



CENTERS OF TRIANGLE

त्रिभुज के केंद्र

CLASS NOTES

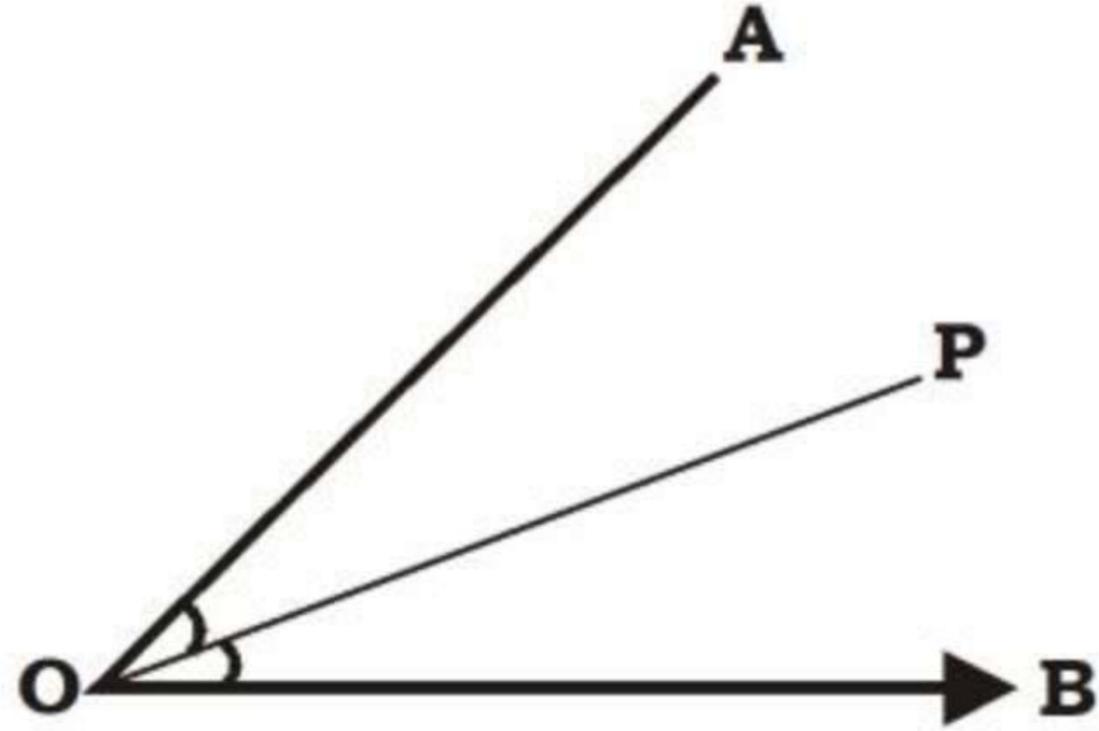
BY ADITYA RANJAN

We will study 4 types of centres of a triangle

हम यहाँ त्रिभुज के 4 प्रकार के केन्द्रों का अध्ययन करेंगे

- (i) Incentre/ अंतः केन्द्र**
- (ii) Circumcenter/ बाह्य केन्द्र**
- (iii) Centroid/ केन्द्रक**
- (iv) Orthocentre/ लम्ब केन्द्र**

Angle Bisector / कोण समद्विभाजक



In A line which divides an angle in two equal parts is called the angle bisector.

एक ऐसी रेखा जो किसी कोण को दो बराबर भागों में विभाजित कर दे, कोण समद्विभाजक कहलाते हैं।

If line OP divides $\angle AOB$ in two equal parts,

i.e. $\angle AOP = \angle BOP = \frac{\angle AOB}{2}$, then OP is an angle bisector.

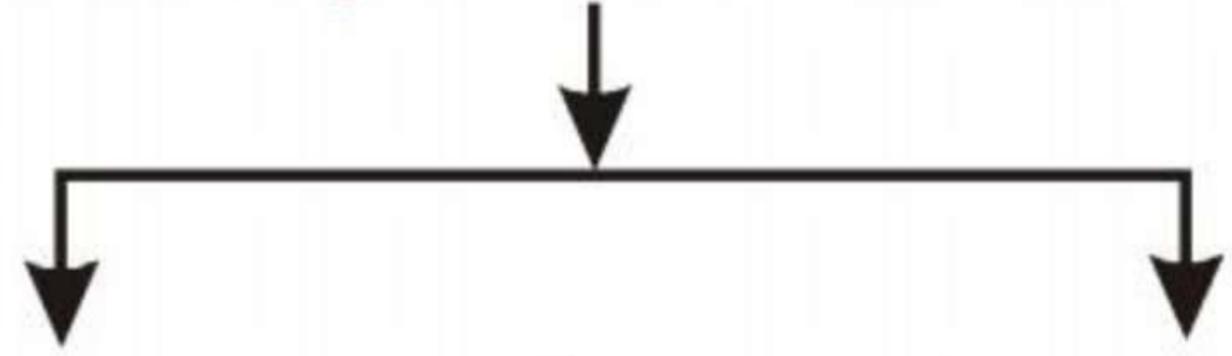
यदि रेखा OP, $\angle AOB$ को दो बराबर भागों में विभाजित

करती है, अर्थात् $\angle AOP = \angle BOP = \frac{\angle AOB}{2}$, तो

OP कोण समद्विभाजक होता है।

Angle bisector of an angle of a triangle

किसी त्रिभुज का कोण समद्विभाजक



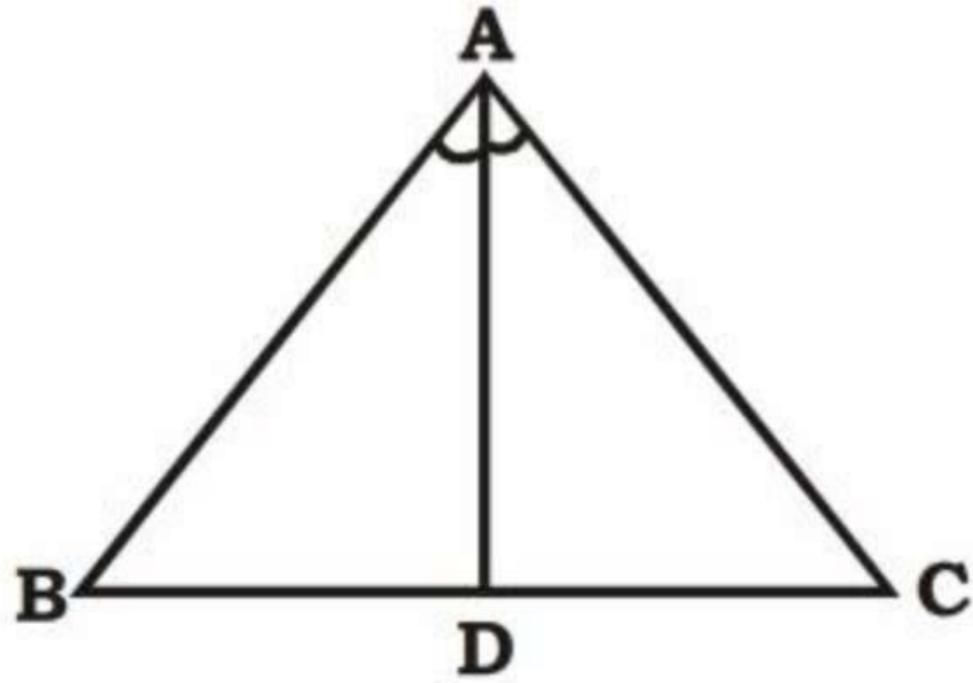
Interior or Internal

आंतरिक या अंतः

Exterior or External

बाहरी या बाह्य

Internal Angle Bisector/आंतरिक कोण समद्विभाजक



If a line bisects the Internal angle of a triangle, then it is called internal angle bisector of a triangle.

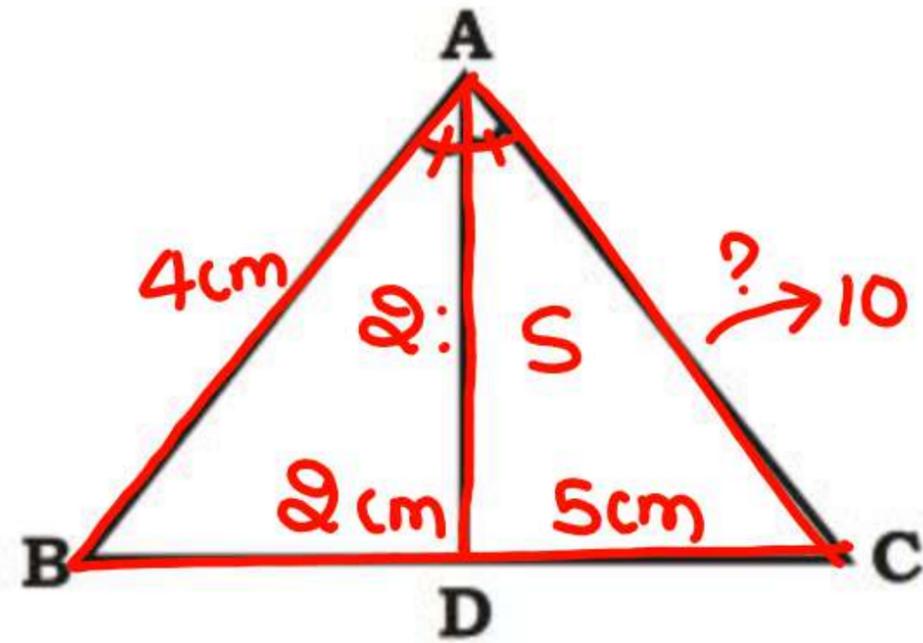
यदि कोई रेखा किसी त्रिभुज के आंतरिक कोण कोण को द्विभाजित करे तो यह त्रिभुज की आंतरिक कोण द्विभाजक कहलाती है।

If line AD is such that $\angle BAD = \angle CAD$, then AD is the interior bisector of the angle A.

यदि रेखा AD इस प्रकार है कि $\angle BAD = \angle CAD$, तो AD आंतरिक कोण A का द्विभाजक कहलाती है।

Internal Angle Bisector Theorem

आंतरिक कोण समद्विभाजक प्रमेय

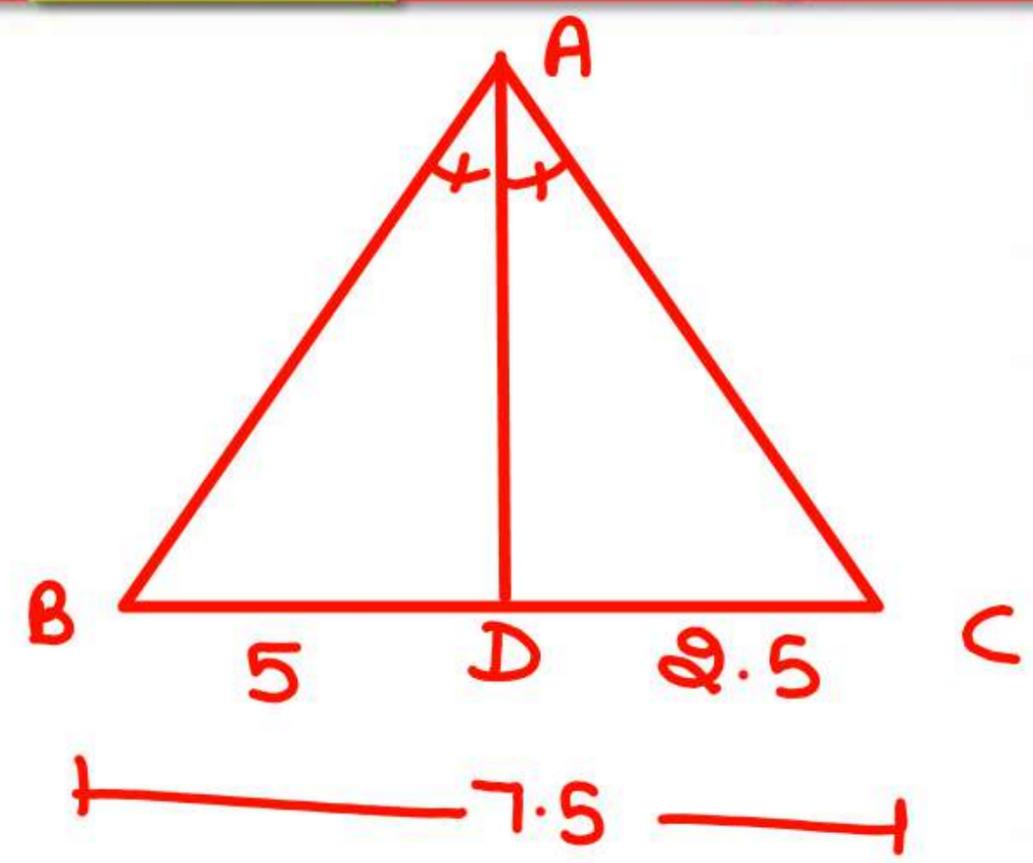


$$\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC}$$

The Internal bisector of an angle of a triangle divides the opposite side internally in the ratio of the sides containing the angle, i.e.

किसी त्रिभुज के किसी कोण का आंतरिक समद्विभाजक विपरीत भुजा को कोण को बनाने वाली दोनों भुजाओं के अनुपात में अंतःविभाजित करता है।

$$\frac{BD}{CD} = \frac{AB}{AC}$$



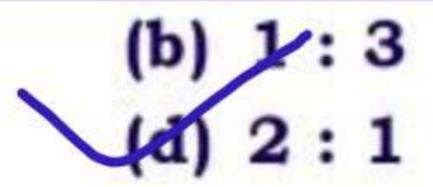
$$\frac{AB}{AC} = \frac{5}{2.5} = \frac{2}{1}$$

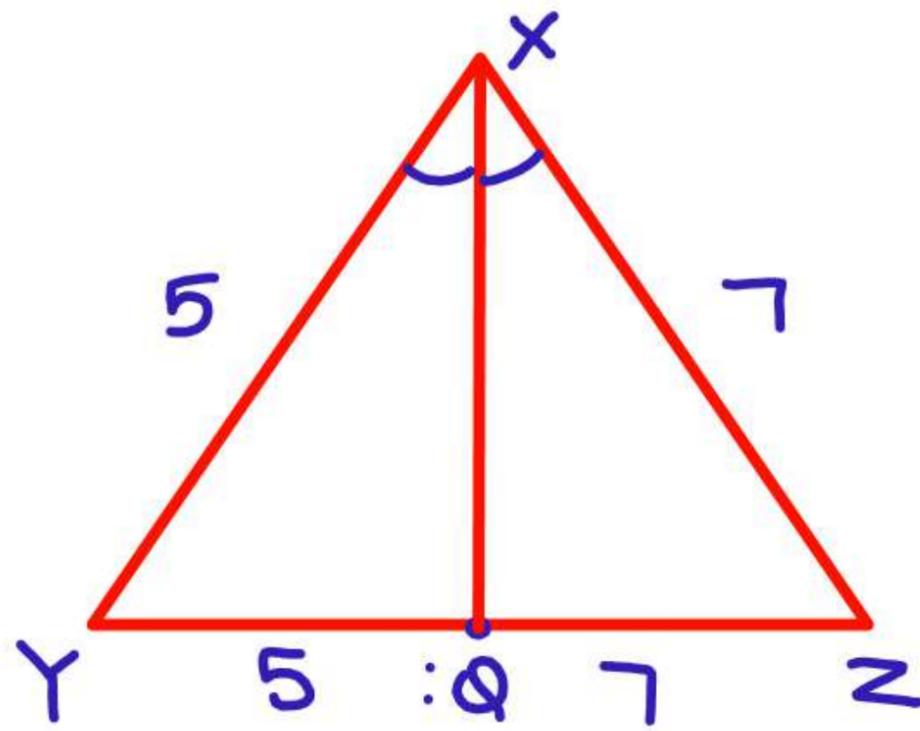
1. In $\triangle ABC$, AD is the internal bisector of $\angle A$, meeting the side BC at D. If $BD = 5$ cm, $BC = 7.5$ cm, then $AB : AC$ is:

$\triangle ABC$ में, AD, $\angle A$ का आंतरिक द्विभाजक (internal bisector) है, जो भुजा BC से D पर मिलता है। यदि $BD = 5$ सेमी, $BC = 7.5$ सेमी, तो $AB : AC$ क्या है?

SSC CPO 27/06/2024 (Shift-01)

- (a) 1 : 2
- (b) 1 : 3
- (c) 3 : 1
- (d) 2 : 1





2. In $\triangle XYZ$, if $XY = 5$ cm, $XZ = 7$ cm and Q is a point on YZ such that XQ bisects $\angle X$, then find the value of $YQ : QZ$.

