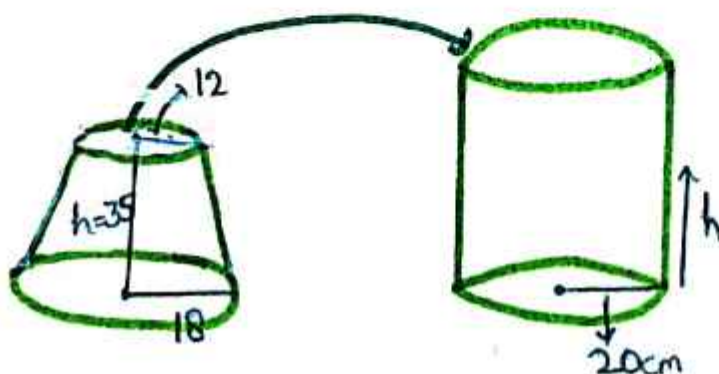
एक शंकु के छिन्नक के दो वृत्ताकार फलकों की त्रिज्याएँ क्रमशः 5 सेमी और 4 सेमी हैं। यदि छिन्नक की ऊँचाई 21 सेमी है, तो इसका आयतन सेमी<sup>3</sup> में कितना होगा? ( $\pi = \frac{22}{7}$  का प्रयोग करें।)

$$\begin{aligned} R &= 5 \\ r &= 4 \\ h &= 21 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{3} \pi h (r^2 + R^2 + rR) \\ &= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 21 (16 + 25 + 20) \\ &= 22(61) \\ &= 1342 \end{aligned}$$

- Q) A 35 cm high bucket in the form of a frustum is full of water. Radius of its lower and upper ends are 12 cm and 18 cm respectively. If water from this bucket is poured in a cylindrical drum, whose base radius is 20 cm, then what will be the height of water (in cm) in the drum?

छिन्नक के रूप में एक 35 सेमी. ऊँची बाल्टी पानी से भरी है। इसके निचले और ऊपरी सिरे की त्रिज्याएँ क्रमशः 12 सेमी और 18 सेमी हैं। यदि इस बाल्टी से पानी एक ऐसे बेलनाकार ड्रम में डाला जाता है, जिसकी आधार की त्रिज्या 20 सेमी है, तो ड्रम में पानी कितनी ऊँचाई तक (सेमी में) भरेगा?



$$\frac{1}{3} \pi \times 35 (18^2 + 12^2 + 18 \times 12) = \pi (20)^2 \times h$$

$$\frac{35}{3} (324 + 144 + 216) = 400 \times h$$

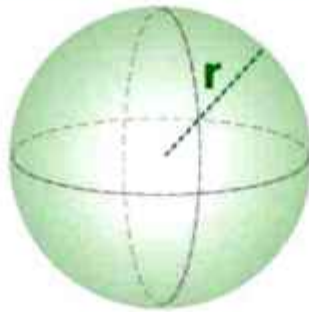
$$\frac{35}{3} (684) = 400 \times h$$

$$h = \frac{35 \times 228}{400} = \frac{1995}{100}$$

19.95

TYPE - VII

गोला (SPHERE)



\* आयतन (VOLUME)

$$\frac{4}{3} \pi r^3$$

\* पृष्ठीय क्षेत्रफल (SURFACE AREA)

$$4 \pi r^2$$

Q) The volume of a sphere of radius 4.2 cm is ..... (use  $\pi = \frac{22}{7}$ )

4.2 सेमी त्रिज्या वाले एक गोले का आयतन .... होता है। ( $\pi = \frac{22}{7}$  का प्रयोग करें।)

$$r = 4.2 \text{ cm} = \frac{42}{10}$$

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$\frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times \frac{42}{10} \times \frac{42}{10} \times \frac{42}{10}$$

$$310.464 \text{ cm}^3$$



Q) If the volume and surface area of a sphere are numerically the same, then its radius is:

किसी गोले का आयतन तथा पृष्ठ क्षेत्रफल समान है। गोले की त्रिज्या ज्ञात करें।

$$\frac{4}{3}\pi r^3 = 4\pi r^2$$

$$\frac{r}{3} = 1$$

$$r = 3$$

Q) If the radius of a sphere is increased by 2 cm its surface area increased by  $352 \text{ cm}^2$ . The radius of sphere before change is:

यदि गोले की त्रिज्या को 2 सेमी बढ़ाया गया तब उसका पृष्ठ क्षेत्रफल  $352 \text{ सेमी}^2$  बढ़ गया। परिवर्तन से पूर्व गोले की त्रिज्या ज्ञात करें।

$$(r+2)$$

$$r$$

$$4\pi(r+2)^2 - 4\pi r^2 = 352$$

$$4\pi((r+2)^2 - r^2)$$

$$4 \times \frac{22}{7} ((r+2+r)(2)) = 352$$

$$(2r+2) \times 2 = 14$$

$$2r = 6$$

$$r = 3 \text{ cm}$$

Q) Let  $x \text{ cm}^2$  be the surface area and  $y \text{ cm}^3$  be the volume of a sphere such that  $y = 14x$ . What is the radius (in cm) of the sphere?

माना किसी गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल  $x \text{ सेमी}^2$  और आयतन  $y \text{ सेमी}^3$  है। जबकि  $y = 14x$  है, तो गोले की त्रिज्या की माप (सेमी में) क्या होगी?



$$4\pi r^2 = x$$

$$\frac{4}{3}\pi r^3 = y$$

$$\frac{4}{3}\pi r^3 = 14 \times 4\pi r^2$$

$$\frac{r}{3} = 14$$

$$r = 42$$

-:- Ratio -:-

	(Sphere) <sub>1</sub>	:	(Sphere) <sub>2</sub>
radius	$r_1$	:	$r_2$
Vol.	$r_1^3$	:	$r_2^3$
Surface Area	$r_1^2$	:	$r_2^2$
	(Sphere) <sub>1</sub>	:	(Sphere) <sub>2</sub>
Vol.	$x$	:	$y$
↓ radius	$\sqrt[3]{x}$	:	$\sqrt[3]{y}$
↓ Surface Area	$(\sqrt[3]{x})^2$	:	$(\sqrt[3]{y})^2$

- Q) Let A and B be two solid spheres area of B is 300% higher than surface area of A. The volume of A is found to be K% lower than the volume of B. The value of k must be:

माना A और B दो गोले हैं। B का पृष्ठीय क्षेत्रफल A से 300% ज्यादा है। और A का आयतन B से K% कम है। k का मान बताइए।

$4\pi r^2$   
 Surface Area  
 radius (r)  
 $\downarrow$   
 Vol.

A	:	B
100	:	400
$\sqrt[3]{1}$	:	$\sqrt[3]{4}$
1	:	2
$(1)^3$	:	$(2)^3$
1	:	8

$\xrightarrow{-7}$   
 $\frac{7}{8} \times 100$   
 $\frac{700}{8} = 87.5$

- Q) If the volumes of the spheres are in the ratio  $27:8$ , what will be the ratio of their surface areas?  
 यदि गोलों के आयतन  $27:8$  के अनुपात में हैं, तो उनके पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात क्या होगा?

Vol.	27	:	8
r	$\sqrt[3]{27}$	:	$\sqrt[3]{8}$
$\downarrow$	3	:	2
Surface Area	$(3)^2$	:	$(2)^2$
	9	:	4

- Q) The cost of painting a spherical vessel of diameter 14cm is ₹ 21,560. What is the cost (in ₹) of painting per square centimeter? (Use  $\pi = 22/7$ )  
 14cm व्यास वाले एक गोलाकार बर्तन को पेंट करने की लागत ₹ 21,560 है। प्रति वर्ग सेंटीमीटर पेंटिंग की लागत (₹ में) क्या है? ( $\pi = 22/7$  का उपयोग करें)

$d = 14$   
 $r = \frac{14}{2} = 7\text{cm}$   
 $4\pi r^2 = 4 \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7$

$$4 \times 154 = 616 \text{ cm}^2$$

$$616 \text{ cm}^2 = 21560 \text{ रु}$$

$$1 \text{ cm}^2 = \frac{21560}{1460} = 14.767$$

$$-616$$

$$56$$

$$4$$

$$35 \text{ रु}$$

Q) A solid iron ball is melted and the entire volume of iron is used to make 64 small solid balls of equal size. What is the ratio of the surface area of the bigger ball to the sum of the surface area of all the smaller balls.  
एक ठोस लोहे की गेंद को पिघलाया जाता है और लोहे का सारा आयतन उपयोग में लाकर 64 छोटी समान आकार की ठोस गेंदे बनाई जाती हैं। बड़ी गेंद के पृष्ठीय क्षेत्रफल का सभी छोटी गेंदों के पृष्ठीय क्षेत्रफल के योगफल से अनुपात क्या है?

$$\frac{4}{3}\pi(R)^3 = \frac{4}{3}\pi(r)^3 \times 64$$

$$\frac{R^3}{r^3} = \frac{64}{1}$$

$$\boxed{\frac{R}{r} = \sqrt[3]{\frac{64}{1}} = \frac{4}{1}}$$

क्षेत्रफल  $\frac{R^2}{r^2} = \frac{16}{1} \rightarrow$  बड़ी गेंद  
 $\frac{R^2}{r^2} = \frac{16}{1} \rightarrow$  एक छोटी गेंद