$\triangle XYZ$ में, यदि $XY = 5$ cm, $XZ = 7$ cm और Q , YZ पर एक बिंदु इस प्रकार है कि XQ , $\angle X$ को समद्विभाजित करता है, तो $YQ : QZ$ का मान ज्ञात कीजिए।

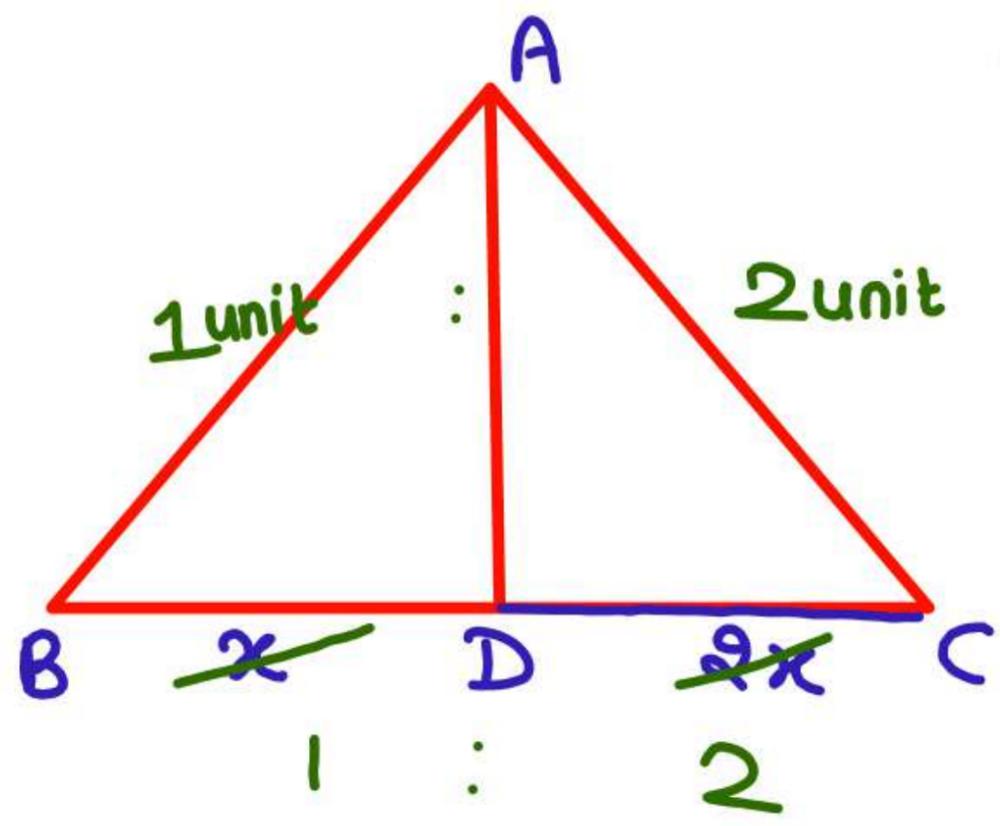
SSC CHSL TIER-II 10/01/2024

(a) 7 : 5

(b) 5 : 12

(c) 7 : 12

(d) 5 : 7



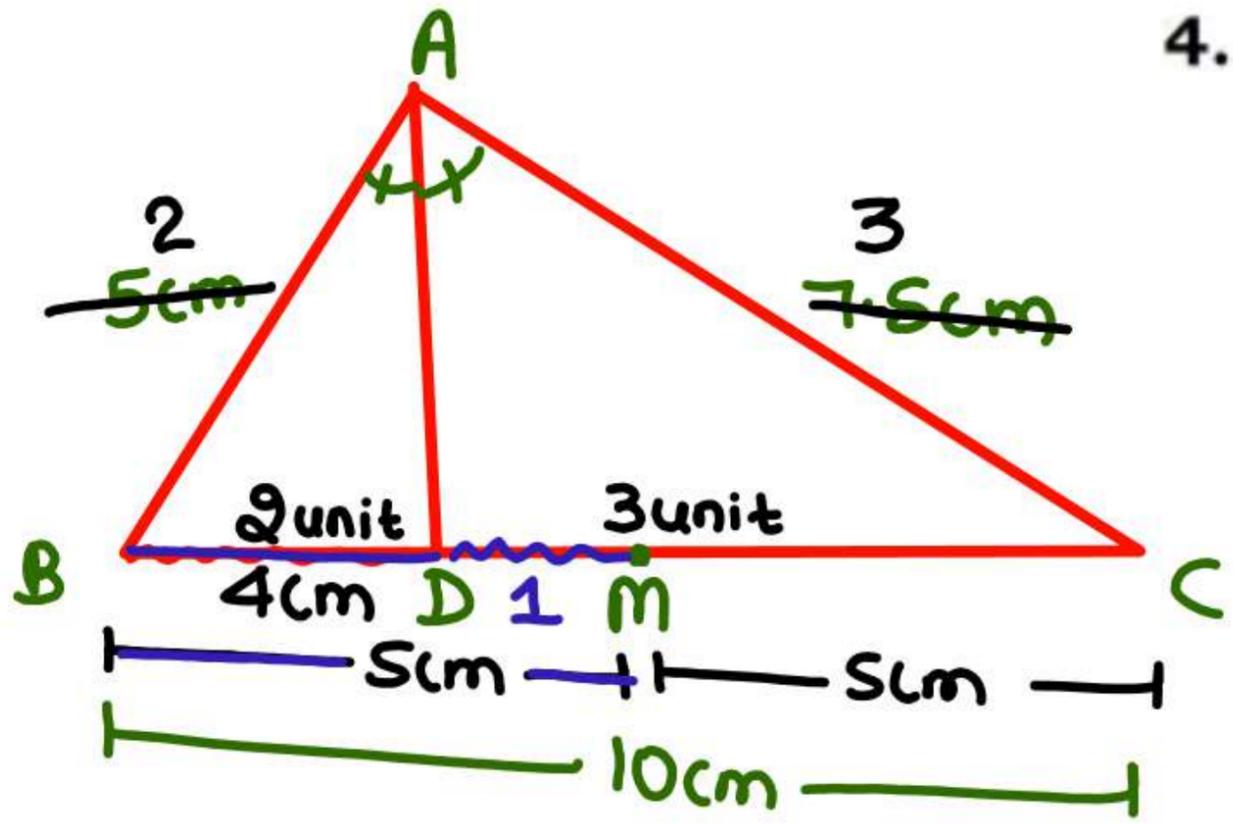
1 unit = 5 cm

3. In a triangle ABC, the bisector of angle BAC meets BC at point D such that $DC = 2BD$. If $AC - AB = 5$ cm, then find the length of AB (in cm).

एक त्रिभुज ABC में, कोण BAC का समद्विभाजक BC से बिंदु D पर इस प्रकार मिलता है कि $DC = 2BD$ है। यदि $AC - AB = 5$ cm, तो AB की लंबाई (cm में) ज्ञात कीजिए।

SSC CGL 19/04/2022 (Shift- 03)

- (a) 5
- (b) 10
- (c) 12
- (d) 7

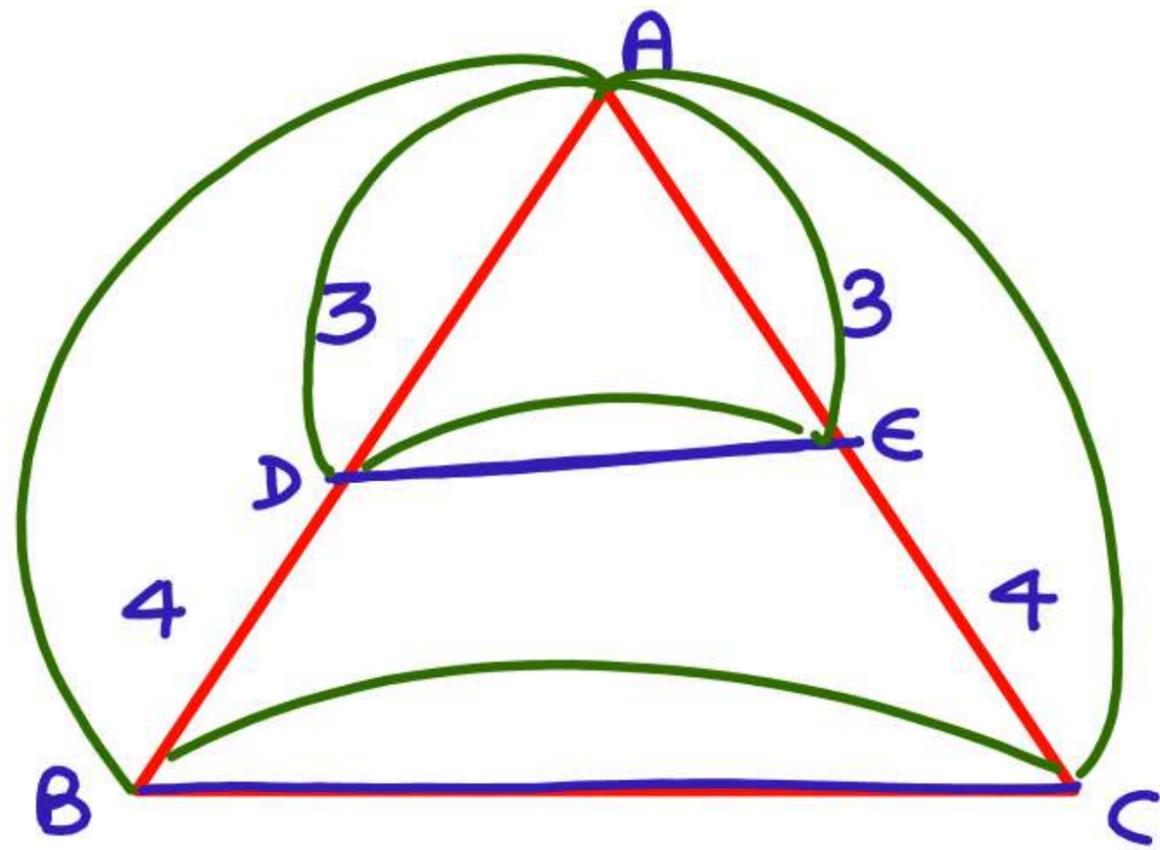


4. In triangle ABC, AD is the bisector of $\angle A$. If $AB = 5$ cm, $AC = 7.5$ cm and $BC = 10$ cm, then what is the distance of D from the mid-point of BC (in cm) ?

त्रिभुज ABC में AD, $\angle A$ का समद्विभाजक है। यदि $AB = 5$ सेमी, $AC = 7.5$ सेमी और $BC = 10$ सेमी है, तो BC के मध्य बिन्दु से D की दूरी (सेमी में) ज्ञात करें।

SSC CGL 23/08/2021 (Shift- 01)

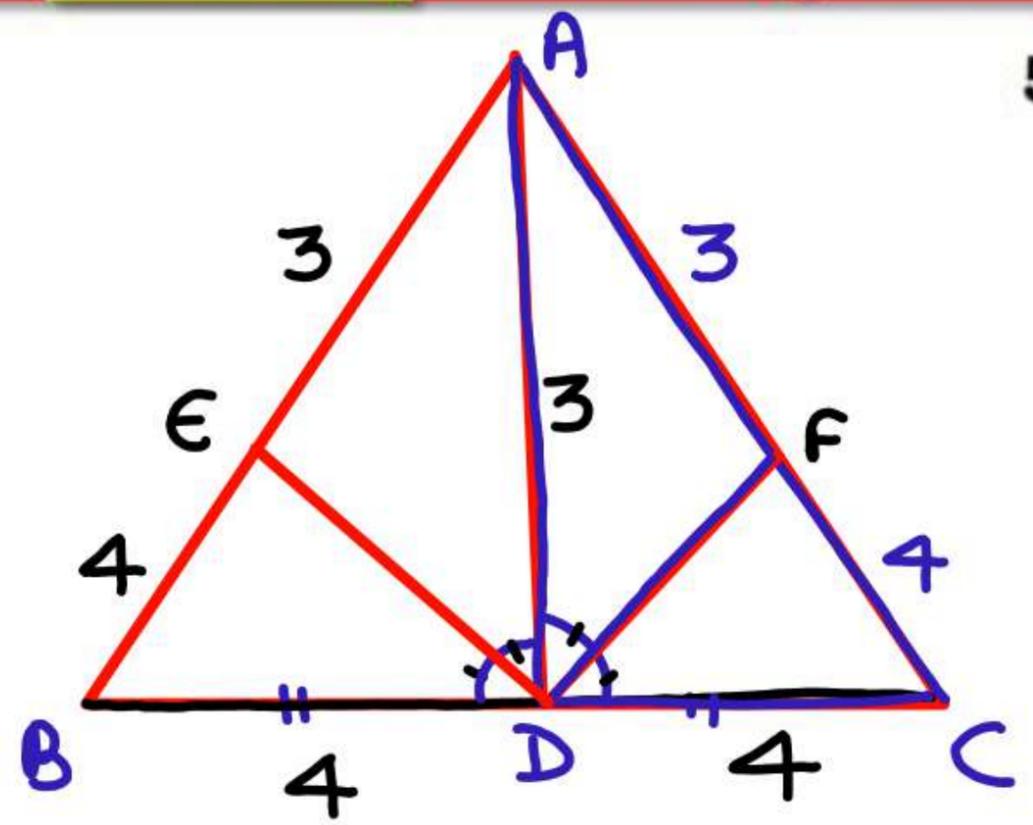
- (a) 2
- (b) 1.5
- (c) 2.2
- (d) 1



$DE \parallel BC$

(Thales Theorem)

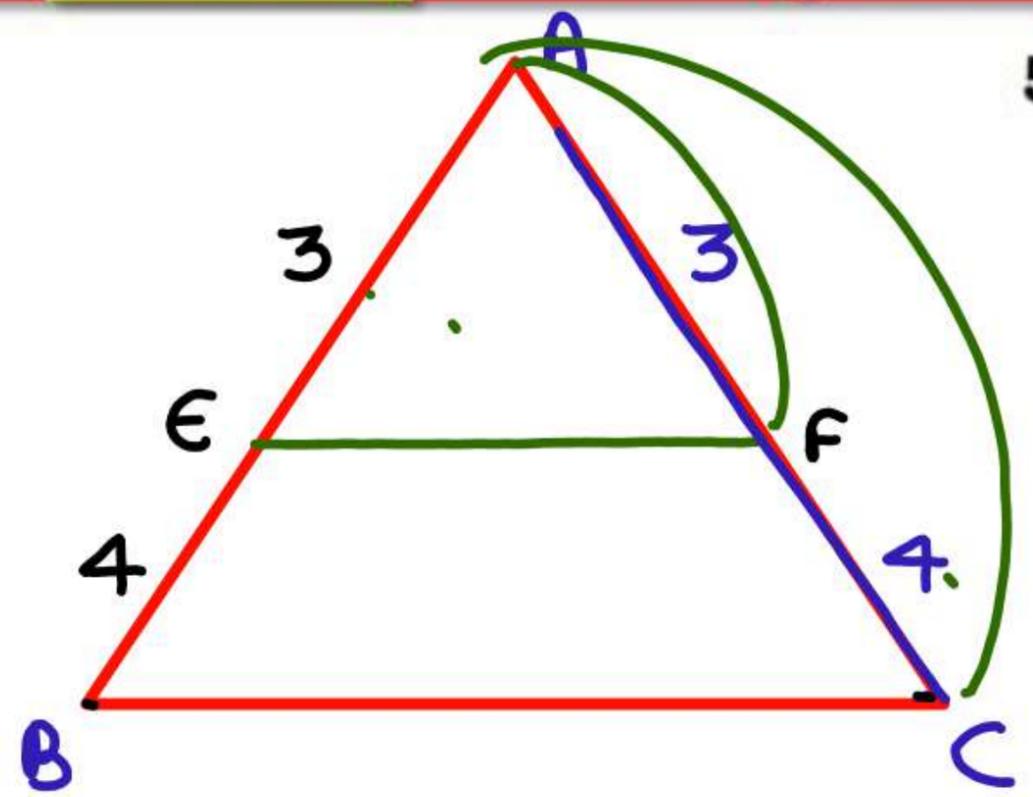
$$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$$



5. In a $\triangle ABC$, AD is a median. The bisectors of $\angle ADB$ and $\angle ADC$ meet AB and AC at E and F respectively. If the ratio of $AE : BE = 3 : 4$, then find the ratio of $EF : BC$.

किसी त्रिभुज $\triangle ABC$ में **AD** एक माध्यिका है। $\angle ADB$ और $\angle ADC$ के समद्विभाजक **AB** और **AC** से क्रमशः **E** तथा **F** पर मिलते हैं। यदि $AE : BE = 3 : 4$ हो, तो $EF : BC$ का अनुपात ज्ञात कीजिए।

- (a) 3 : 4
- (b) 4 : 3
- (c) 7 : 3
- (d) 3 : 7



$EF \parallel BC$

$\frac{EF}{BC} = \frac{3}{7}$

5. In a $\triangle ABC$, AD is a median. The bisectors of $\angle ADB$ and $\angle ADC$ meet AB and AC at E and F respectively. If the ratio of $AE : BE = 3 : 4$, then find the ratio of $EF : BC$.

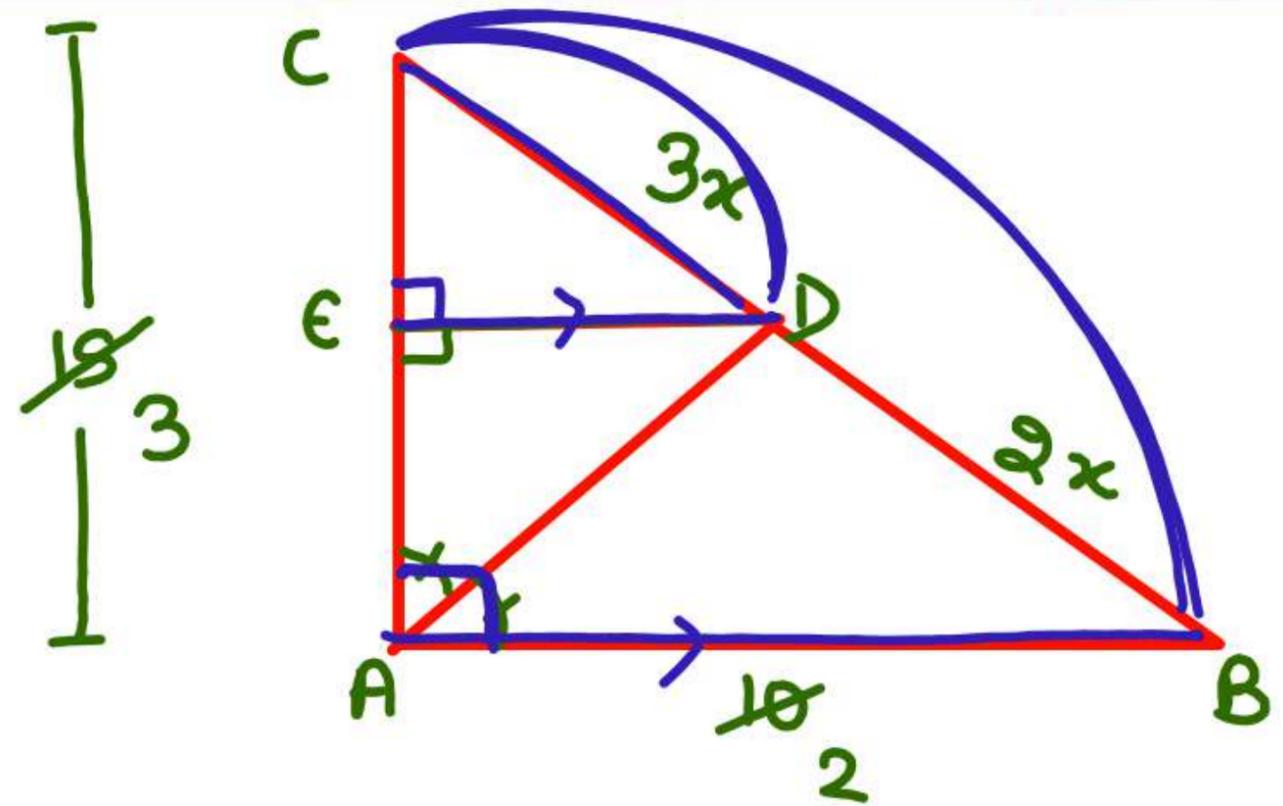
किसी त्रिभुज $\triangle ABC$ में **AD** एक माध्यिका है। $\angle ADB$ और $\angle ADC$ के समद्विभाजक **AB** और **AC** से क्रमशः **E** तथा **F** पर मिलते हैं। यदि $AE : BE = 3 : 4$ हो, तो $EF : BC$ का अनुपात ज्ञात कीजिए।

(a) 3 : 4

(b) 4 : 3

(c) 7 : 3

(d) 3 : 7



6. In $\triangle ABC$, $\angle A = 90^\circ$, AD is the bisector of $\angle A$ meeting BC at D, and $DE \perp AC$ at E. If $AB = 10$ cm and $AC = 15$ cm then the length of DE, in cm, is:

$\triangle ABC$ में $\angle A = 90^\circ$, AD, $\angle A$ का द्विभाजक है जो BC को D पर मिलता है, और $DE \perp AC$ यदि $AB = 10$ सेमी और $AC = 15$ सेमी है तो DE की लंबाई (सेमी में), है:

- (a) 7.5
- (b) 6.25
- (c) 6
- (d) 8

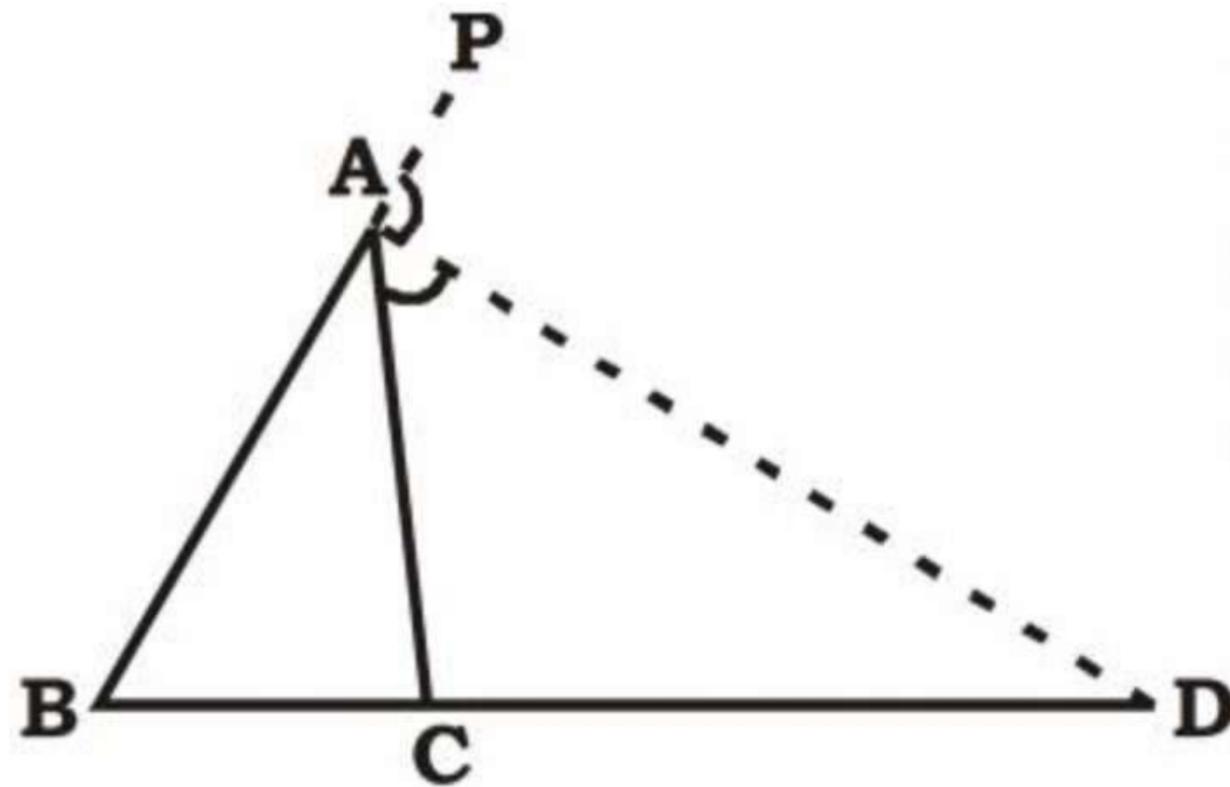
Handwritten solution:

$$\frac{ED}{AB} = \frac{3x}{5x}$$

$$\Rightarrow \frac{ED}{10} = \frac{3}{5}$$

$$\Rightarrow ED = \frac{30}{5} = 6$$

External Angle Bisector/बाह्य कोण समद्विभाजक



If a line bisects the exterior angle of a triangle, then it is called external angle bisector of a triangle.

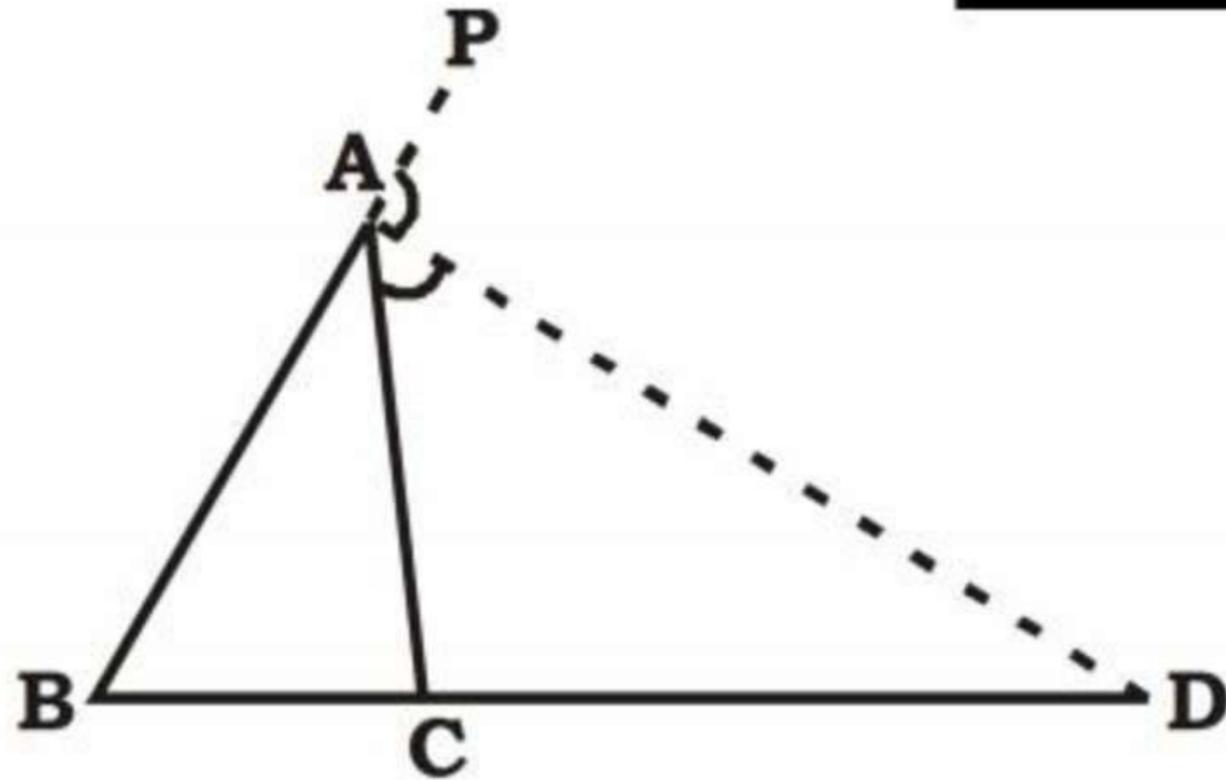
यदि कोई रेखा किसी त्रिभुज के बाह्य कोण को समद्विभाजित करे तो यह त्रिभुज की बाह्य कोण समद्विभाजक कहलाती है।

If line AD is such that $\angle PAD = \angle DAC = \left(\frac{\pi - A}{2}\right)$, then AD is the exterior bisector of the angle $\angle A$.

यदि रेखा AD इस प्रकार है कि $\angle PAD = \angle DAC = \left(\frac{\pi - A}{2}\right)$, तो AD, $\angle A$ का बाह्य समद्विभाजक कहलाती है।

External Angle Bisector Theorem

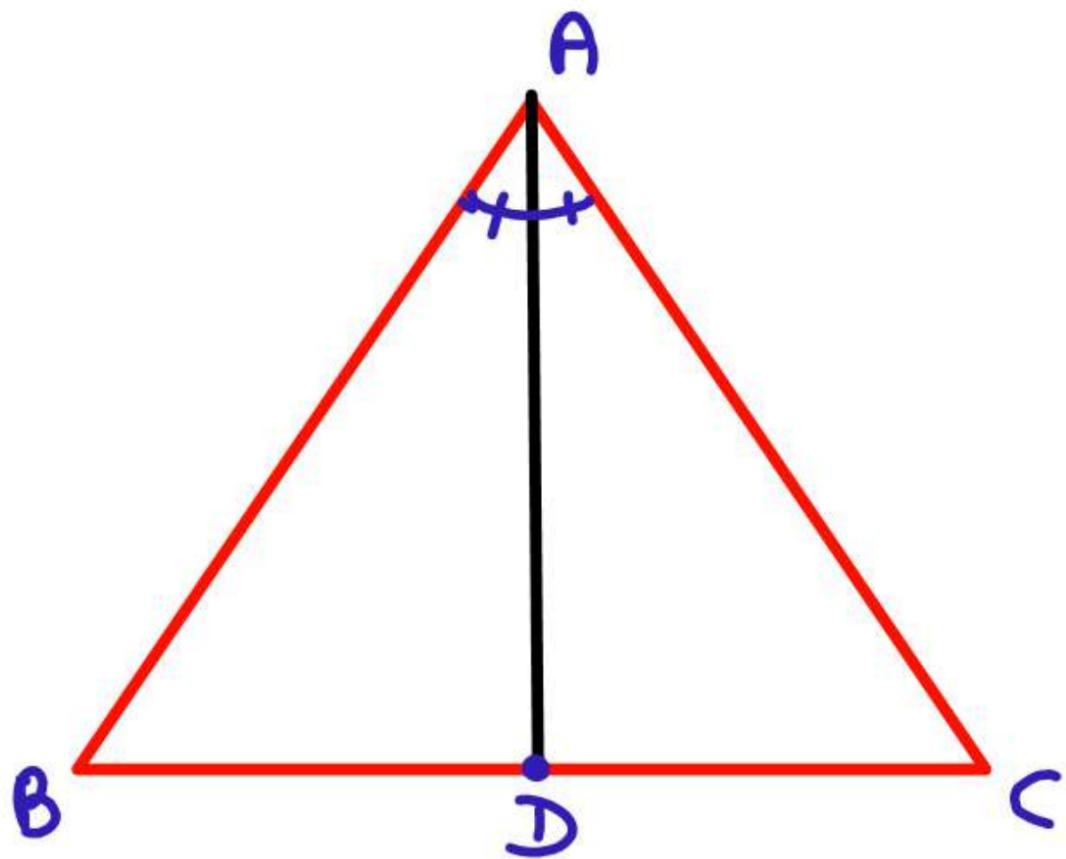
बाह्य कोण समद्विभाजक प्रमेय



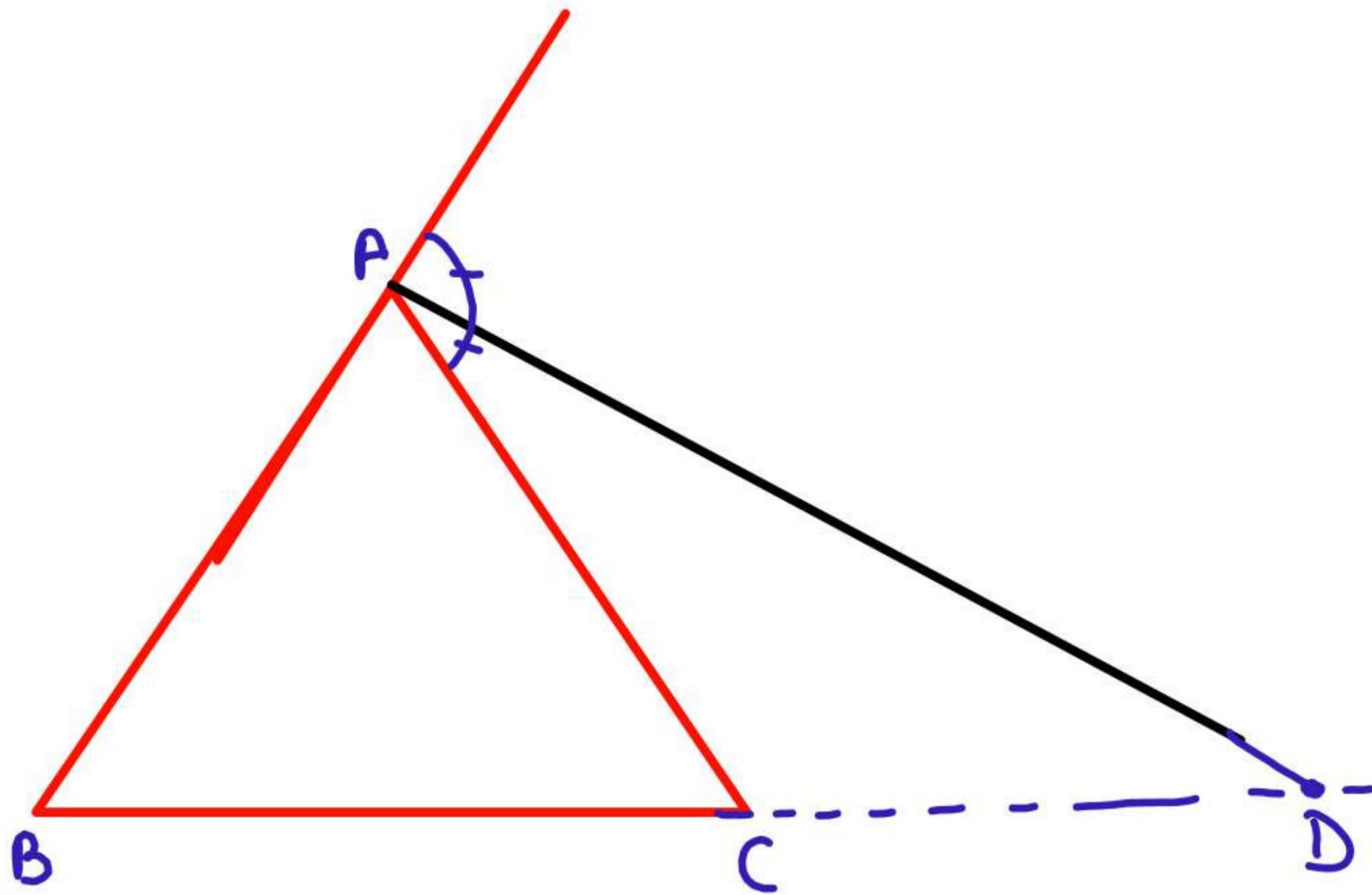
The external bisector of an angle of a triangle divides the opposite side externally in the ratio of the sides containing the angle.