64 का Surface Area

$$64 \times 1$$

$$= 64$$

$$\frac{16}{64} \cdot \frac{1}{4} = 0.25$$



- Q) The radii of three spheres are 6 cm, 8 cm and 10 cm respectively. If they are melted to form a single solid sphere. What will be the radius of the resulting sphere (in cm).  
 धातु के तीन गोलों की त्रिज्या क्रमशः 6 सेमी, 8 सेमी और 10 सेमी है। यदि उन्हें पिघलाकर एक ठोस गोला बनाया जाता है। तो परिणामी गोले की त्रिज्या (सेमी में) ज्ञात कीजिए ?

$$\frac{4}{3}\pi(6)^3 + \frac{4}{3}\pi(8)^3 + \frac{4}{3}\pi(10)^3 = \frac{4}{3}\pi(R)^3$$

$$\frac{4}{3}\pi(216 + 512 + 1000) = \frac{4}{3}\pi R^3$$

$$1728 = R^3$$

$$R = \sqrt[3]{1728} = 12$$

- Q) Diameter of a solid sphere is 9 cm. It is melt to form a wire whose diameter is 2mm. Find the length of the wire.  
 एक ठोस गोले का व्यास 9 सेमी है। इसे पिघलाकर एक 2 मि. मी. व्यास वाला एक तार बनाया जाता है। इस तार की लम्बाई बताइए ?

$$\text{Vol. of Sphere} = \text{Vol. of wire}$$

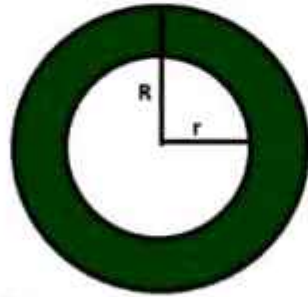
$$\frac{4}{3}\pi\left(\frac{9}{2}\right)^3 = \pi\left(\frac{2}{2}\right)^2 \times h$$

$$\frac{4}{3} \times \frac{45^3}{1000} = 1 \times h$$

$$h = \frac{60 \times 2025}{1000}$$

$$\frac{12150}{100} = 121.50 \text{ m}$$

## HOLLOW SPHERE खोखला गोल



### \* आयतन (VOLUME)

$$\frac{4}{3}\pi(R^3 - r^3)$$

- Q) The outer and inner radii are 10 cm and 6 cm respectively of a hollow metallic sphere. If it is melted and made into small solid balls of radius 2 cm, what will be the number of balls?

धातु के एक खोखले गोल की बाह्य और आंतरिक त्रिज्याएँ क्रमशः 10 सेमी और 6 सेमी हैं। यदि इसे पिघलाकर 2 सेमी त्रिज्या की ठोस छोटी-छोटी गेंदें बनायी जाती हैं, तो गेंदों की संख्या कितनी होगी?

$$\frac{4}{3}\pi(10^3 - 6^3) = \frac{4}{3}\pi(2)^3 \times n$$

$$1000 - 216 = 8 \times n$$

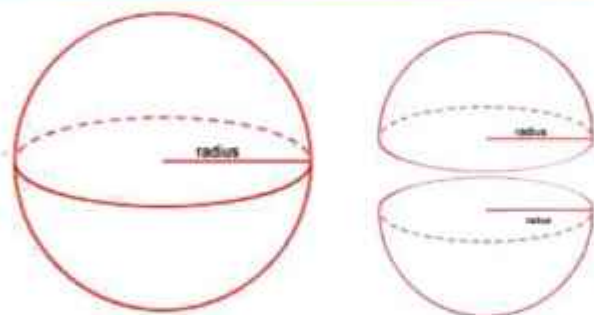
$$\frac{784}{8} = n$$

$$n = 98$$



TYPE-VIII

अर्धगोले (HEMISPHERE)



\* आयतन (VOLUME)

$$(V) = \frac{2}{3} \pi r^3$$

\* वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल (CURVED SURFACE AREA) (C.S.A)

$$2\pi r^2$$

\* कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल (TOTAL SURFACE AREA) (T.S.A)

$$3\pi r^2$$

- Q) The radius of a hemisphere is 9cm. Find its volume.  
एक अर्धगोले की त्रिज्या 9cm है। इसका आयतन ज्ञात कीजिए।

$$V = \frac{2}{3} \pi r^3$$

$$\frac{2}{3} \times \pi (9)^3$$

$$\frac{2}{3} \times \pi \times 729$$

$$486\pi$$

- Q) Find the difference between the total surface area and the curved surface area of a hemisphere of diameter 4cm.  
4 सेमी व्यास वाले एक अर्धगोले के संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल और वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल का अंतर ज्ञात करें।



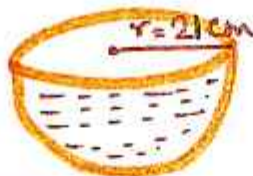
$$d = 4 \text{ cm}$$

$$r = \frac{4}{2} = 2 \text{ cm}$$

$$\begin{array}{ll} \text{T.S.A} & \text{C.S.A} \\ 3\pi r^2 & - 2\pi r^2 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \pi r^2 \\ \pi (2)^2 \\ 4\pi \end{array}$$

- Q) The radius of a hemispherical bowl is 21 cm. It has to be painted inside as well as outside. Calculate the cost of painting it at the rate of ₹ 0.05 per  $\text{cm}^2$ , assuming that the thickness of the bowl is negligible.
- एक अर्द्धगोलाकार कटोरे की त्रिज्या 21 cm है। इसे अंदर के साथ-साथ बाहर भी पेंट किया जाना है। ₹ 0.05 प्रति  $\text{cm}^2$  की दर से इसे पेंट करने की लागत की गणना करें, यह मान लें कि कटोरे की मोटाई नगण्य है। ( $\pi = 22/7$  लें)



$$\text{पेंट वाला Area} = 2\pi r^2 + 2\pi r^2 = 4\pi r^2$$

$$\text{खर्च} = 4 \times \frac{22}{7} \times 21 \times 21 \times \frac{0.05}{100}$$

$$\frac{66 \times 21}{5} = \frac{1386}{5}$$

$$277.2$$

- Q) The surface areas of a sphere and another solid hemisphere are equal. Find the ratio of their volumes.
- एक गोले और एक अन्य ठोस अर्द्धगोले के पृष्ठीय क्षेत्रफल बराबर हैं। उनके आयतनों का अनुपात ज्ञात कीजिए।

गोला                      अर्धगोला  
 $4\pi R^2$                        $3\pi r^2$

$$\frac{R^2}{r^2} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{R}{r} = \frac{\sqrt[3]{3}}{\sqrt[2]{4}} = \frac{\sqrt[3]{3}}{2}$$

$$\frac{R^3}{r^3} = \frac{(3^{1/2})^3}{8} = \frac{3^{3/2}}{8}$$

$$\frac{3\sqrt{3}}{8}$$

1. When the circumference of a toy ballon is increased from 20cm to 25cm its radius (in cm) is increased by:

किसी गुब्बारे की परिधि को 20cm से 25cm तक बढ़ाया गया। उसकी त्रिज्या में वृद्धि ज्ञात करें ?

(a)  $\frac{1}{15}$

(b)  $\frac{5}{\pi}$

(c)  $\frac{5}{2\pi}$

(d)  $\frac{\pi}{5}$

2. The total surface area of a solid hemisphere is  $108\pi \text{ cm}^2$ . The volume of the hemisphere is

किसी ठोस अर्द्धगोले का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल  $108\pi$  सेमी<sup>2</sup> है। तब इसका आयतन क्या होगा?

(a)  $72\pi \text{ cm}^3$

(b)  $144\pi \text{ cm}^3$

(c)  $108\sqrt{6} \text{ cm}^3$

(d)  $54\sqrt{6} \text{ cm}^3$

3. The surface area of two spheres are in the ratio 4: 9. Their volumes will be in the ratio

दो गोलों के पृष्ठ क्षेत्रफलों का अनुपात 4:9 हैं। उनके आयतनों का अनुपात ज्ञात करें ?

(a) 2:3

(b) 4:9

(c) 8:27

(d) 64:729

4. The volume of two spheres is in the ratio 8 : 27. The ratio of their surface area is:

दो गोले के आयतनों का अनुपात 8:27 है। उनके पृष्ठ क्षेत्रफल का अनुपात ज्ञात करें ?

(a) 4:9

(b) 2 : 3

(c) 4:5

(d) 5:6

5. A sphere and a hemisphere have the same volume. The ratio of their curved surface area is:

किसी गोले तथा अर्द्धगोले का आयतन समान है। सम्पूर्ण पृष्ठ क्षेत्रफल का अनुपात ज्ञात करें?