किसी त्रिभुज के किसी कोण का बाह्य समद्विभाजक विपरीत भुजा को कोण को बनाने वाली दोनों भुजाओं के अनुपात में बाह्यतः विभाजित करता है।

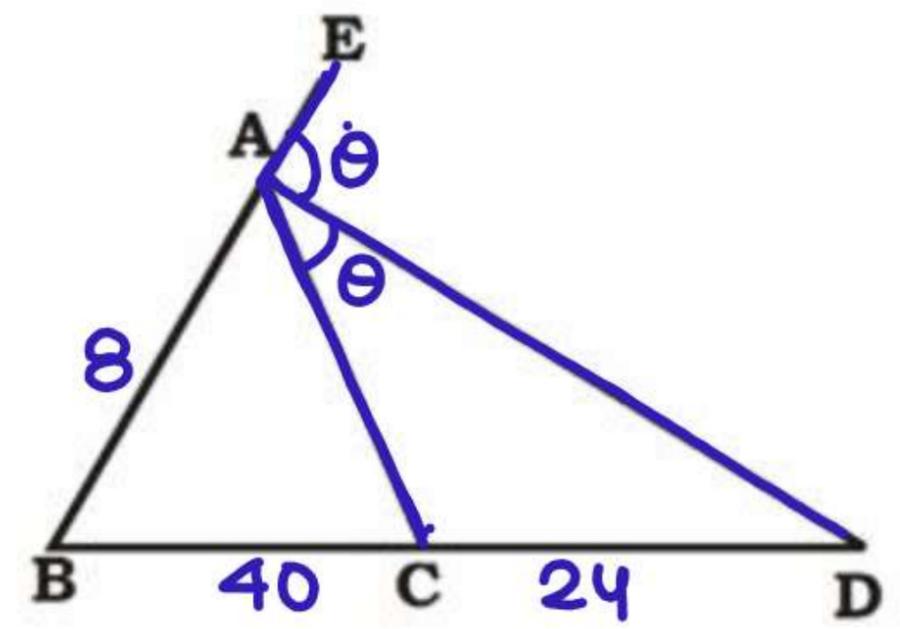
$$\frac{BD}{CD} = \frac{AB}{AC}$$



$$\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC}$$



$$\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC}$$



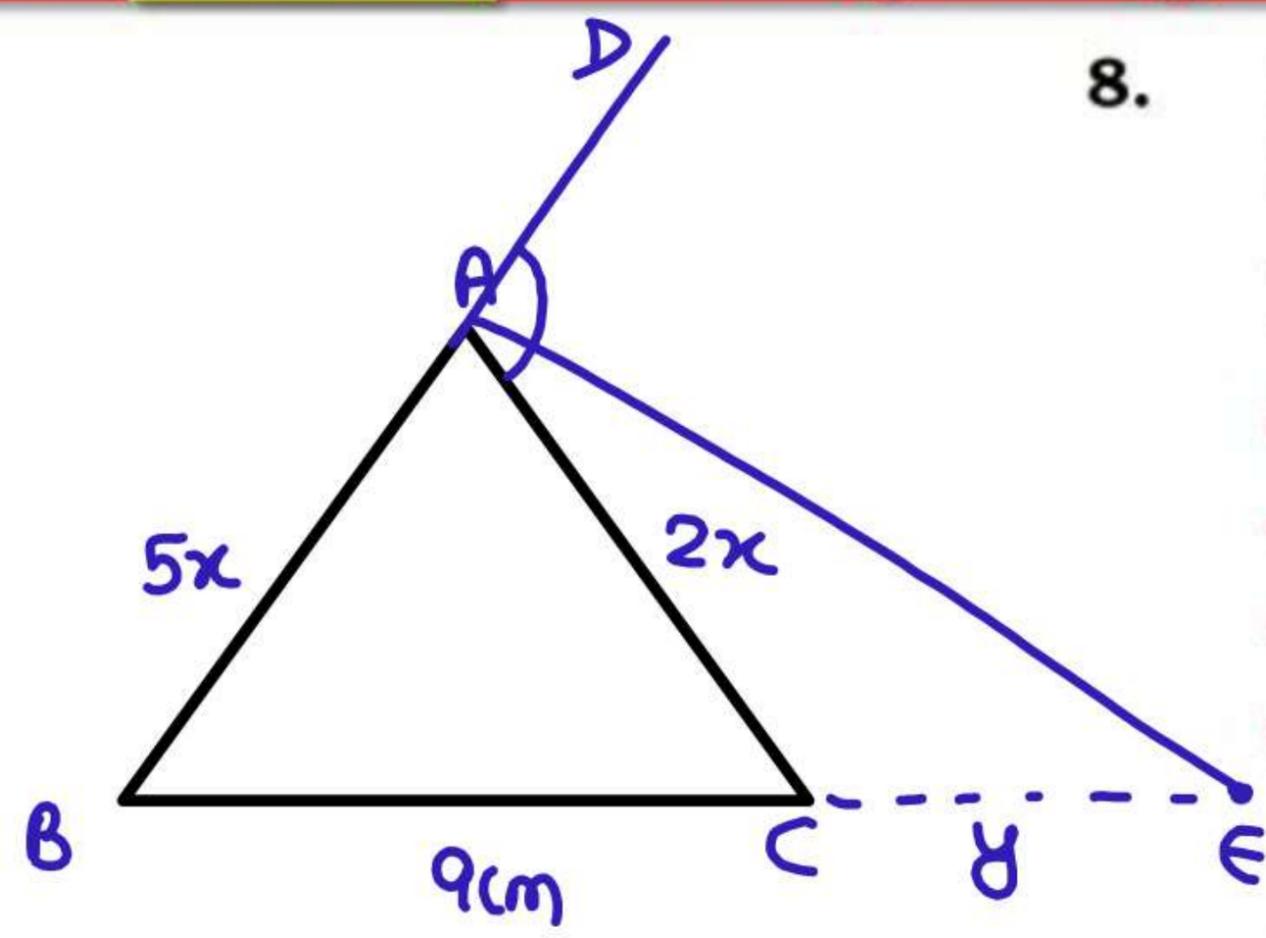
7. If the given figure, $2\angle EAD = \angle EAC$ $BC = 40$ cm, $BA = 8$ cm and $CD = 24$ cm, then AC is equal to

दिये गये चित्र में $2\angle EAD = \angle EAC$, $BC = 40$ सेमी, $BA = 8$ सेमी और $CD = 24$ सेमी है तो AC बराबर है :

- (a) 2 cm
- (b) 6 cm
- (c) 3 cm
- (d) 4 cm

$$\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{CD}$$

$$\frac{8}{AC} = \frac{64}{24}$$



8. In a triangle ABC, $AB : AC = 5 : 2$, $BC = 9\text{ cm}$. BA is produced to D, and the bisector of the Angle CAD meets BC produced at E. What is the length (in cm) of CE?

त्रिभुज ABC में $AB : AC = 5 : 2$, $BC = 9\text{ cm}$ है। BA को D तक बढ़ाया जाता है और कोण CAD का समद्विभाजक बढ़ाई गई BC से E पर मिलता है। CE की लंबाई (सेमी में) ज्ञात करें।

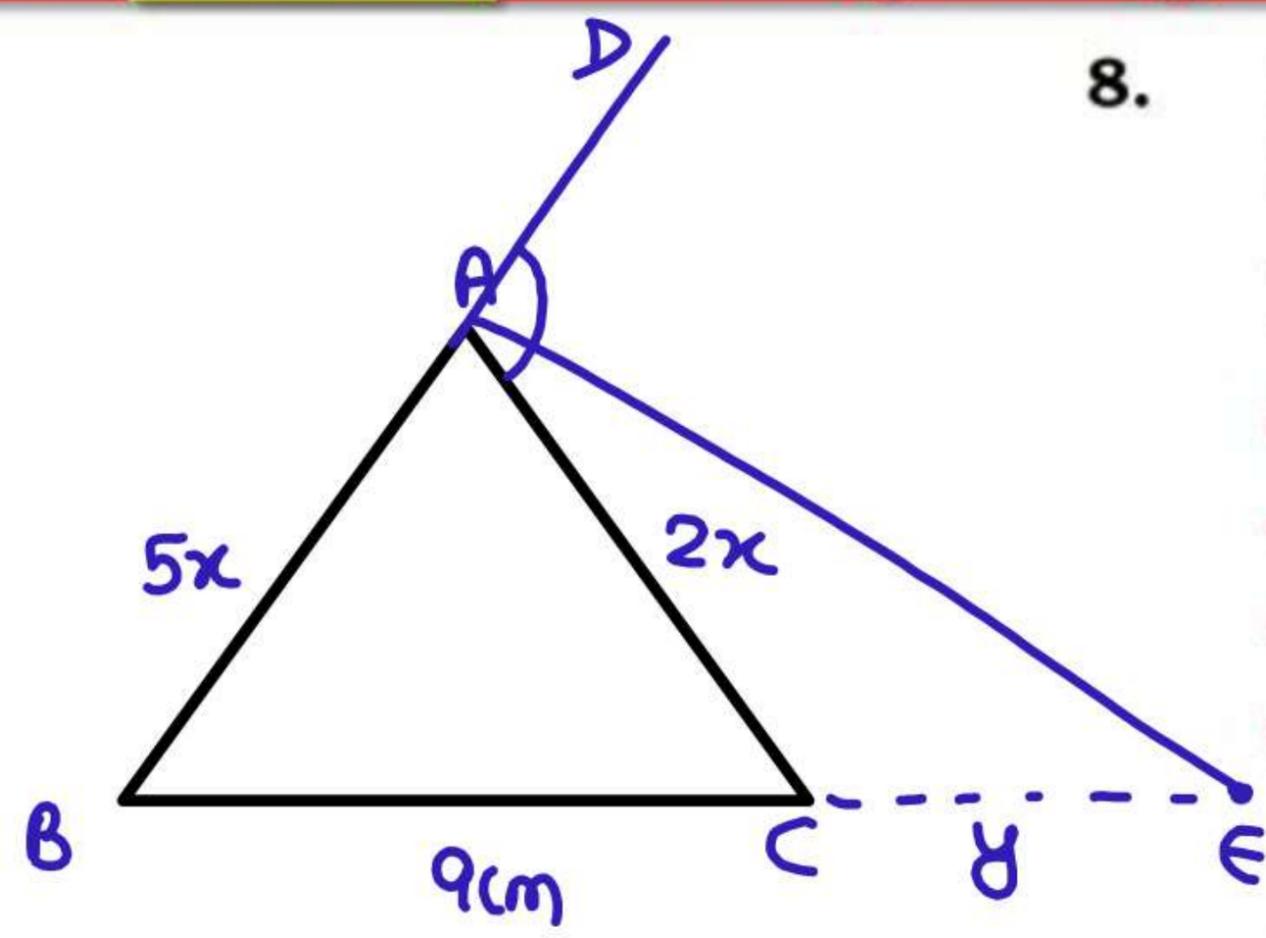
$$\frac{AB}{AC} = \frac{BE}{CE}$$

$$\Rightarrow \frac{5x}{2x} = \frac{9+x}{x}$$

- (a) 9
- (b) 10
- (c) 6

SSC CGL 13/08/2021 (Shift-02)

- (b) 10
- (d) 3



8. In a triangle ABC, $AB : AC = 5 : 2$, $BC = 9$ cm. BA is produced to D, and the bisector of the Angle CAD meets BC produced at E. What is the length (in cm) of CE?

त्रिभुज ABC में $AB : AC = 5 : 2$, $BC = 9$ cm है। BA को D तक बढ़ाया जाता है और कोण CAD का समद्विभाजक बढ़ाई गई BC से E पर मिलता है। CE की लंबाई (सेमी में) ज्ञात करें।

SSC CGL 13/08/2021 (Shift-02)

- (a) 9
- (b) 10
- (c) 6
- (d) 3

$$\frac{AB}{AC} = \frac{BE}{CE}$$

$$\Rightarrow \frac{5x}{2x} = \frac{9+y}{y}$$

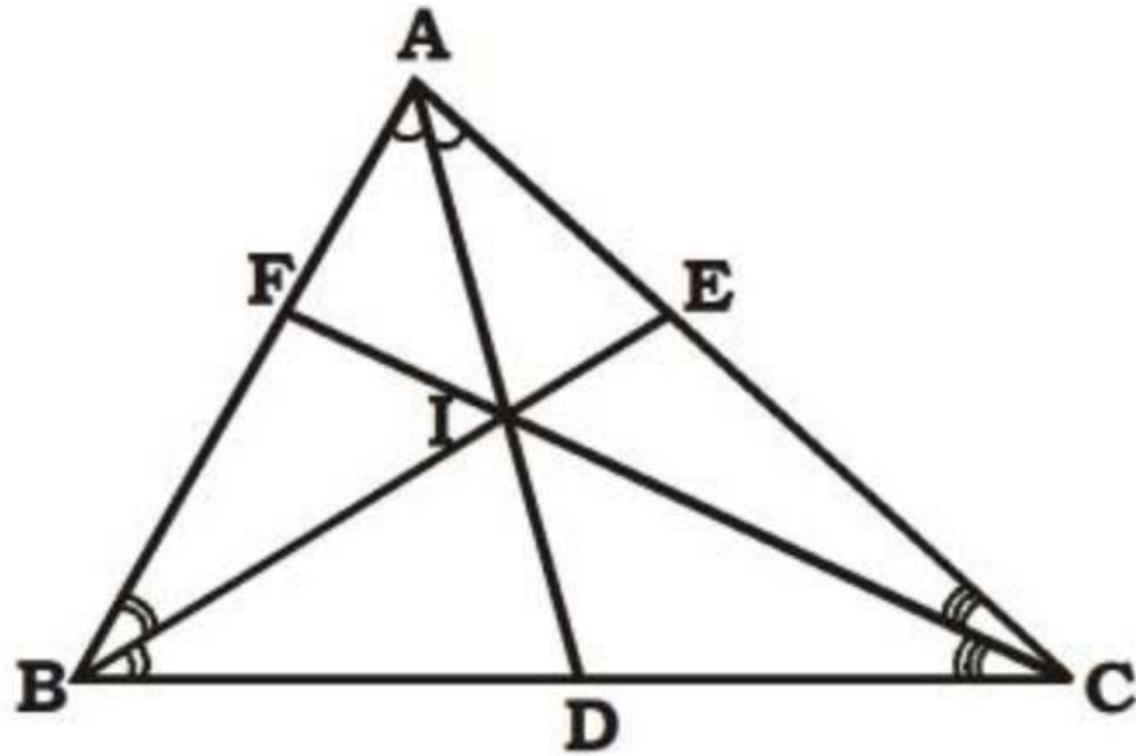
$$5y = 18 + 2y$$

$$3y = 18$$

$$y = 6$$

In-Center/अन्तः-केंद्र

In-Center of a Triangle / त्रिभुज का अन्तःकेन्द्र

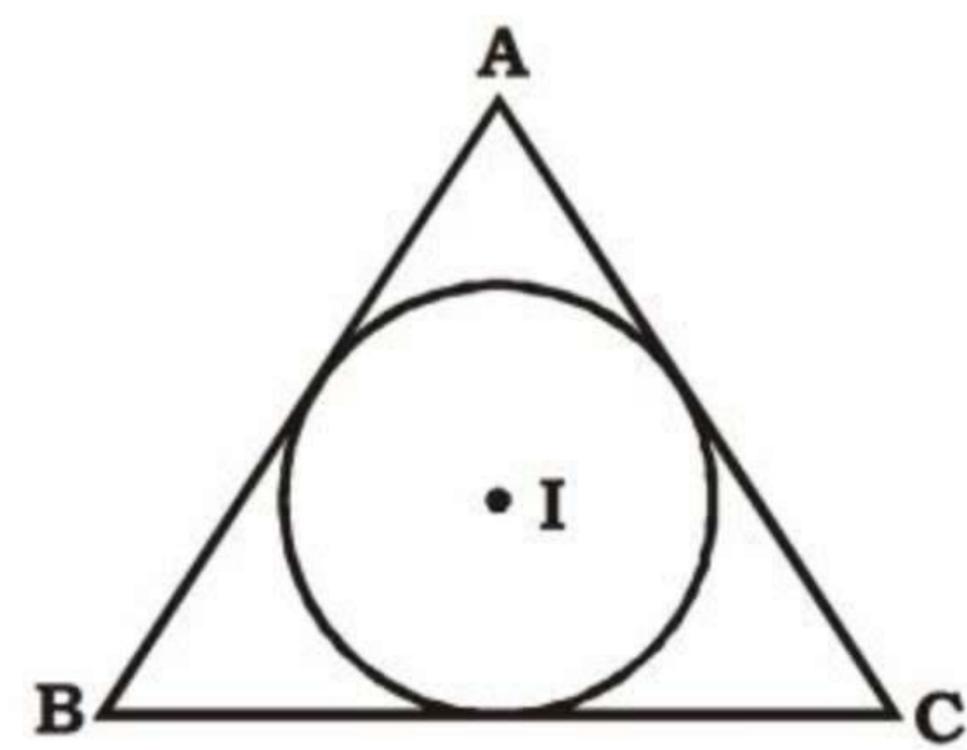


The point of intersection of the internal bisector of the angles of a triangle is called the incentre.

त्रिभुज की आंतरिक समद्विभाजकों का प्रतिच्छेद बिन्दु अंतःकेन्द्र कहलाता है।

If AD , BE and CF are the angle bisectors of the $\angle A$, $\angle B$ and $\angle C$ respectively, then all the three bisectors of the angles pass through a point, which is called the incentre of the $\triangle ABC$. It is generally denoted by 'I'.

यदि AD , BE और CF क्रमशः $\angle A$, $\angle B$ और $\angle C$ के समद्विभाजक हों तो कोणों के सभी समद्विभाजक एक बिन्दु से होकर गुजरते हैं, जिसे $\triangle ABC$ का अंतःकेन्द्र कहते हैं। इसे सामान्यतः I से निरूपित किया जाता है।



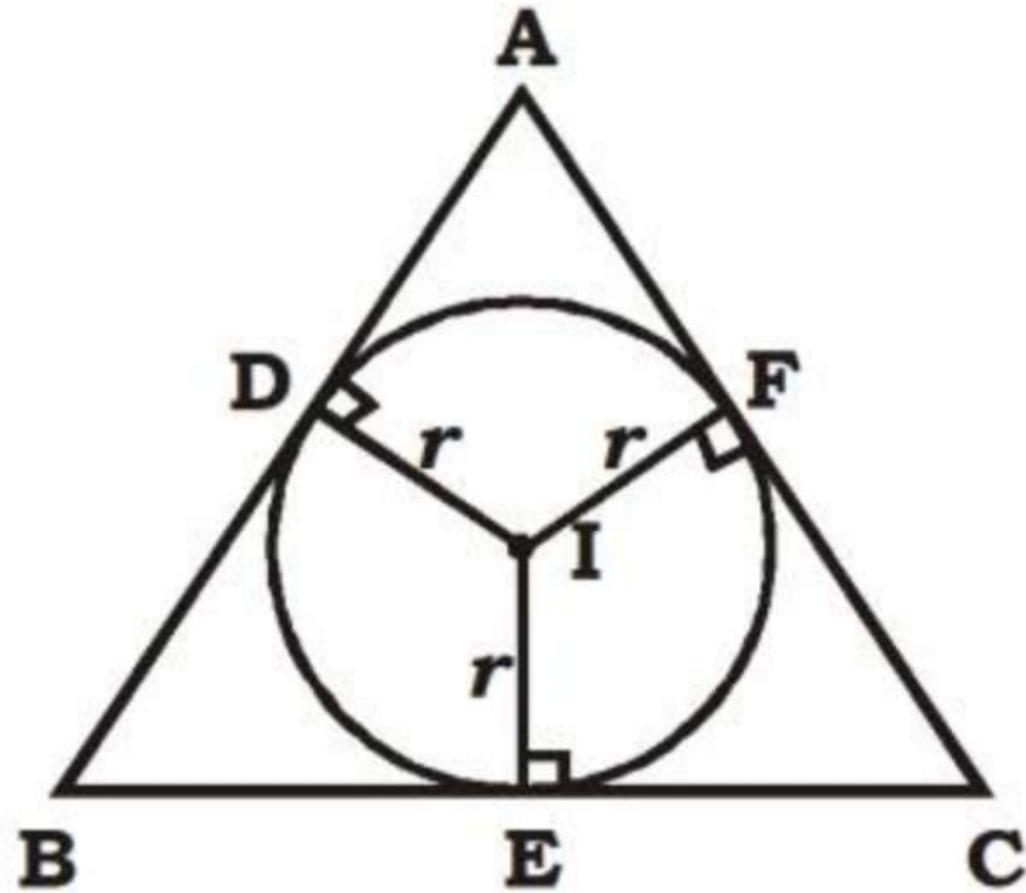
In other word, the incentre is the centre of the incircle of a triangle.

दूसरे शब्दों में, अंतःकेन्द्र त्रिभुज के अंतवृत्त का केन्द्र होता है।

I → Incentre of $\triangle ABC$

I → Incentre of the circle.

Properties of incentre / अन्तःकेन्द्र की विशेषताएँ



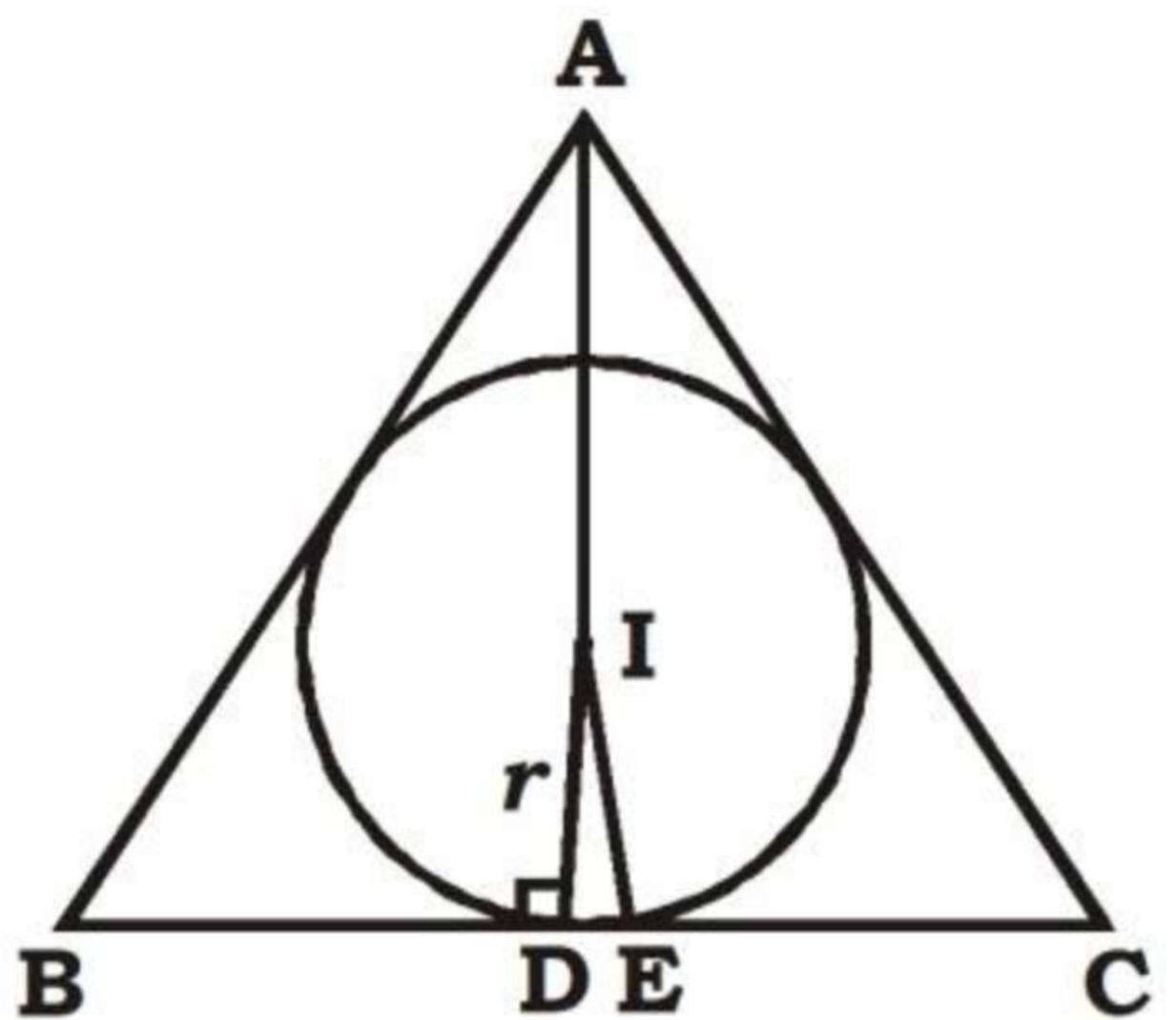
- (i) All the three internal bisectors of the angles of a triangle pass through a point (incentre).
- (ii) The incentre of the triangle is equidistance from all the three sides of the triangle and the distance is equal to the inradius.

किसी त्रिभुज के सभी आंतरिक समद्विभाजक एक बिन्दु (अंतःकेन्द्र) से होकर गुजरते हैं।

त्रिभुज का अंतःकेन्द्र त्रिभुज के तीनों भुजाओं से समान दूरी पर होता है और यह दूरी अंतः त्रिज्या के बराबर होती है।

If circle touches the side AB, BC and AC at points D, E and F respectively and I be the incentre, then

यदि वृत्त भुजाओं AB, BC और AC को क्रमशः बिन्दुओं D, E और F पर स्पर्श करता हो और I अंतःकेन्द्र हो तो $ID = IE = IF$ (inradius)

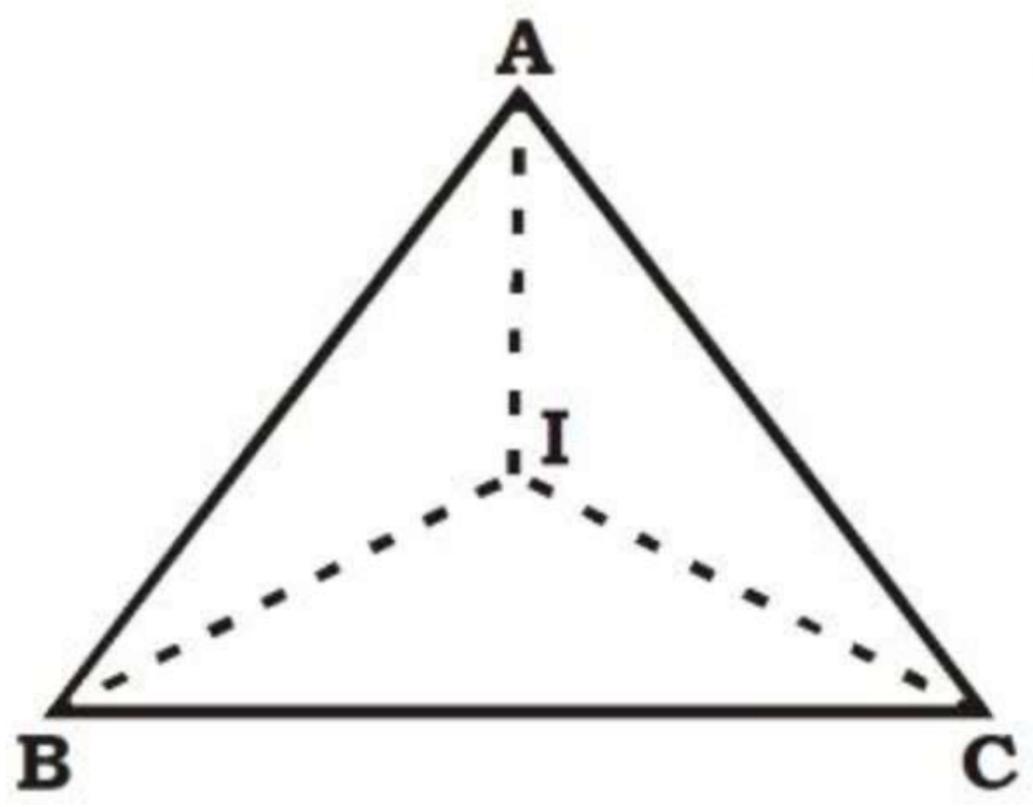


Note : The bisector of the angle $\angle A$ of $\triangle ABC$ may or may not intersect side **BC** at point **E** where the incircle touches the side **BC** of the triangle and the same is true for other angle bisectors.

नोट : त्रिभुज $\triangle ABC$ के कोण $\angle A$ का समद्विभाजक भुजा **BC** को बिन्दु **E** पर प्रतिच्छेद कर भी सकता है या नहीं भी कर सकता है जबकि अंतःवृत्त त्रिभुज की भुजा **BC** को स्पर्श करता है और यह दूसरे समद्विभाजकों के लिए भी सत्य है।

The bisector of angle $\angle A$ meets **BC at **D** and the side **BC** touches the circle at **E**.**

$\angle A$ का समद्विभाजक **BC** को बिन्दु **D** पर मिलता है और भुजा **BC** वृत्त को **E** पर स्पर्श करती है।

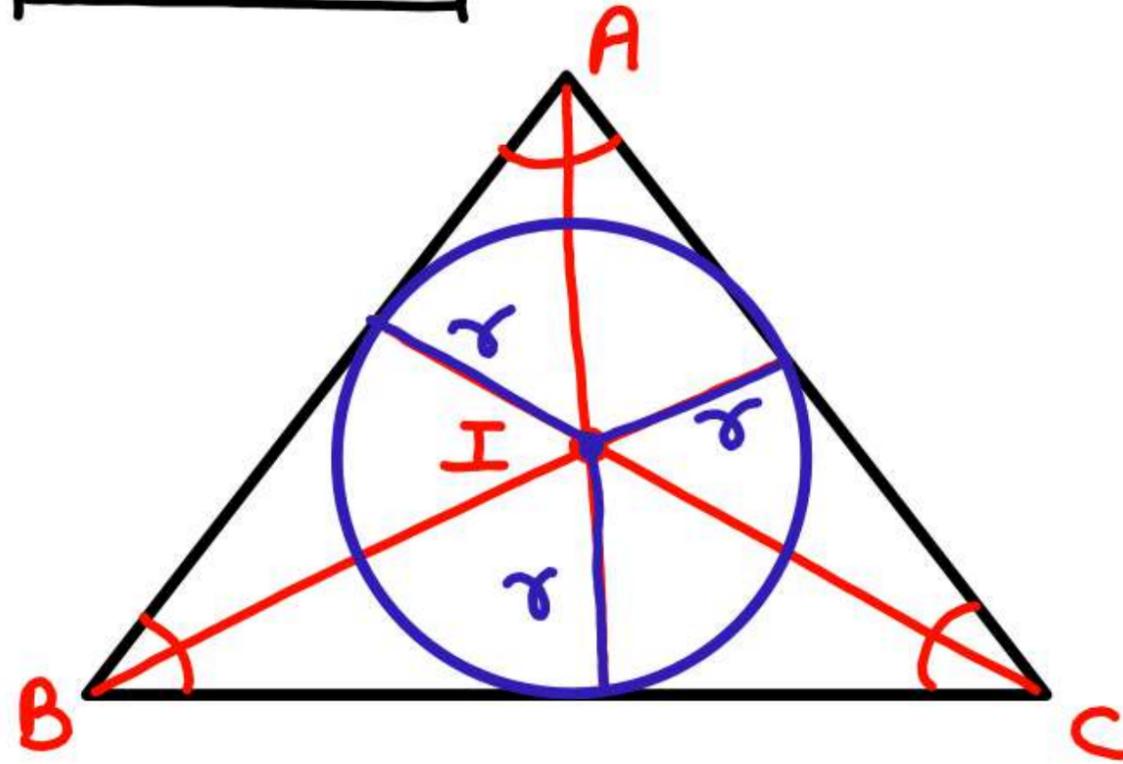


(iii) $\angle BIC = \frac{\pi}{2} + \frac{\angle A}{2}$ or $90^\circ + \frac{\angle A}{2}$

$\angle AIC = \frac{\pi}{2} + \frac{\angle B}{2}$ or $90^\circ + \frac{\angle B}{2}$

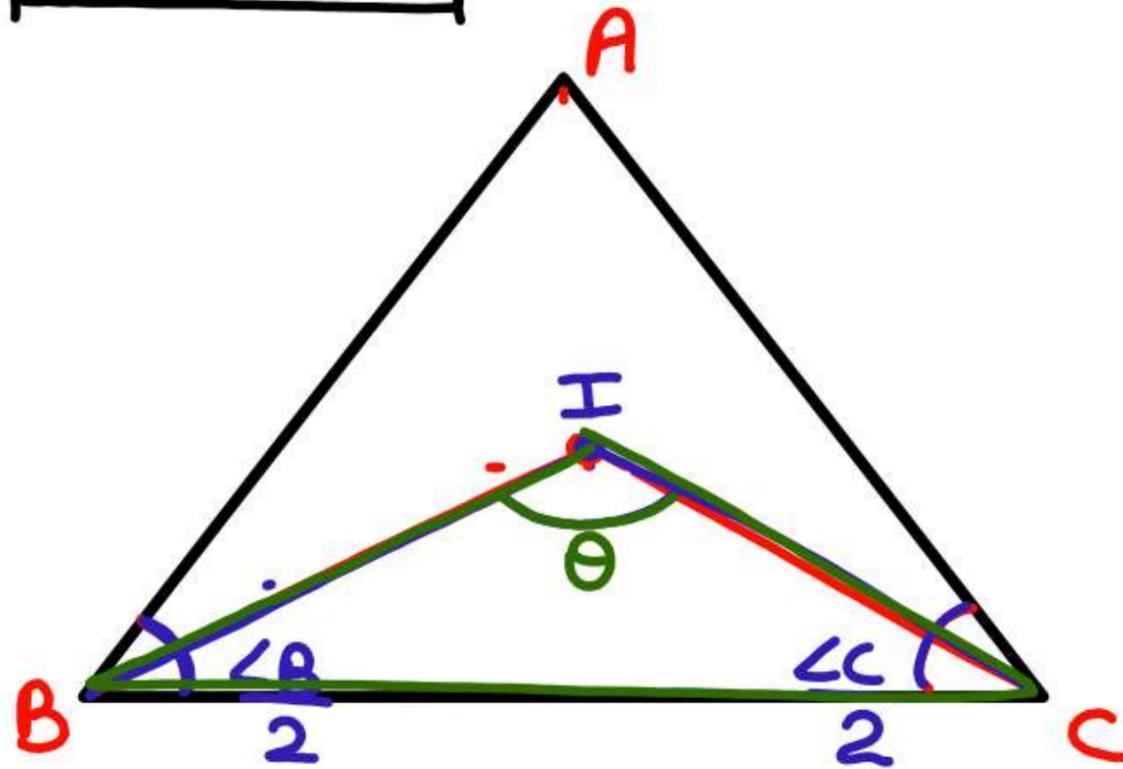
$\angle AIB = \frac{\pi}{2} + \frac{\angle C}{2}$ or $90^\circ + \frac{\angle C}{2}$

Incentre



$\gamma \rightarrow$ Inradius (अंतः त्रिज्या)