(a)  $2^{\frac{3}{2}}:1$

(b)  $2^{\frac{2}{3}}:1$

(c)  $4^{\frac{2}{3}}:1$

(d)  $2^{\frac{1}{3}}:1$

6. A solid hemisphere of 20cm radius is divided into two equal part. Find the surface area of each part?

20 सेमी. त्रिज्या के ठोस अर्द्धगोले को दो बराबर भागों में काटा गया है। प्रत्येक भाग का पृष्ठीय क्षेत्रफल (वर्ग सेमी.) क्या है ?

(a)  $\pi r^2$

(b)  $2\pi r^2$

(c)  $3\pi r^2$

(d)  $4\pi r^2$

7. Surface area of a hemisphere is  $\frac{16}{25}$  times the surface area of another sphere. Find the ratio of their diameters.



एक अर्द्धगोला का पृष्ठीय क्षेत्रफल एक अन्य गोला के क्षेत्रफल का  $16/25$  गुना है। उनके व्यासों में अनुपात क्रमशः क्या होगा ?

- (a) 16:25
- (b) 4:5
- (c) 8:9
- (d)  $4\sqrt{2}:5$

8. The sum of radii of two spheres is 10cm and the sum of their volume is  $880\text{cm}^3$ . What will be the product of their radii?

दो गोलों की त्रिज्या का योग 10cm तथा आयतनों का योग  $880\text{cm}^3$  है। त्रिज्याओं का गुणनफल ज्ञात करें ?

- (a) 21
- (b)  $26\frac{1}{3}$
- (c)  $33\frac{1}{3}$
- (d) 70

9. The diameter of two hollow spheres made from the same metal sheet is 21cm and 17.5cm respectively. The ratio of the area of metal sheets required for making the two spheres is

दो खोखले गोलों के व्यास 21 cm तथा 17.5cm है। दोनों गोलों को बनाने के लिए प्रयुक्त धातु चादरों के क्षेत्रफल का अनुपात ज्ञात करें ?

- (a) 6:5
- (b) 36:25
- (c) 3:2
- (d) 18:25

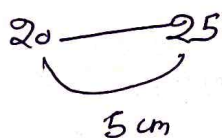
10. The volume of a solid hemisphere is  $19404\text{cm}^3$ . Its total surface area is किसी ठोस अर्द्धगोला का आयतन 19404 घन सेमी है। सम्पूर्ण पृष्ठ क्षेत्रफल ज्ञात करें ?

- (a)  $4158\text{cm}^2$
- (b)  $2858\text{cm}^2$
- (c)  $1738\text{cm}^2$
- (d)  $2038\text{cm}^2$

### ANSWER SHEET

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
C	B	C	A	B	B	D	B	B	A

Sol.1



$$2\pi r = 25$$

$$\boxed{r = \frac{25}{2\pi}}$$

Sol.2

$$3\pi r^2 = 108\pi$$

$$r^2 = 36$$

$$r \Rightarrow 6$$

$$\begin{aligned} \text{आयतन} &\Rightarrow \frac{2}{3}\pi r^3 \\ &\Rightarrow \frac{2}{3}\pi \times 216 \end{aligned}$$

$$\boxed{\Rightarrow 144\pi}$$

Sol.3

$$r_1 = 4 : 9$$

$$r = \sqrt{4} : \sqrt{9}$$

$$\Rightarrow 2 : 3$$

$$\text{आयतन} \Rightarrow (2)^3 : (3)^3$$

$$\boxed{\Rightarrow 8 : 27}$$

Sol.4

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{8}{27}$$

$$\frac{r_1}{r_2} = 3 \sqrt{\frac{8}{27}} \Rightarrow \frac{2}{3}$$

$$\frac{A_1}{A_2} = \left(\frac{2}{3}\right)^2 \Rightarrow \frac{4}{9}$$

$$\boxed{\Rightarrow 4 : 9}$$

Sol.5

$$\frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{2}{3}\pi r^3$$

$$\frac{R^3}{r^3} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{R}{r} = \sqrt[3]{\frac{1}{2}}$$

$$\begin{aligned} \frac{A(R)}{A(r)} &= \left(\frac{R}{r}\right)^2 \Rightarrow \left(\sqrt[3]{\frac{1}{2}}\right)^2 \\ &= \frac{1}{2^{2/3}} \end{aligned}$$

$$\boxed{\Rightarrow 2^{2/3} : 1}$$

Sol.6



$$\Rightarrow \frac{4\pi r^2}{4} + \frac{\pi r^2}{2} + \frac{\pi r^2}{2}$$

$$\boxed{\Rightarrow 2\pi r^2}$$

Sol.7

$$\begin{aligned} \frac{2\pi r^2}{4\pi R^2} &\Rightarrow \frac{13}{25} \\ \boxed{\frac{r}{R} &\Rightarrow \frac{4\sqrt{2}}{5}} \end{aligned}$$

Sol. 8

$$\Rightarrow \frac{4}{3}\pi (R_1^3 + R_2^3) \Rightarrow 880$$

$$\Rightarrow R_1^3 + R_2^3 \Rightarrow 210$$

$$(R_1 + R_2) [R_1^2 + R_2^2 - R_1 R_2] = 210$$

$$10 [(R_1 + R_2)^2 - 3R_1 R_2] \Rightarrow 210$$

$$(10)^2 - 3R_1 R_2 = 21$$

$$R_1 R_2 = \frac{79}{3}$$

$$\Rightarrow 26\frac{1}{3}$$

Sol. 9

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{21}{17.5}$$

$$\Rightarrow \frac{6}{5}$$

$$\frac{A_1}{A_2} = \left(\frac{6}{5}\right)^2$$

$$\Rightarrow 36:25$$

Sol. 10

$$\frac{2}{3}\pi r^3 = 19404$$

$$\Rightarrow \frac{2}{3} \times \frac{22}{7} \times r^3 = 19404$$

$$\Rightarrow \boxed{r = 21}$$

$$T.S.A = 3\pi r^2$$

$$= 3 \times \frac{22}{7} \times 21 \times 21$$

$$\Rightarrow \boxed{4158}$$



# MENSURATION 3D

Q) The total surface area of hemisphere is very nearly equal to that of an equilateral triangle, the side of the triangle is how many time (approximately) of the radius of the hemisphere  
 एक गोलार्द्ध का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल एक समबाहु त्रिभुज के क्षेत्रफल के लगभग बराबर है। त्रिभुज की भुजा गोलार्द्ध की त्रिज्या की कितनी गुनी है?

$$3\pi r^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$$

$$a^2 = \frac{12\pi r^2}{\sqrt{3}} = \frac{4 \times \sqrt{3} \times \sqrt{3} \times \pi r^2}{\sqrt{3}}$$

$$a = \sqrt{4\pi\sqrt{3}r^2}$$

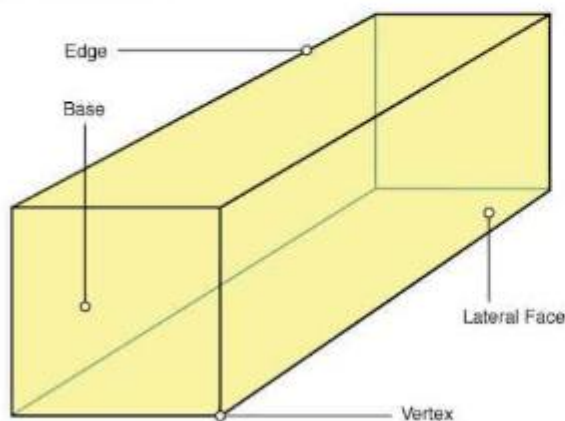
$$a = r\sqrt{4\pi\sqrt{3}}$$

$$(4\pi\sqrt{3})^{0.5}$$

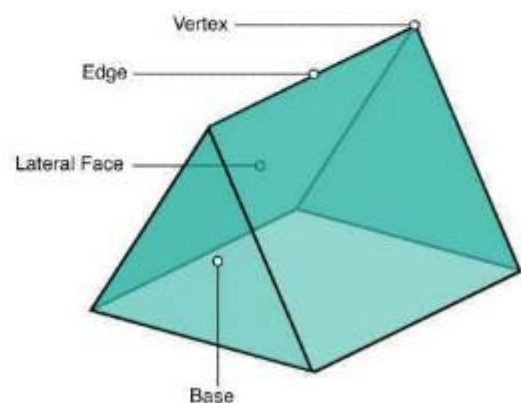
TYPE-VIII

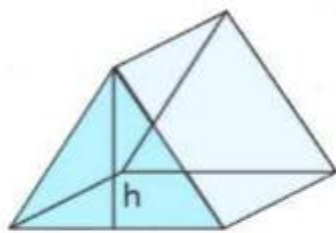
प्रिज्म (PRISM)