Incentre



$$\frac{\angle A + \angle B + \angle C}{2} = \frac{180}{2} = 90^\circ$$

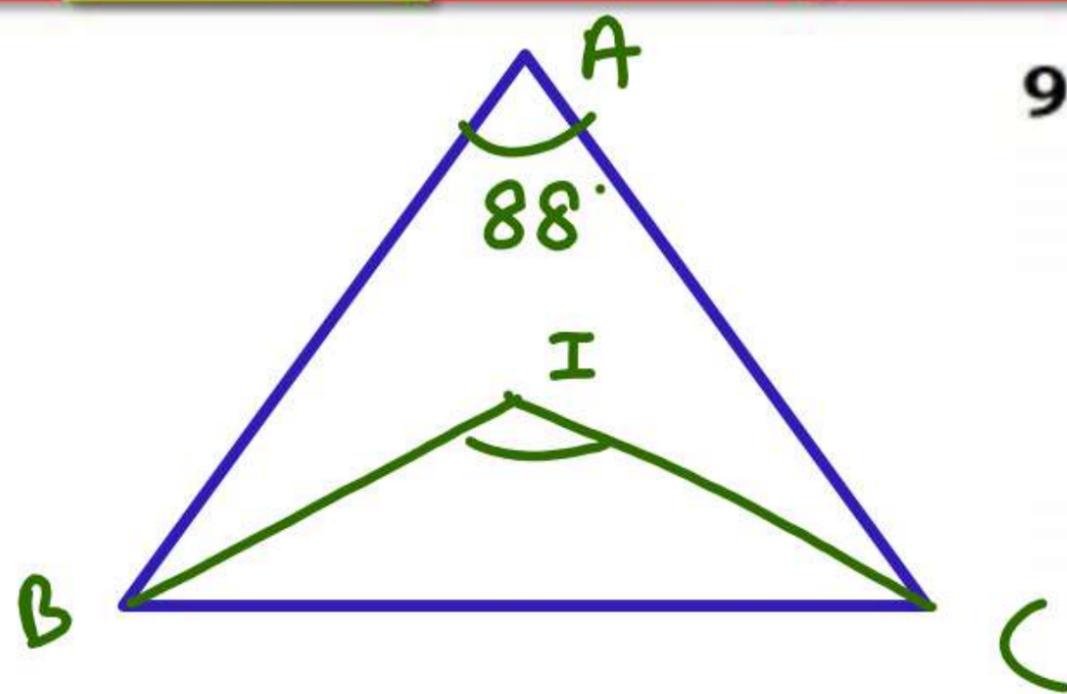
$$\therefore \frac{\angle B}{2} + \frac{\angle C}{2} = 90 - \frac{\angle A}{2}$$

$$\begin{aligned}\theta + \frac{\angle B}{2} + \frac{\angle C}{2} &= 180^\circ \\ \theta &= 180 - \frac{\angle B}{2} - \frac{\angle C}{2} \\ \Rightarrow \theta &= 180 - \left(\frac{\angle B}{2} + \frac{\angle C}{2} \right)\end{aligned}$$

$$\Rightarrow \theta = 180 - \left(90 - \frac{\angle A}{2} \right)$$

$$\Rightarrow \theta = 180 - 90 + \frac{\angle A}{2}$$

$$\Rightarrow \theta = 90 + \frac{\angle A}{2}$$



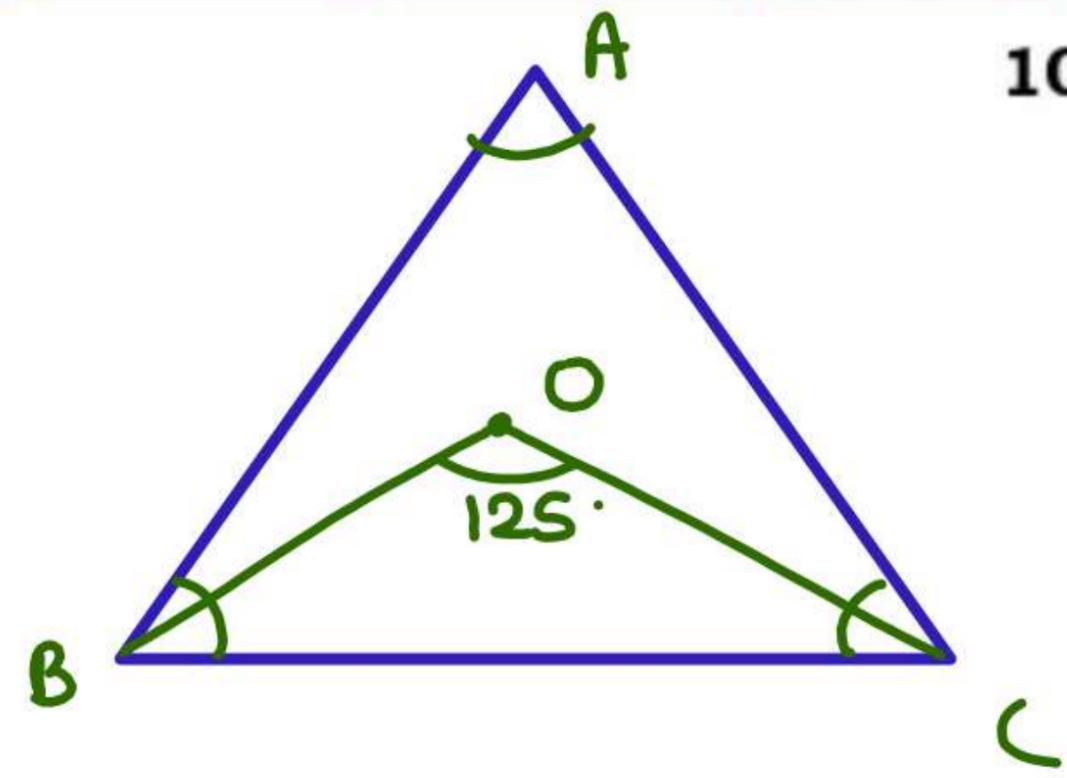
$$\begin{aligned} \angle BIC &= 90 + \frac{88}{2} \\ &= 90 + 44 \\ &= 134 \end{aligned}$$

9. In $\triangle ABC$, $\angle A = 88^\circ$. If I is the incentre of the triangle, then measure of $\angle BIC$ is:

$\triangle ABC$ में, $\angle A = 88^\circ$ है। यदि त्रिभुज का अंतःकेंद्र है, तो $\angle BIC$ का माप बताइए।

SSC CGL 12/04/2022 (Shift- 02)

- (a) 112°
- (b) 134° ✓
- (c) 56°
- (d) 68°



10. In a $\triangle ABC$, the bisectors of $\angle ABC$ and $\angle ACB$ intersect each other at point O. If $\angle BOC$ is 125° , then the $\angle BAC$ is equal to:

$\triangle ABC$ में, $\angle ABC$ और $\angle ACB$ के समद्विभाजक एक दूसरे को बिंदु O पर प्रतिच्छेदित करते हैं। यदि $\angle BOC$ का मान 125° है, तो $\angle BAC$ का मान किसके बराबर है?

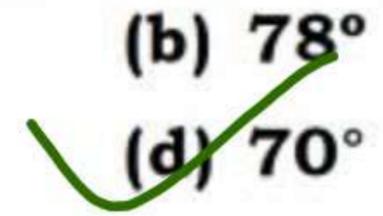
SSC CPO 05/10/2023 (Shift-01)

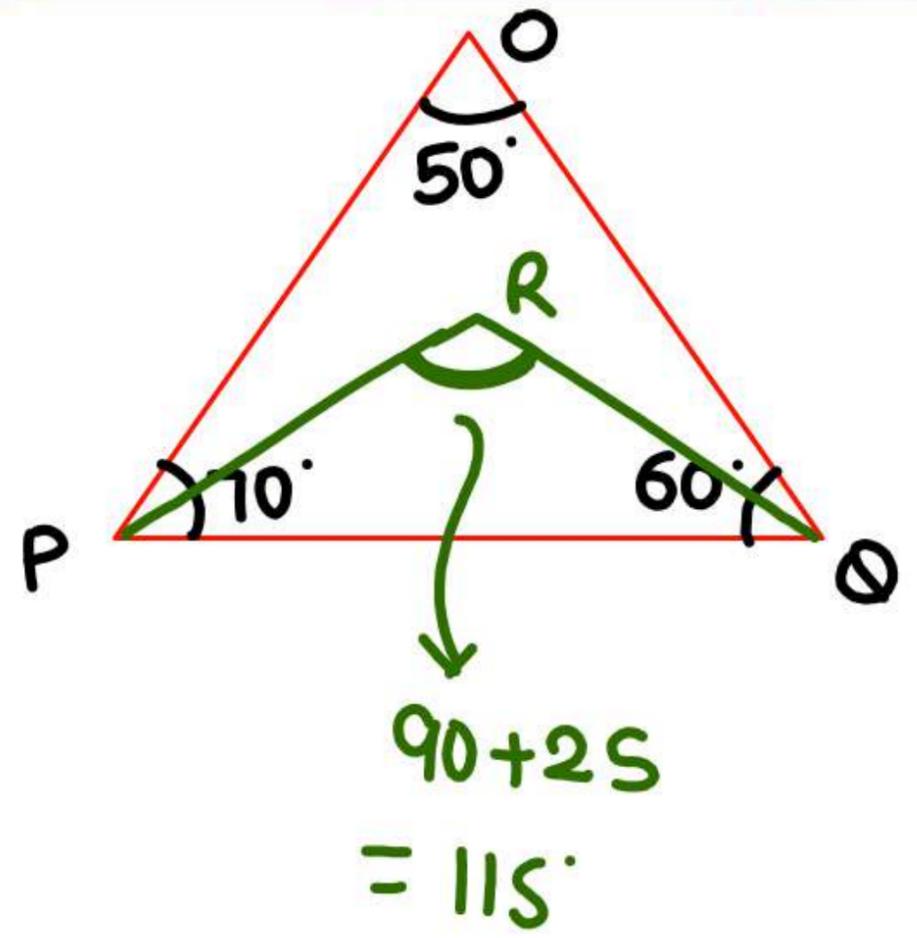
- (a) 82°
- (b) 78°
- (c) 75°
- (d) 70°

$$125 = 90 + \frac{\angle A}{2}$$

$$\Rightarrow 35 = \frac{\angle A}{2}$$

$$\Rightarrow \angle A = 70$$



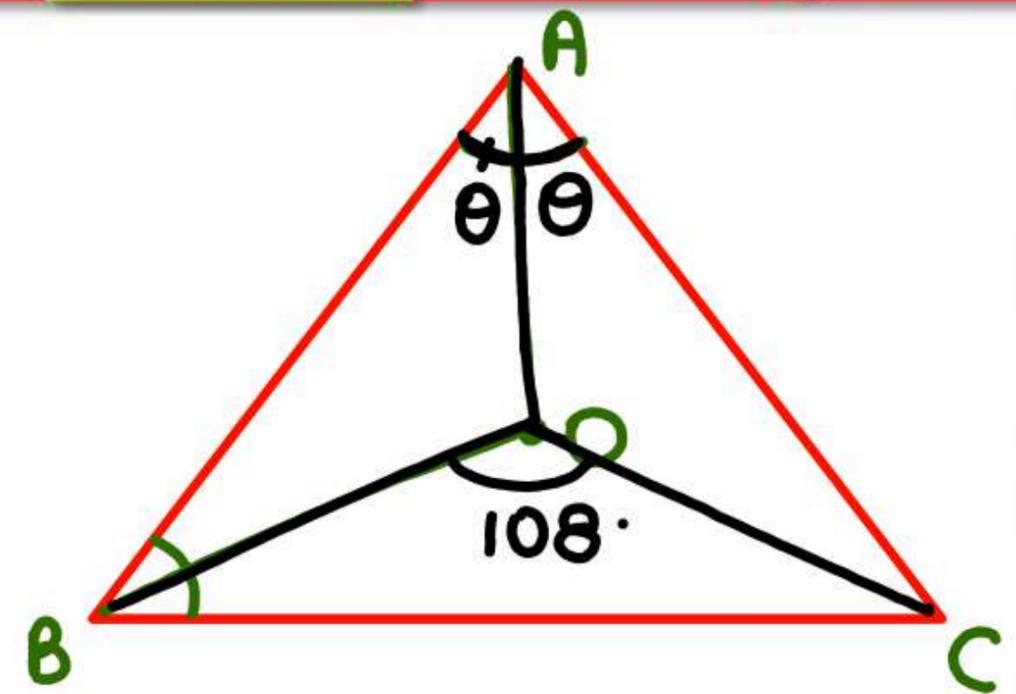


11. In $\triangle OPQ$, $\angle O = 50^\circ$, $\angle P = 70^\circ$, and the bisectors of $\angle P$ and $\angle Q$ meet at R . Find $\angle PRQ$.

$\triangle OPQ$, $\angle O = 50^\circ$, $\angle P = 70^\circ$ और $\angle P$ तथा $\angle Q$ के समद्विभाजक R पर मिलते हैं। $\angle PRQ$ ज्ञात कीजिए।

SSC Phase XII 25/06/2024 (Shift-04)

- (a) 118°
- (b) 125°
- (c) 120°
- (d) 115° ✓



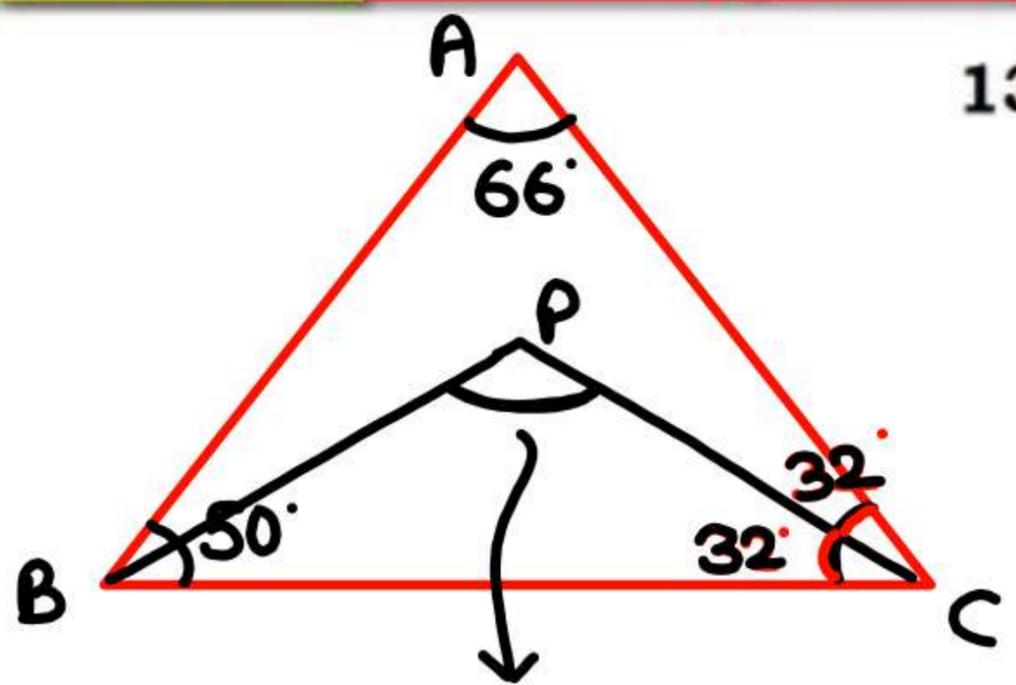
$108 = 90 + \frac{2\theta}{2}$
 $\Rightarrow 18 = \theta$

12. In $\triangle ABC$, O is the point of intersection of the bisectors of $\angle B$ and $\angle A$. If $\angle BOC = 108^\circ$, then $\angle BAO = ?$

$\triangle ABC$ में, O $\angle B$ और $\angle A$ समद्विभाजकों का प्रतिच्छेदन बिंदु O है। यदि $\angle BOC = 108^\circ$ है, तो $\angle BAO$ का माप क्या होगा?

SSC CGL MAINS 29/06/2022

- (a) 40°
- (b) 18° ✓
- (c) 36°
- (d) 27°



$$90 + 33 = 123$$

$$\text{ans} = 123 - 32 = 91$$

13. In $\triangle ABC$, $\angle A = 66^\circ$ and $\angle B = 50^\circ$. If the bisectors of $\angle B$ and $\angle C$ meet at P , then, $\angle BPC - \angle PCA = ?$

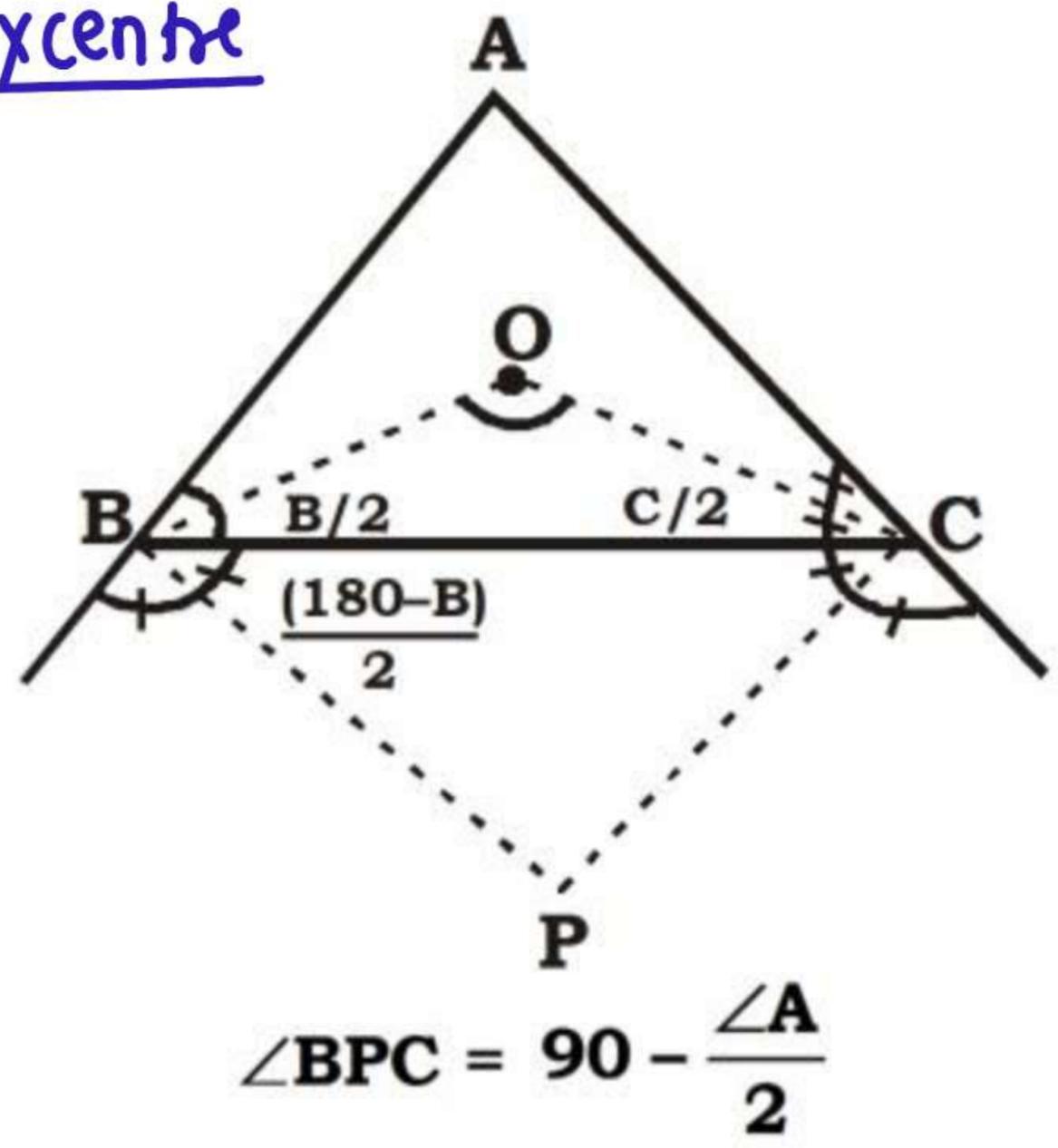
$\triangle ABC$ में, $\angle A = 66^\circ$ और $\angle B = 50^\circ$ है। यदि $\angle B$ और $\angle C$ समद्विभाजक बिंदु P पर मिलते हैं, तो $\angle BPC - \angle PCA$ का मान कितना है?

$$123 - 32$$

SSC CGL MAINS 29/01/2022

- (a) 93°
- (b) 91° ✓
- (c) 81°
- (d) 83°

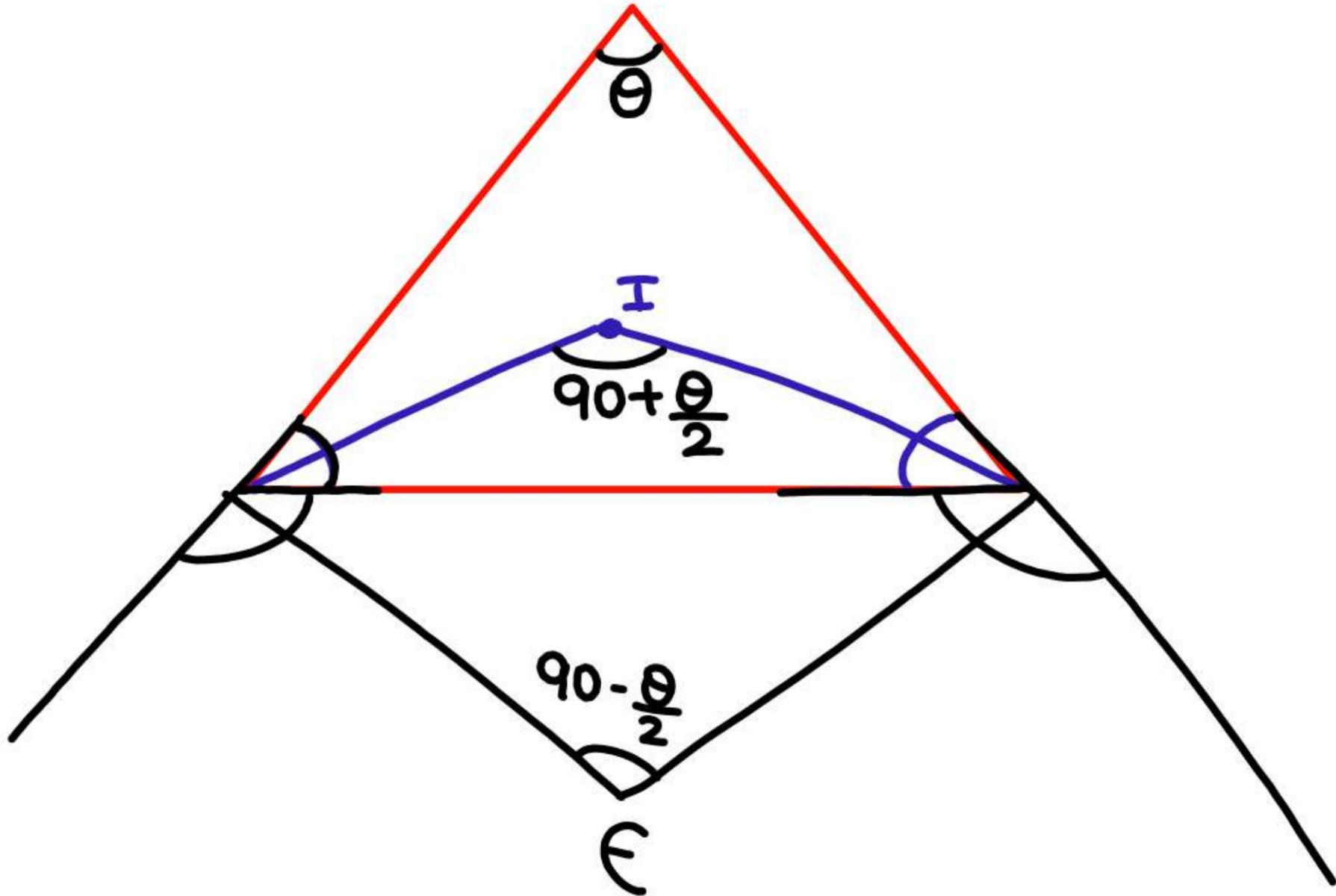
Excentre



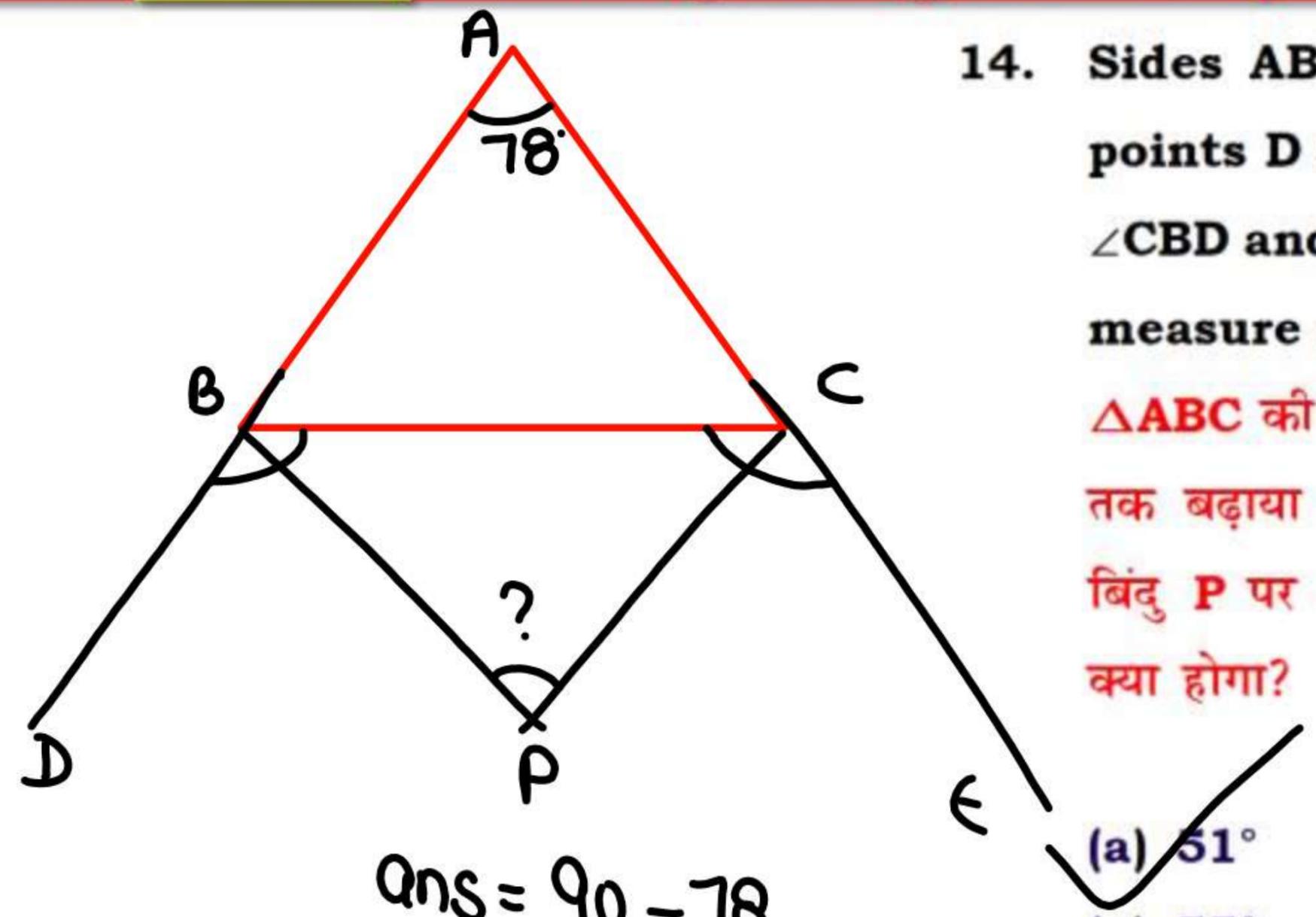
(iv) The angle between the external bisectors of two angles of a triangle is difference between right angle and half of the third angle.

त्रिभुज के दो कोणों के बाह्य समद्विभाजकों के बीच का कोण, समकोण और तीसरे कोण के आधे का अंतर होता है।

Note: If in $\triangle ABC$, the internal bisectors of $\angle B$ and $\angle C$ meet at O and the external bisectors of $\angle B$ and $\angle C$ meet at P , then $\angle BOC + \angle BPC = 180^\circ$.



$$I + \epsilon = 180^\circ$$

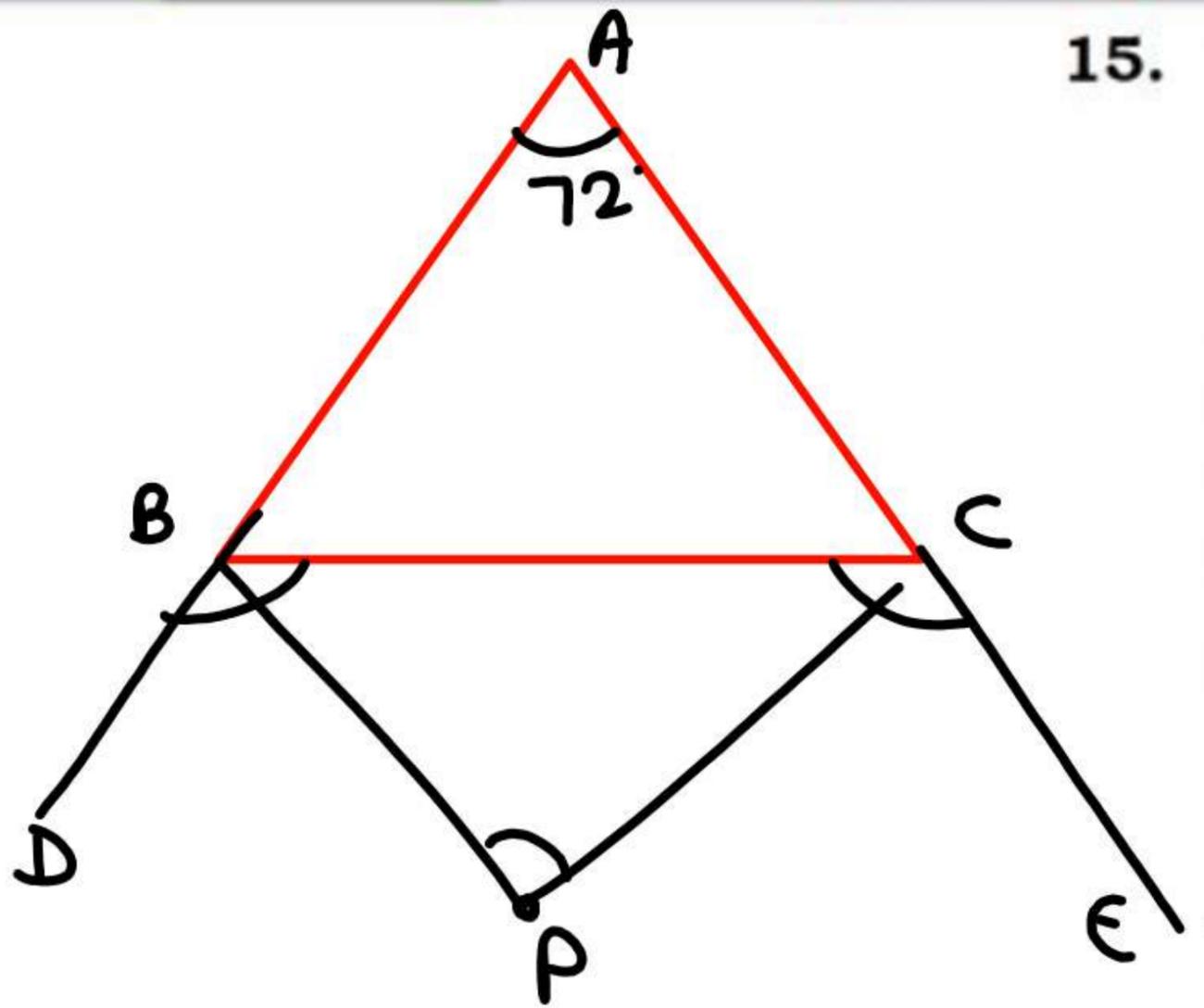


14. Sides AB and AC of $\triangle ABC$ are produced to points D and E, respectively. The bisectors of $\angle CBD$ and $\angle BCE$ meet at P. If $\angle A = 78^\circ$, then the measure of $\angle P$ is:

$\triangle ABC$ की भुजाएँ AB और AC को क्रमशः बिंदु D और E तक बढ़ाया गया है। $\angle CBD$ और $\angle BCE$ के समद्विभाजक बिंदु P पर मिलते हैं। यदि $\angle A = 78^\circ$ है, तो $\angle P$ का माप क्या होगा?

SSC CGL 12/04/2022 (Shift- 02)

- (a) 51°
- (b) 61°
- (c) 55°
- (d) 56°



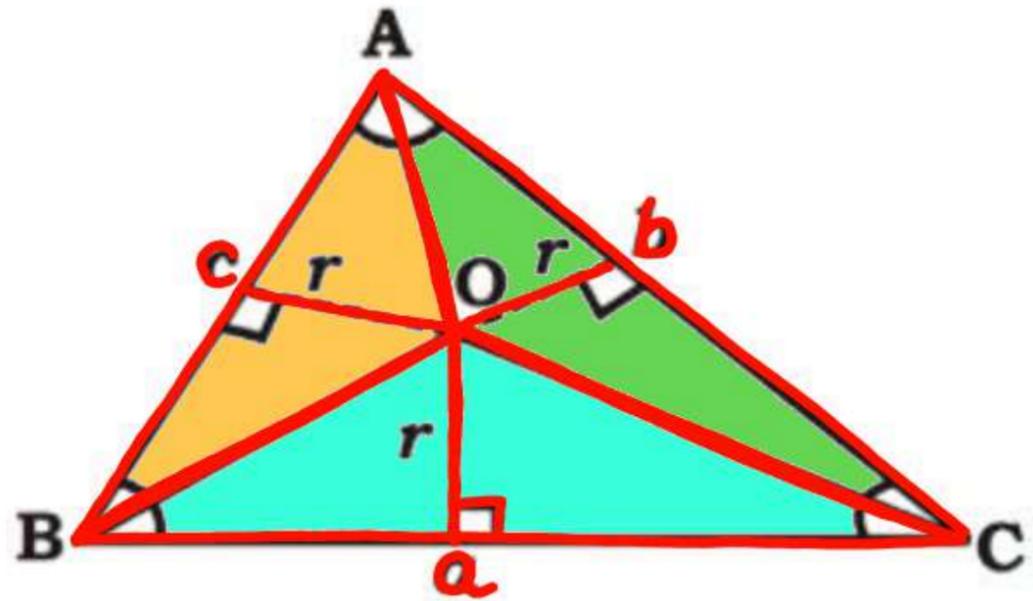
15. The sides AB and AC of $\triangle ABC$ are produced to points D and E, respectively. The bisectors of $\angle CBD$ and $\angle BCE$ meet at P. If $\angle A = 72^\circ$, then the measure of $\angle P$ is:

$\triangle ABC$ की भुजाओं AB और AC को क्रमशः बिंदु D और E तक बढ़ाया गया है। $\angle CBD$ और $\angle BCE$ के समद्विभाजक P पर मिलते हैं। यदि $\angle A = 72^\circ$ है, तो $\angle P$ का माप ज्ञात कीजिए।

SSC CHSL 10/07/2024 (Shift-3)