Square Prism

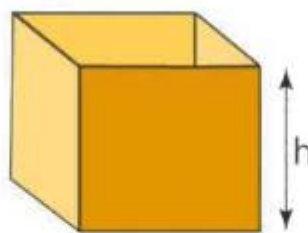


Triangular Prism

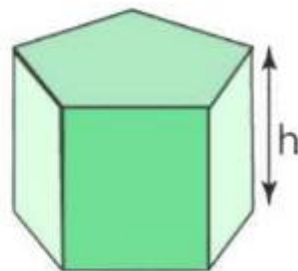




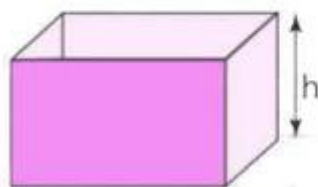
Triangular prism



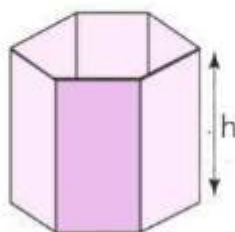
Square prism



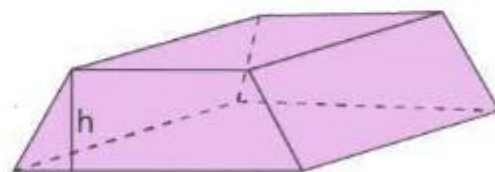
Pentagonal prism



Rectangular prism



Hexagonal prism



Trapezoidal prism

## \* आयतन (VOLUME)

Base area  $\times$  height  
आधार का क्षेत्रफल  $\times$  ऊँचाई

## \* वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल (CURVED SURFACE AREA) (C.S.A)

Base perimeter  $\times$  height  
आधार का परिमाण  $\times$  ऊँचाई

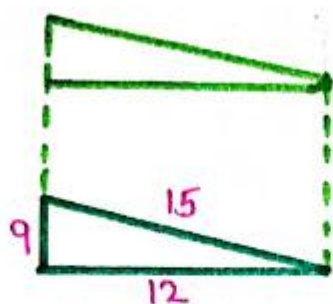
## \* कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल (TOTAL SURFACE AREA) (T.S.A)

$CSA + 2 \times \text{Base area}$

Q) The base of a right prism is a right angle triangle whose sides are 9 cm, 12 cm, 15 cm. If the volume of this prism is  $648 \text{ cm}^3$ . What will be the height of prism?

एक प्रिज्म का आधार एक समकोण त्रिभुज है जिसकी भुजाएँ 9 सेमी, 12 सेमी, 15 सेमी हैं यदि प्रिज्म का आयतन  $648 \text{ सेमी}^3$  हो तो प्रिज्म की ऊँचाई क्या होगी?





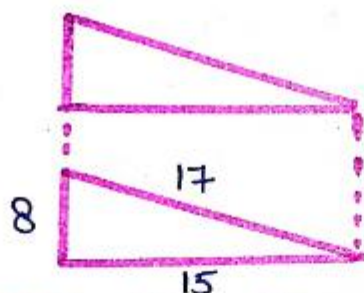
$$\text{Vol.} = \text{Base area} \times h$$

$$\frac{1}{2} \times 12 \times 9 \times h = 648$$

$$h = 12 \text{ cm}$$

Q) The base of a right prism is a triangle whose sides are 8 cm, 15 cm, 17 cm and its lateral surface area is 480  $\text{cm}^2$ . What is the volume (in  $\text{cm}^3$ ) of the prism.

एक लम्ब प्रिज्म का आधार एक ऐसा त्रिभुज है जिसकी भुजाएँ 8 सेमी, 15 सेमी, 17 सेमी हैं और इसका पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल 480 सेमी<sup>2</sup> है। प्रिज्म का आयतन (सेमी<sup>3</sup> में) कितना है ?



$$\text{CSA} = \text{Base Perimeter} \times h$$

$$40 \times h = 480$$

$$h = 12$$

$$\text{Vol.} = \text{Base area} \times \text{height}$$

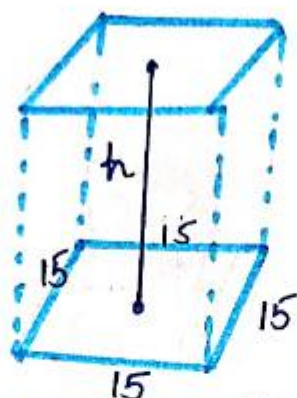
$$\frac{1}{2} \times 15 \times 8 \times 12$$

$$720 \text{ cm}^3$$

Q) The base of a right prism is a square having sides 15 cm. If its height is 8 cm. Find the total surface area of prism.

एक लम्ब प्रिज्म का आधार 15 सेमी की भुजा वाला एक वर्ग है। यदि इसकी ऊँचाई 8 सेमी हो तो उसका सम्पूर्ण पृष्ठ क्षेत्रफल होगा ?





$$TSA = CSA + 2 \times \text{Base area}$$

$$\text{परिमाण} \times h + 2 \times (15)^2$$

$$60 \times 8 + 2 \times 225$$

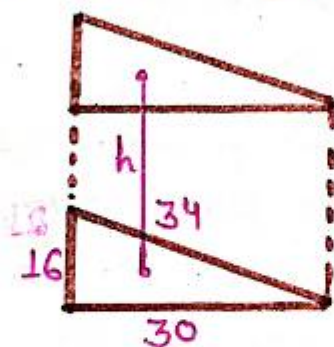
$$480 + 450$$

$$930 \text{ cm}^2$$

- Q) The base of a right prism is a triangle with side's 16 cm, 30 cm, 34 cm. Its height is 32 cm. The lateral surface area (in  $\text{cm}^2$ ) and the volume (in  $\text{cm}^3$ ) are respectively.

एक लम्ब प्रिज्म का आधार एक ऐसा त्रिभुज है जिसकी भुजाएँ 16 सेमी., 30 सेमी और 34 सेमी हैं। यदि इसकी ऊँचाई 32 सेमी है, तो पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल (सेमी<sup>2</sup> में) और आयतन (सेमी<sup>3</sup> में) क्रमशः होंगे

$$\frac{16}{8} \quad \frac{30}{15} \quad \frac{34}{17}$$



$$\text{Vol.} = \text{Base Area} \times h$$

$$\frac{1}{2} \times 16 \times 30 \times 32$$

$$7680 \text{ cm}^3$$

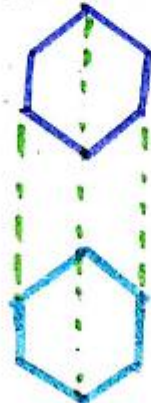
$$CSA = \text{Base perimeter} \times h$$

$$80 \times 32$$

$$2560 \text{ cm}^2$$

- Q) The base of a right prism is a regular hexagon of side 5 cm. If its height is  $12\sqrt{3}$  cm. What is the volume (in  $\text{cm}^3$ ) of prism.

किसी लम्ब प्रिज्म का आधार 5 सेमी भुजा वाला एक नियमित षटभुज है। यदि प्रिज्म की ऊँचाई  $12\sqrt{3}$  सेमी है तो इसका आयतन (सेमी<sup>3</sup>) में होगा -



Area of hexagon

$$6 \times \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$$

$$\text{Vol.} = \text{Base area} \times h$$

$$6 \times \frac{\sqrt{3}}{4} (5)^2 \times 12\sqrt{3}$$

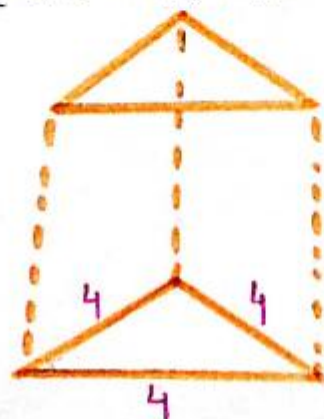
$$6 \times \frac{\sqrt{3}}{4} \times 25 \times 12\sqrt{3}$$

$$150 \times 3 \times 3$$

$$1350$$

- Q) The base of a right prism is an equilateral triangle with each side of 4 cm. If the lateral surface area is  $120 \text{ cm}^2$ , Find the volume (in  $\text{cm}^3$ ) of the prism.

एक लंब प्रिज्म का आधार एक समबाहु त्रिभुज है जिसकी प्रत्येक भुजा 4 सेमी की है। यदि पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल  $120 \text{ सेमी}^2$  है, तो प्रिज्म का आयतन (सेमी<sup>3</sup> में) ज्ञात कीजिए।





$$C.S.A = 12 \times h = 120 \quad |0$$

$$h = 10$$

$$V = \text{Base Area} \times h$$

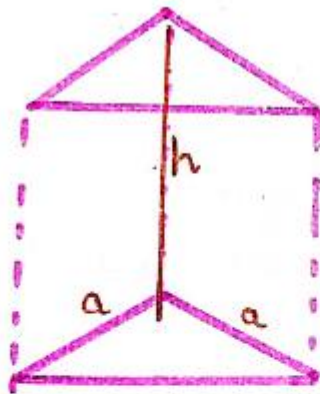
$$\frac{\sqrt{3}}{4} (4)^2 \times 10$$

$$\frac{\sqrt{3}}{4} \times 16 \times 10$$

$$40\sqrt{3}$$

Q) The base of right prism is an equilateral triangle. If its height is made one-fourth and each side of the base is tripled, then the ratio of the volumes of the old to the new prism is -

किसी प्रिज्म का आधार एक समबाहु त्रिभुज है। यदि इसकी ऊँचाई  $1/4$  और आधार की प्रत्येक भुजा 3 गुना की दी जाए तो पुराने और नये आयतन का अनुपात क्या होगा।



$$\left\{ \begin{array}{l} h = \frac{h}{4} \\ a \rightarrow 3a \end{array} \right.$$

$$\text{Vol.} = \text{Base area} \times h$$

पुराना : नया

$$\frac{\sqrt{3}}{4} (a^2) \times h : \frac{\sqrt{3}}{4} (3a)^2 \times \frac{h}{4}$$

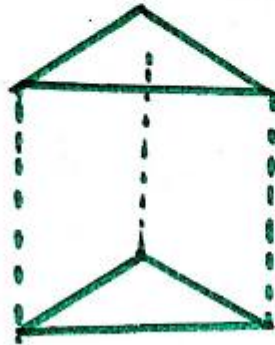
$$a^2 \times h : 9a^2 \times \frac{h}{4}$$

$$4 : 9$$



- Q) A right prism stands on a base of 6 cm side equilateral triangle and its volume is  $81\sqrt{3} \text{ cm}^3$ . The height (in cm) of the prism is.

6 सेमी भुजा वाले समबाहु त्रिभुज को आधार मानकर एक प्रिज्म बनाया गया तथा आयतन  $81\sqrt{3} \text{ cm}^3$  है। प्रिज्म की ऊँचाई ज्ञात करें।



$$\text{Vol.} = \text{Base area} \times h$$

$$\frac{\sqrt{3}}{4} (6)^2 \times h = 81\sqrt{3}$$

$$9 \times \frac{36}{4} \times h = 81 \times 9$$

$$h = 9$$

- Q) A prism has a regular hexagonal base with side 6 cm. If the total surface area of prism is  $216\sqrt{3} \text{ cm}^2$ , then what is the height (in cm) of prism?

एक प्रिज्म का आधार 6 सेमी वाला समषट्भुज है। यदि प्रिज्म का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल  $216\sqrt{3} \text{ cm}^2$  सेमी है, तो प्रिज्म की लम्बाई (से. मी. में) क्या है?



$$TSA = CSA + 2 \times \text{Base area}$$

$$6 \times 6 \times h + 2 \times 6 \times \frac{\sqrt{3}}{4} (6)^2 = 216\sqrt{3}$$

$$36h + 108\sqrt{3} = 216\sqrt{3}$$

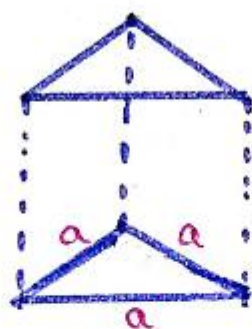
$$36h = 216\sqrt{3} - 108\sqrt{3}$$

$$36h = 108\sqrt{3}$$

$$h = 3\sqrt{3}$$

- Q) The base of a prism is in the base of an equilateral triangle. If the perimeter of the base is 18 cm and the height of the prism is 20 cm, then what is the volume (in cm) of the prism?

एक प्रिज्म का आधार समबाहु त्रिभुज के आधार में है। यदि आधार की परिधि 18 सेमी है तथा प्रिज्म की ऊँचाई 20 से.मी. है, तो प्रिज्म का आयतन (सेमी. में) क्या है?



$$3a = 18$$

$$a = 6$$

$$\text{Vol.} = \text{Base area} \times h$$

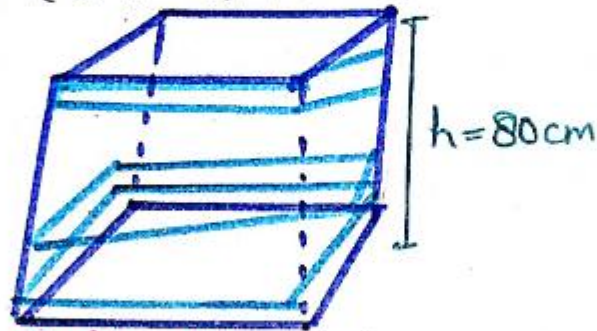
$$\frac{\sqrt{3}}{4} (6)^2 \times 20$$

$$180\sqrt{3}$$

- Q) A prism has a square base whose side is 8 cm. The height of prism is 80 cm. The prism is cut into 10 identical parts by 9 cuts which are parallel to base of prism. What is the total surface area (in cm<sup>2</sup>) of all the 10 parts together?

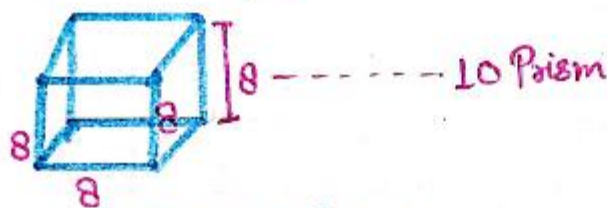


एक प्रिज्म का आधार वर्ग है जिसकी भुजा 8 सेमी. है। प्रिज्म की ऊँचाई 80 सेमी. है। प्रिज्म को आधार के समांतर 9 कटावों से 10 भागों में काटा गया। 10 भागों का कुल मिलाकर कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल (सेमी<sup>2</sup> में) क्या है?



एक हिस्से की height

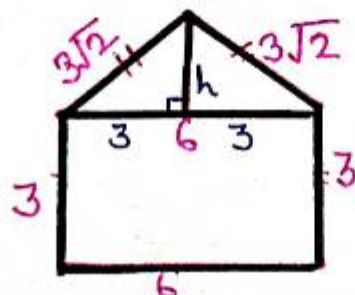
$$\frac{80}{10} = 8 \text{ cm}$$



$$\begin{aligned} \text{T.S.A} &= 6a^2 \times 10 \\ &= 6 \times 8^2 \times 10 \\ &= 6 \times 64 \times 10 \\ &= 3840 \end{aligned}$$

Q) The base of right prism is a pentagon whose sides are in the ratio  $1 : \sqrt{2} : \sqrt{2} : 1 : 2$  and its height is 10 cm. If the longest side of the base be 6 cm, the volume of the prism is:

एक प्रिज्म का आधार पंचभुज है जिसकी भुजाओं का अनुपात  $1 : \sqrt{2} : \sqrt{2} : 1 : 2$  है। और ऊँचाई 10 सेमी है। यदि 6 सेमी आधार की सबसे बड़ी भुजा हो। तो प्रिज्म का आयतन ज्ञात करें।





$$\begin{array}{ccccccccc} 1 & : & \sqrt{2} & : & \sqrt{2} & : & 1 & : & 2 \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ 3 & & 3\sqrt{2} & & 3\sqrt{2} & & 3 & & 6\text{cm} \\ & & & & & & & & 1 \rightarrow 3 \end{array}$$

$$h^2 = (3\sqrt{2})^2 - 3^2$$

$$h = \sqrt{18 - 9} = \sqrt{9} = (3)$$

$$\text{पंचभुज का Area} = \frac{1}{2} \times 6 \times 3 + 6 \times 3$$

$$9 + 18 = 27$$

$$\text{Vol.} = 27 \times 10$$

$$270\text{cm}^3$$

Q) The base of right prism is a triangle whose perimeter is 28 cm and the Inradius of the triangle is 4 cm. If the volume of the prism is  $366\text{ cm}^3$ , then its height is  
 किसी प्रिज्म का आधार 28 cm परिमाण वाला एक त्रिभुज है, जिसेके अन्तः वृत्त की त्रिज्या 4 cm है। यदि प्रिज्म का आयतन  $366\text{ cm}^3$  हो, तब प्रिज्म की ऊँचाई ज्ञात करें।

$$r = 4\text{ cm}$$

$$P = 28\text{ cm}, \Delta = \frac{28 \times 4}{2} = 56$$

$$\Delta = rs$$

$$\text{area of triangle} = r \times s$$

$$4 \times 14$$

$$= 56$$

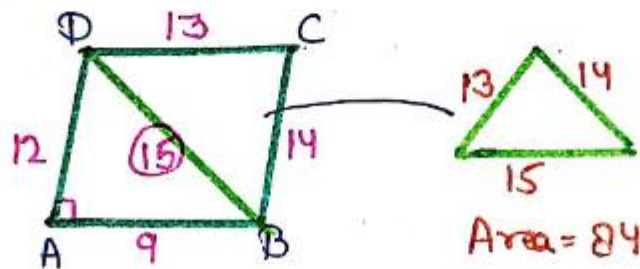
$$\text{Vol.} = \text{Base area} \times h$$

$$56 \times h = 366$$

$$h = \frac{366}{56} \approx 6.5\text{ cm}$$

- Q) The base of a right prism is a quadrilateral ABCD, given that  $AB = 9\text{ cm}$ ,  $BC = 14\text{ cm}$ ,  $CD = 13\text{ cm}$ ,  $DA = 12\text{ cm}$  and  $\angle DAB = 90^\circ$ . If the volume of the prism be  $2070\text{ cm}^3$ , then the area of the lateral surface is:

किसी प्रिज्म का आधार चतुर्भुज ABCD है। दिया गया है,  $AB = 9\text{ cm}$ ,  $BC = 14\text{ cm}$ ,  $CD = 13\text{ cm}$ ,  $DA = 12\text{ cm}$  तथा  $\angle DAB = 90^\circ$  है। यदि प्रिज्म का आयतन  $2070$  सेमी<sup>3</sup> हो, तब प्रिज्म का वक्रपृष्ठ क्षेत्रफल ज्ञात करें।



Area of Quadrilateral  
 $= \text{ar. } \triangle ADB + \text{ar. } \triangle BDC$

$$\frac{1}{2} \times 12 \times 9 + 84$$

$$54 + 84 = 138$$

$$138 \times h = 2070$$

$$h = \frac{2070}{138} = 15$$

$$\text{C.S.A} = 48 \times 15$$

$$720$$

- Q) The base of a right prism is triangular. If  $v$  is the number of vertices of the prism,  $e$  is the number of edges and  $f$  is the number of faces, then the value of  $(v + e - f)/2$  is:

एक लंब प्रिज्म का आधार त्रिभुजाकार है। यदि  $v$  प्रिज्म के शीर्षों की संख्या,  $e$  किनारों की संख्या और  $f$  फलकों की संख्या है, तो

$$\frac{v + e - f}{2} \text{ का मान है}$$

# ROJGAR WITH ANKIT



$$\begin{aligned} V &= 6 \\ e &= 9 \\ f &= 5 \end{aligned}$$

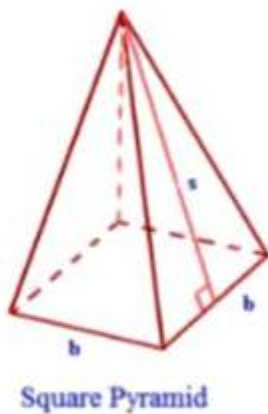
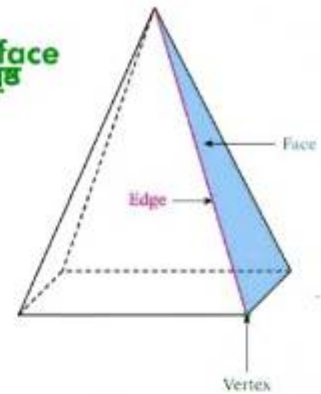
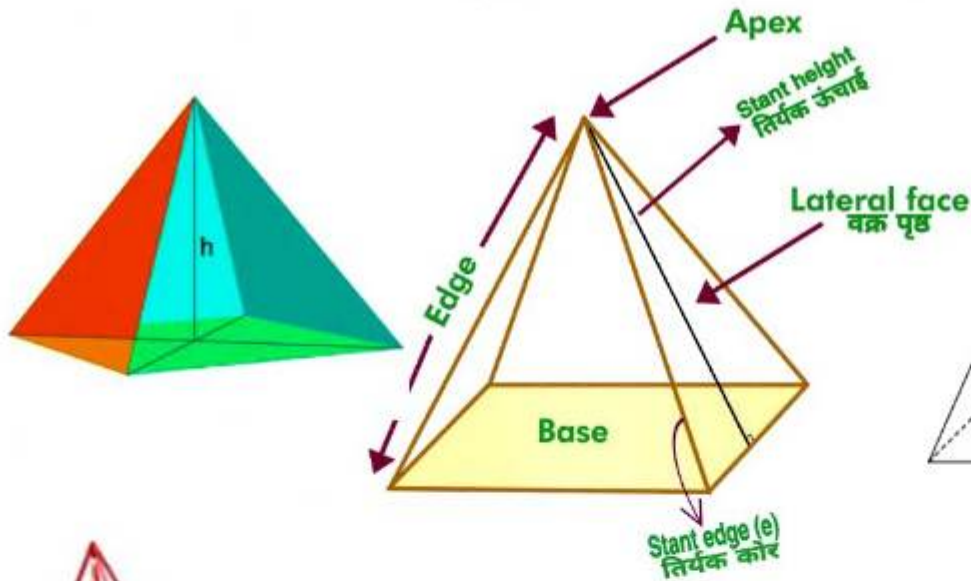
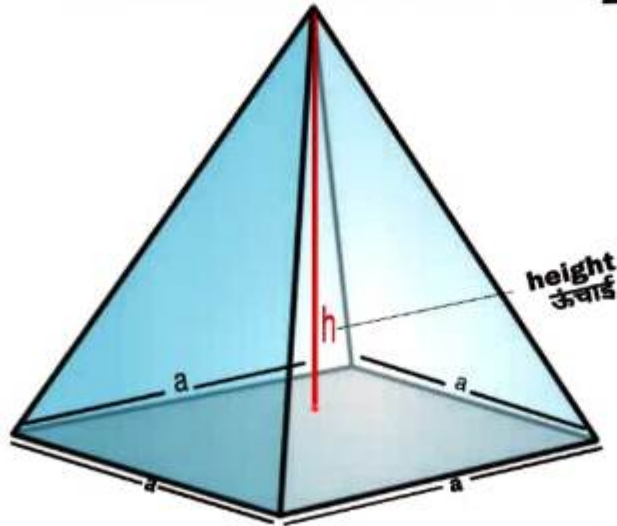
$$\frac{V+e-f}{2} = \frac{6+9-5}{2}$$

$$\frac{10}{2} = 5$$

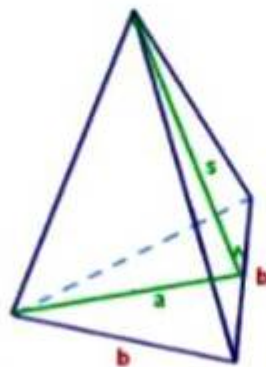


# MENSURATION 3D

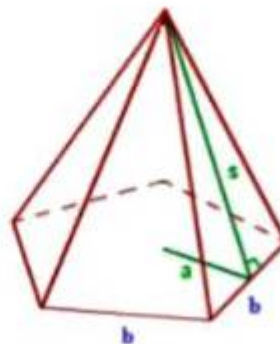
## PYRAMID पिरामिड



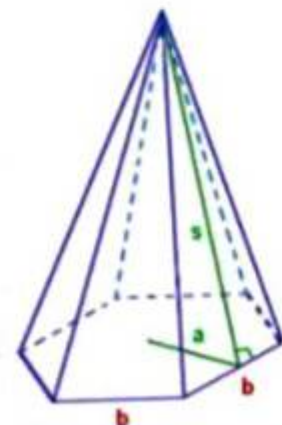
Square Pyramid



Triangular Pyramid



Pentagonal Pyramid



Hexagonal Pyramid

## \* VOLUME (आयतन) (V)

$$\frac{1}{3} \times \text{Base area} \times \text{height}$$

आधार का क्षेत्रफल  $\times$  ऊँचाई

## \* CURVED SURFACE AREA (C.S.A) (वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल)

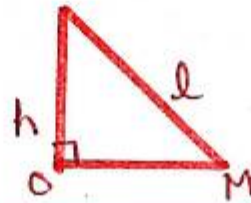
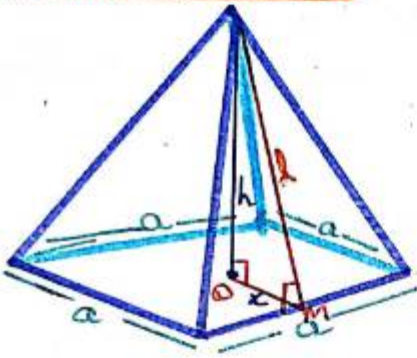
$$\frac{1}{2} \times \text{Base perimeter} \times \text{Slant height}$$

आधार का परिमाण  $\times$  तिर्यक ऊँचाई (l)

## \* TOTAL SURFACE AREA (T.S.A) (कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल)

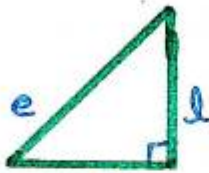
$$\text{C.S.A} + \text{Base area}$$

### \* SLANT HEIGHT

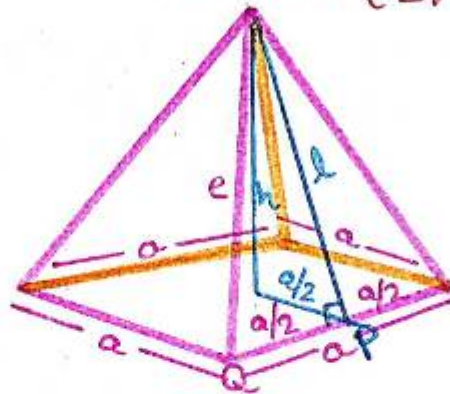


$$l^2 = h^2 + OM^2$$

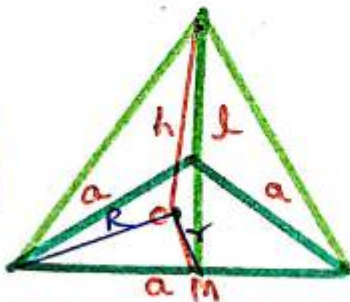
$$l^2 = h^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2$$



$$e^2 = l^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2$$

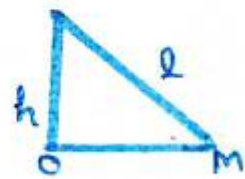


$$R = \frac{a}{\sqrt{3}}$$



$$r = \frac{a}{2\sqrt{3}}$$

$$OM = \frac{a}{2\sqrt{3}}$$



$$l^2 = h^2 + OM^2$$



Q) Area of the base of a pyramid is 57 sq. cm. and height is 10 cm, then its volume (in  $\text{cm}^3$ ), is

पिरामिड के आधार का क्षेत्रफल  $57 \text{ cm}^2$  तथा ऊँचाई 10 cm है। आयतन ज्ञात करें?

$$\begin{aligned} \text{Vol.} &= \frac{1}{3} \times \text{Base Area} \times h \\ &= \frac{1}{3} \times 57 \times 10 \\ &= 190 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

Q) The base of a pyramid is a square of side 40 cm. If the volume of a pyramid is  $8000 \text{ cm}^3$ . Find the height of the pyramid.  
किसी पिरामिड का आधार 40 सेमी. भुजा वाला वर्ग है। यदि किसी पिरामिड का आयतन  $8000 \text{ सेमी.}^3$  है। पिरामिड की ऊँचाई ज्ञात करें?

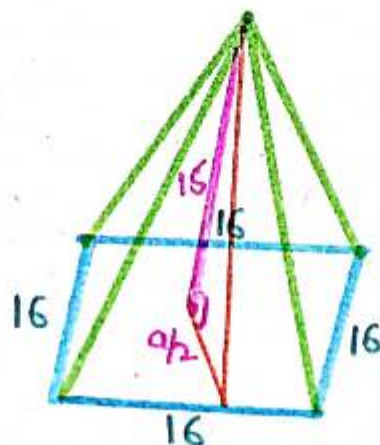
$$\begin{aligned} \text{आधार का Area} &= (40)^2 \\ &= 1600 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Vol.} &= \frac{1}{3} \times 1600 \times h = 8000 \\ h &= 15 \text{ cm} \end{aligned}$$

Q) The base of a right pyramid is a square of side 16 cm. long. If its height be 15 cm, then the area of the lateral surface in square cm is:

किसी पिरामिड का आधार 16 cm भुजा वाला वर्ग है। यदि उसकी ऊँचाई 15 cm. हो, तब तिर्यक पृष्ठ क्षेत्रफल ज्ञात करें?

$$\boxed{L.S.A = \frac{1}{2} \text{ Base perimeter} \times l}$$



$$\begin{aligned} 15 &= h \\ l &= 17 \\ \frac{a}{2} &= \frac{16}{2} = 8 \end{aligned}$$



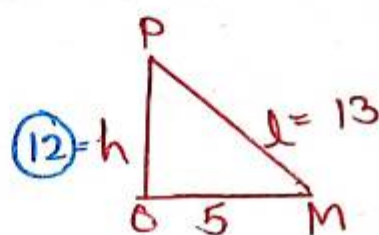
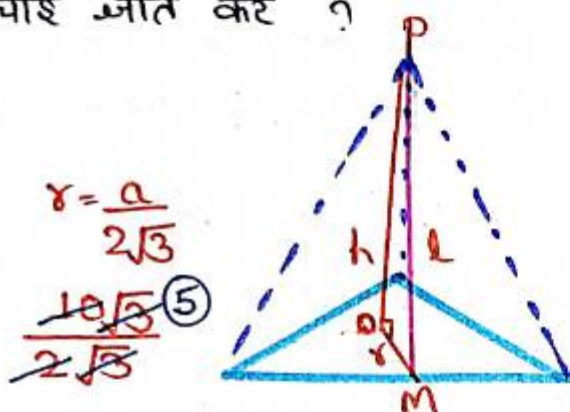
$$L.S.A = \frac{1}{2} \times 16 \times 4 \times 17$$

$$= \frac{32}{64} \times 17 \times \frac{1}{2}$$

$$544$$

① The base of a right pyramid is equilateral triangle of side  $10\sqrt{3}$  cm. If the total surface area of the pyramid is  $270\sqrt{3}$  sq. cm. its height is

किसी पिरामिड का आधार  $10\sqrt{3}$  cm भुजा वाला समबाहु त्रिभुज है। यदि पिरामिड का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल  $270\sqrt{3}$  cm<sup>2</sup> है, तब ऊँचाई ज्ञात करें ?



$$T.S.A = \frac{1}{2} \times \text{Base perimeter} \times l + \text{Base Area}$$

$$\frac{1}{2} \times 3 \times 10\sqrt{3} \times l + \frac{\sqrt{3}}{4} (10\sqrt{3})^2 = 270\sqrt{3}$$

$$\frac{1}{2} \times 30\sqrt{3} l + \frac{\sqrt{3}}{4} \times 300 = 270\sqrt{3}$$

$$270\sqrt{3} - 75\sqrt{3}$$

$$15\sqrt{3} l = 195\sqrt{3}$$

$$l = 13$$

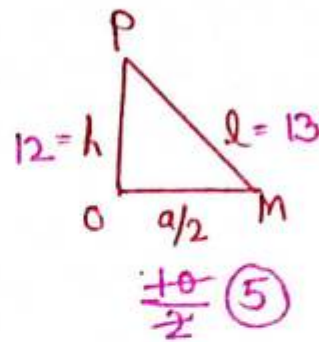
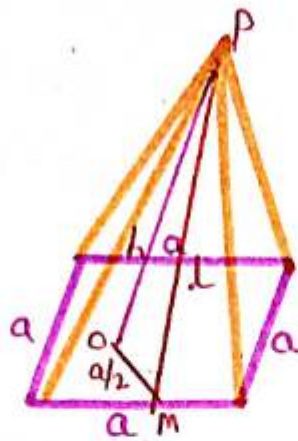
$$h = 12 \text{ cm}$$

① A right pyramid stands on a square base of diagonal  $10\sqrt{2}$  cm. If the height of the pyramid is 12 cm, the area (in cm<sup>2</sup>) of its slant surface is:

$10\sqrt{2}$  cm विकर्ण वाले वर्ग को आधार मानकर एक पिरामिड बनाया गया। यदि पिरामिड की ऊँचाई 12 सेमी. है, तिर्यक पृष्ठ का क्षेत्रफल ज्ञात करें।

$$\sqrt{2}a = 10\sqrt{2}$$

$$a = 10$$



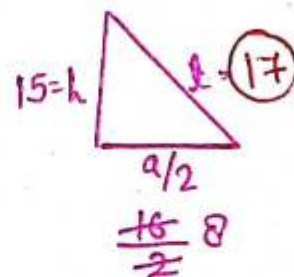
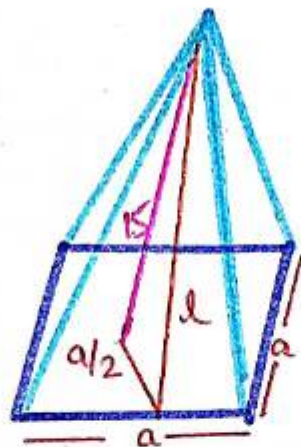
$$C.S.A = \frac{1}{2} \times \text{Base p} \times l$$

$$\frac{1}{2} \times 40 \times 13$$

$$260$$

- Q) A right pyramid stands on a square base of side 16 cm and its height is 15 cm. The area (in  $\text{cm}^2$ ) of its slant surface is:

किसी पिरामिड का आधार 16 cm भुजा का वर्ग तथा ऊँचाई 15 cm है।  
तिर्यक पृष्ठ का क्षेत्रफल ज्ञात करें ?



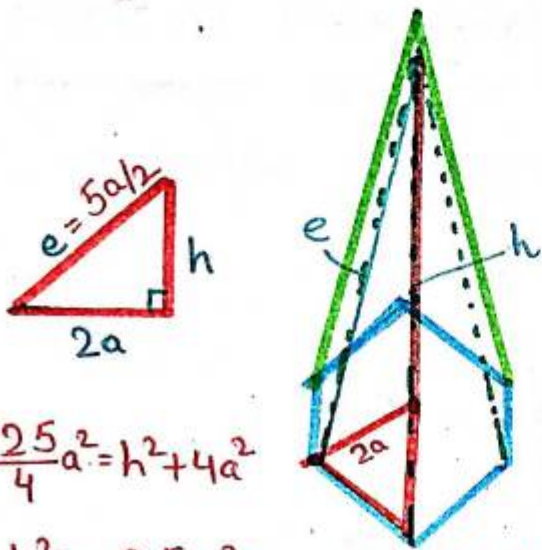
$$L.S.A = \frac{1}{2} \times B.P \times l$$

$$\frac{1}{2} \times 64 \times 17$$

$$544$$

- Q) A pyramid is constructed taking a hexagon of side 2a cm as its base. If the of the pyramid is equal to the slant edge  $\frac{5a}{2}$  cm. Find the volume of the pyramid?

किसी  $2a$  सेमी. भुजा वाले षट्भुज को आधार मानते हुए, पिरामिड है।  
यदि पिरामिड की तिर्यक कोर  $\frac{5a}{2}$  सेमी. है, पिरामिड का आयतन ज्ञात करें ?



$$\frac{25}{4}a^2 = h^2 + 4a^2$$

$$h^2 = \frac{25a^2}{4} - 4a^2 \Rightarrow \frac{9a^2}{4}$$

$$h = \sqrt{\frac{9a^2}{4}}$$

$$\boxed{h = \frac{3a}{2}}$$

$$V = \frac{1}{3} B \cdot A \times h$$

$$\frac{1}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{4} (2a)^2 \times \frac{3}{2} a$$

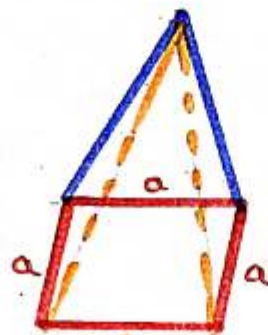
$$\frac{\sqrt{3}}{4} \times 4a^2 \times \frac{3}{2} a$$

$$3\sqrt{3} a^3$$



Q) If the slant height of a right pyramid with square base is 4 meter and the slant surface of the pyramid is 12 square meter, then the ratio of total slant surface and area of the base is:

किसी पिरामिड की तिर्यक ऊँचाई 4 मीटर तथा तिर्यक पृष्ठ क्षेत्रफल  $12 \text{ m}^2$  तथा आधार एक वर्ग है। तब तिर्यक पृष्ठ क्षेत्रफल तथा आधार का क्षेत्रफल का अनुपात ज्ञात करें।



$$\text{C.S.A.} = \frac{1}{2} \times \text{B.P} \times l$$

$$\frac{1}{2} \times 4a \times 4 = 12$$

$$a = \frac{3}{2}$$

<u>C.S.A.</u>	:	<u>B.A.</u>
12	:	$(\frac{3}{2})^2$
<del>4 \times 12</del>	:	$\frac{9}{4}$
16	:	3

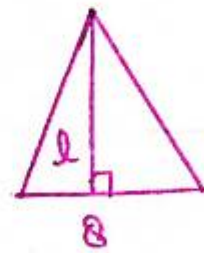
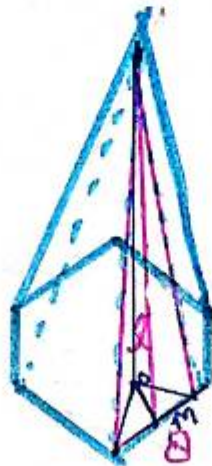
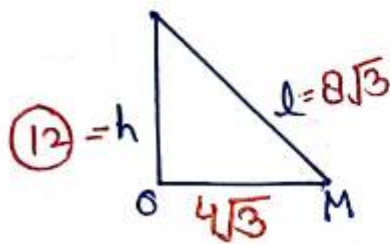
Q) If the area of the base of a regular hexagonal pyramid is  $96\sqrt{3} \text{ m}^2$  and the area of one of its side faces is  $32\sqrt{3} \text{ m}^2$  then the volume of the pyramid is:

एक पृष्ठभुजिय के आधार का क्षेत्रफल  $96\sqrt{3} \text{ m}^2$  और इसके किसी एक छोर का क्षेत्रफल  $32\sqrt{3} \text{ m}^2$  है तो पिरामिड का आयतन क्या होगा?

$$\cancel{6} \times \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = \cancel{96\sqrt{3}}^{16}$$

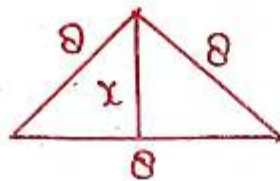
$$a^2 = 64$$

$$a = \sqrt{64} = 8$$



$$\frac{1}{2} \times 8 \times l = 32\sqrt{3}$$

$$l = 8\sqrt{3}$$



$$x = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 8$$

$$h^2 + 48 = 192$$

$$h^2 = 192 - 48$$

$$= 144$$

$$h = \sqrt{144} = 12$$

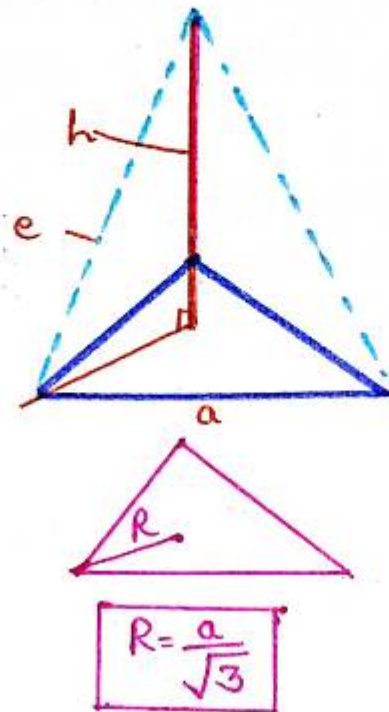
$$V = \frac{1}{3} \times 6 \times \frac{\sqrt{3}}{4} (8)^2 \times 12$$

$$6 \times 64\sqrt{3}$$

$$384\sqrt{3}$$

Q) If 'h' be the height of a pyramid standing on a base which is an equilateral triangle of side 'a' units, then the slant edge is:

किसी पिरामिड की ऊँचाई 'h' है जो कि 'a' भुजा वाले समबाहु त्रिभुज के आधार पर खड़ा हुआ है। तिर्यक किनारा ज्ञात करो।

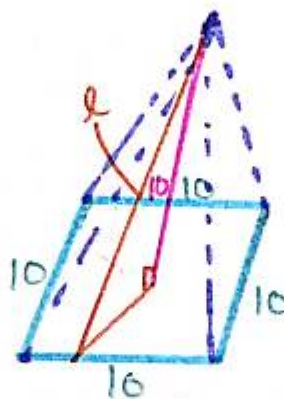


$$e^2 = \left(\frac{a}{\sqrt{3}}\right)^2 + h^2$$

$$e = \sqrt{\frac{a^2}{3} + h^2}$$

Q) The base of right pyramid is a square of side 10cm. If its height is 10 cm. Then the area (in  $\text{cm}^2$ ) of its lateral surface is.

किसी लम्ब पिरामिड का आधार 10 सेमी भुजा वाला वर्ग है। यदि उसकी ऊँचाई 10 सेमी है, तो इसका पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल (सेमी<sup>2</sup> में) है।



$$l^2 = 10^2 + 5^2$$

$$l = \sqrt{125}$$

$$= 5\sqrt{5}$$

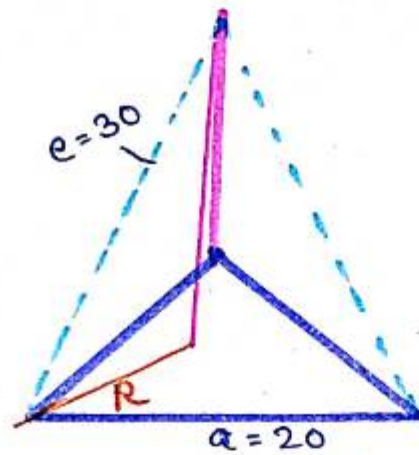


$$L.S.A = \frac{1}{2} \times 40 \times 5\sqrt{5}$$

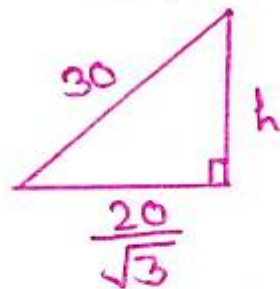
$$100\sqrt{5}$$

Q) The base of right pyramid is an equilateral triangle each side of which is 20 cm. Each slant edge is 30 cm. The vertical height (in cm) of the pyramid is?

एक लम्ब पिरामिड का आधार एक ऐसा समबाहु त्रिभुज है, जिसकी प्रत्येक भुजा की लम्बाई 20 सेमी है। प्रत्येक तिर्यक कोर 30 सेमी है। पिरामिड की उर्ध्वाक्ष ऊँचाई (सेमी में) है।



$$\frac{a}{\sqrt{3}} = \frac{20}{\sqrt{3}} = R$$



$$30^2 = h^2 + \left(\frac{20}{\sqrt{3}}\right)^2$$

$$900 - \frac{400}{3} = h^2$$

$$\sqrt{\frac{2300}{3}} = h$$

$$10\sqrt{\frac{23}{3}} = h$$

Q) The total surface area of a right pyramid, with base as a square of side 8 cm, is  $208 \text{ cm}^2$ . The slant height (in cm) of the pyramid is.

8 सेमी भुजा के वर्गाकार आधार वाले एक सम पिरामिड का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल  $208 \text{ सेमी}^2$  है। पिरामिड की तिर्यक ऊँचाई (सेमी में) है।

$$T.S.A = C.S.A + B.A$$

$$208 = \frac{1}{2} \times \frac{16}{32} \times l + (8)^2$$

$$208 - 64 = 16l$$

$$9 \times 144 = 16l$$

$$l = 9$$