- (a) 55°
- (b) 65°
- (c) 54°
- (d) 35°

$$\begin{aligned} \angle P &= 90 - \frac{72}{2} \\ &= 90 - 36 \\ &= 54 \end{aligned}$$

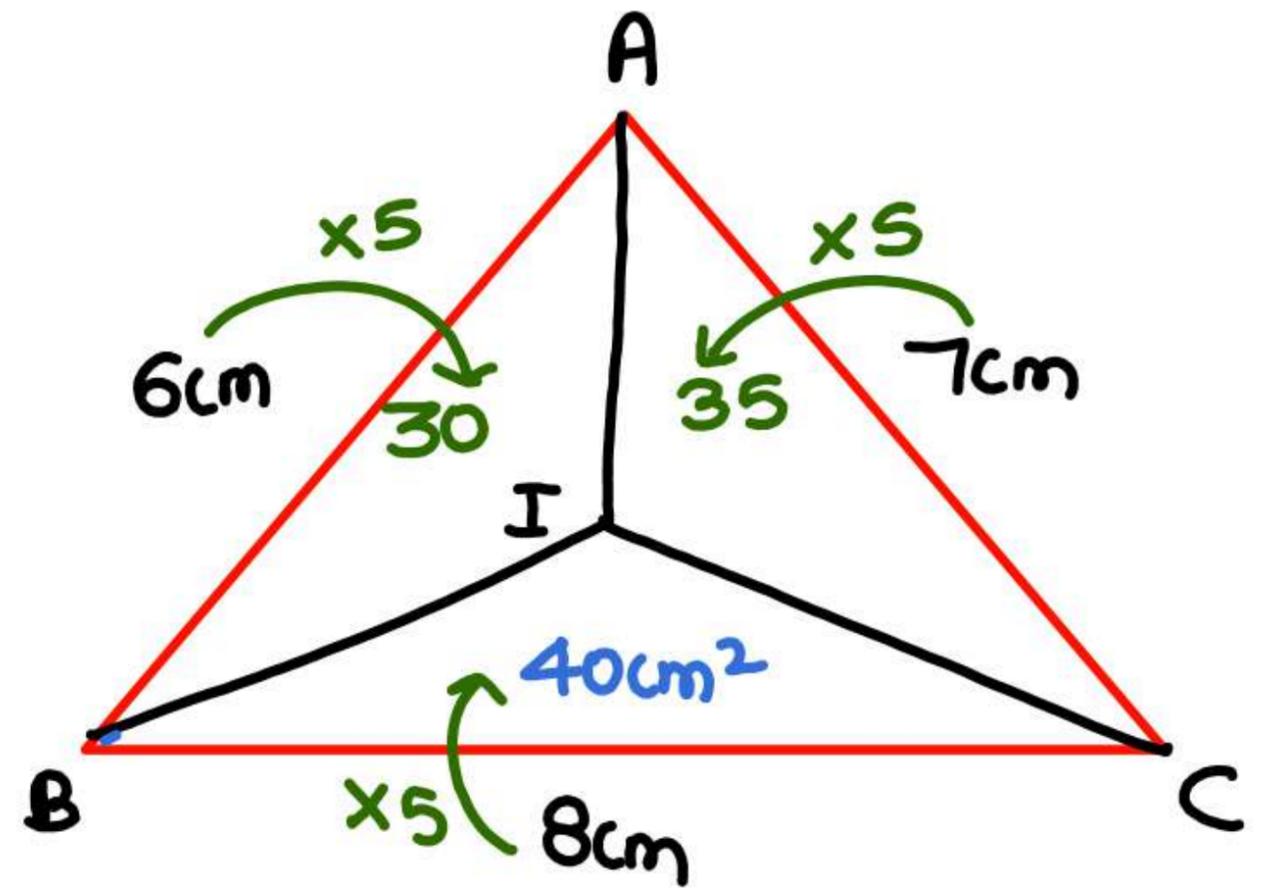


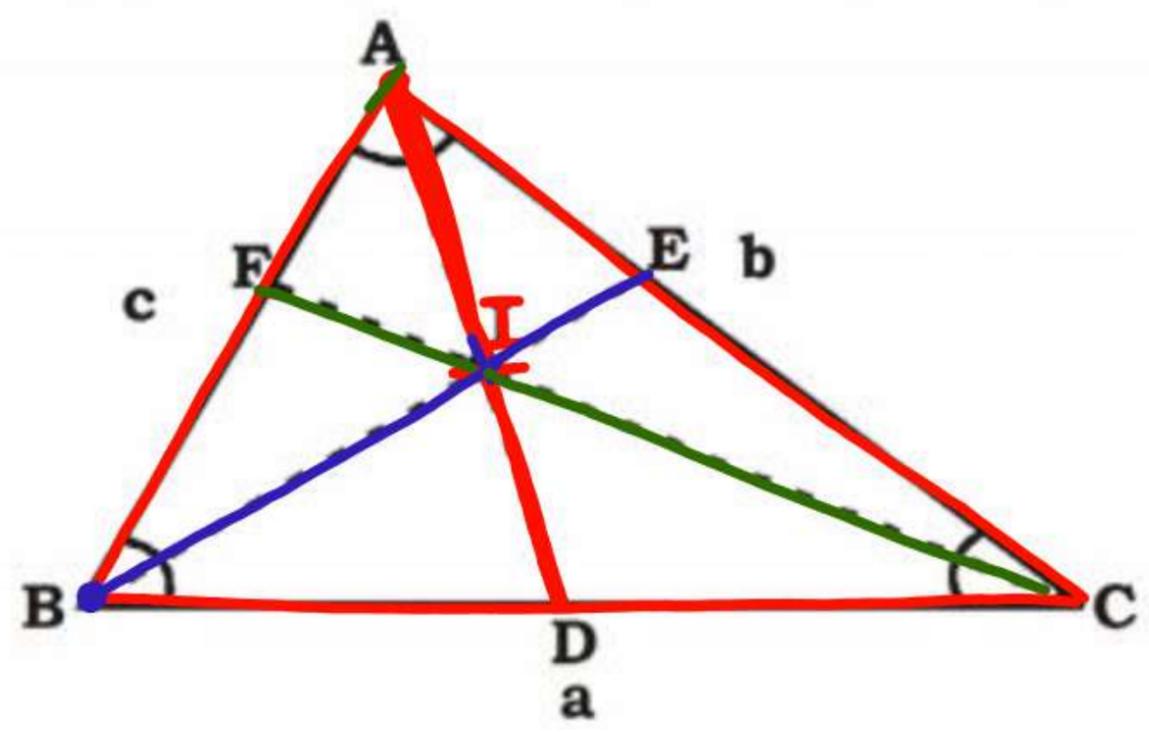
(v) The ratio of area of triangle formed by incentre and two vertex are in ratio in their corresponding sides.

अंतःकेन्द्र और त्रिभुज के दो शीर्षों से बने त्रिभुजों के क्षेत्रफलों का अनुपात उनकी संगत भुजाओं के अनुपात के बराबर होता है।

Ar ΔBOC : Ar ΔAOC : Ar ΔAOB = a : b : c

ΔBOC : ΔAOC : ΔAOB
 $\frac{1}{2} \times a \times r$: $\frac{1}{2} \times b \times r$: $\frac{1}{2} \times c \times r$
 a : b : c





$$\frac{AI}{ID} = \frac{c+b}{a}$$

$$\frac{BI}{IE} = \frac{a+c}{b}$$

(vi) Incentre divides each angle bisector in the ratio of length of sum of two adjacent side and opposite side.

अंतःकेन्द्र प्रत्येक कोण समद्विभाजक को दो संगत भुजाओं के योगफल और विपरीत भुजा के अनुपात में विभाजित करता है।

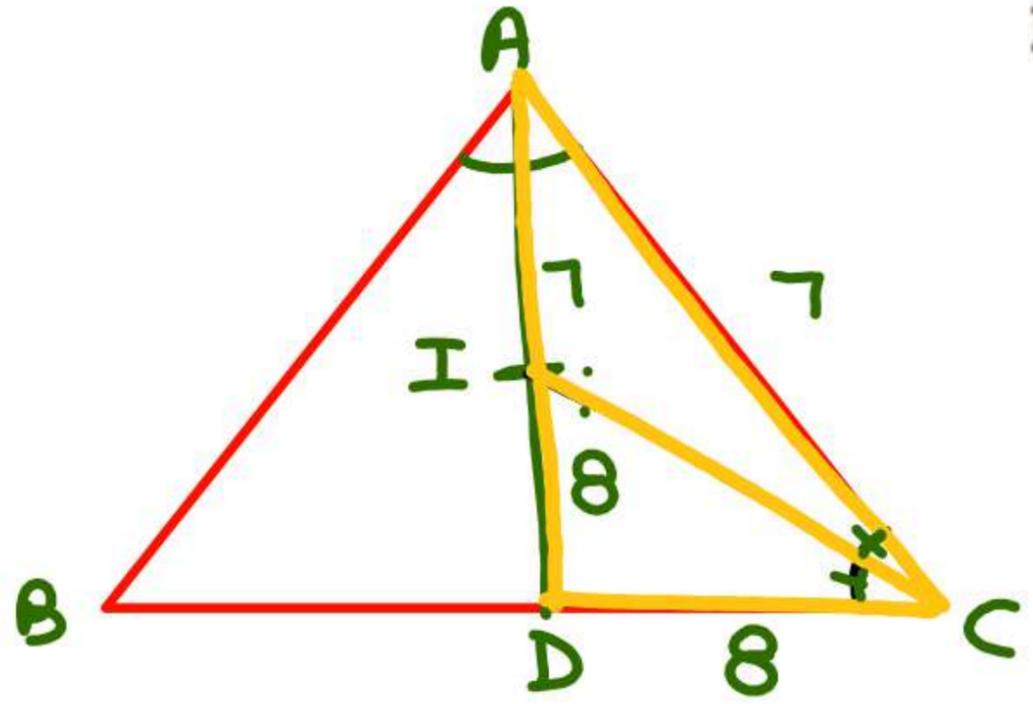
Here, AD, BE and CF are angle bisectors of $\angle A$, $\angle B$ and $\angle C$ respectively.

यहाँ AD, BE और CF क्रमशः $\angle A$, $\angle B$ और $\angle C$ के समद्विभाजक हैं।

$$AI : ID = b + c : a$$

$$BI : IE = a + c : b$$

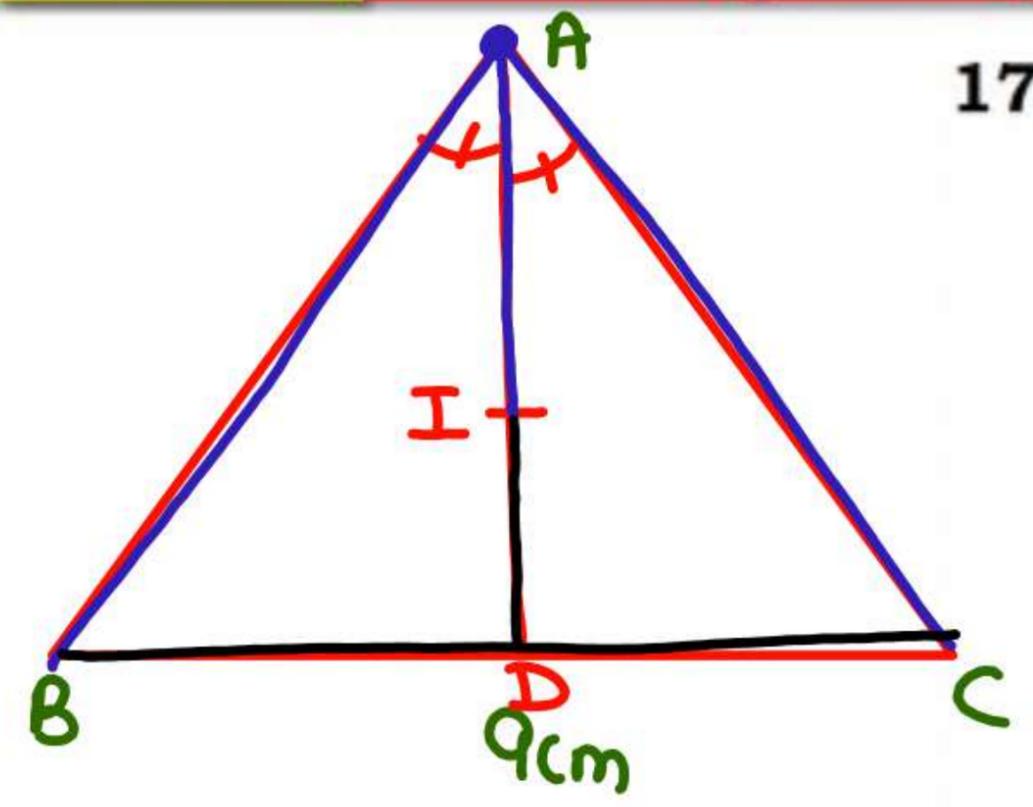
$$\underline{CI} : \underline{IF} = a + b : c$$



16. In a triangle ABC, AD is angle bisector of $\angle A$, $AD = 6$ cm, $AC = 7$ cm and $DC = 8$ cm. If I is the incentre, find the ratio AI to ID.

त्रिभुज ABC में AD, $\angle A$ का कोण समद्विभाजक है, $AD = 6$ सेमी, $AC = 7$ सेमी और $DC = 8$ सेमी है। यदि I अंतःकेन्द्र हो, तो AI का ID से अनुपात ज्ञात कीजिए।

- (a) 6 : 7
- (b) 7 : 8
- (c) 2 : 3
- (d) 1 : 2



17. The perimeter of $\triangle ABC$ is 24 cm and its side, $BC = 9$ cm. AD is the bisector of $\angle BAC$, while I is the incentre $AI : ID$ is equal to :

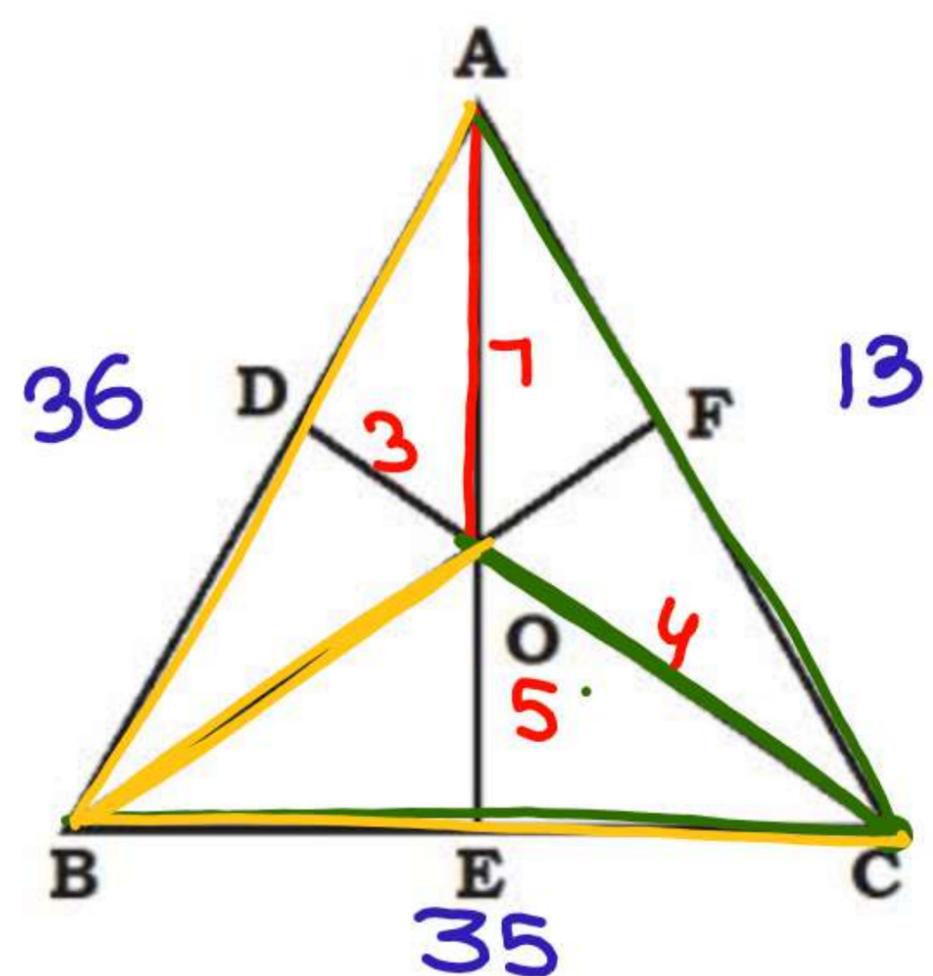
त्रिभुज ABC का परिमाप 24 सेमी है तथा इसकी भुजा $BC = 9$ सेमी है। AD, $\angle BAC$ का कोण समद्विभाजक है जबकि I अंतःकेन्द्र है। $AI : ID$ किसके बराबर है?

SSC CHSL 11/07/2019 (Shift- 02)

- (a) 7 : 5
- (b) 5 : 2
- (c) 3 : 2
- (d) 5 : 3

$AB + AC = 15$

$\frac{AI}{ID} = \frac{AB + AC}{BC} = \frac{15}{9} = \frac{5}{3}$



18. In the given figure, O is the incentre of $\triangle ABC$. If $AO : OE = 7 : 5$, $CO : OD = 4 : 3$ then find $BO : OF$?

दिए गए चित्र में, $\triangle ABC$ का अन्तः केन्द्र O है। यदि $AO : OE = 7 : 5$, $CO : OD = 4 : 3$ तब $BO : OF$ का मान ज्ञात कीजिए।

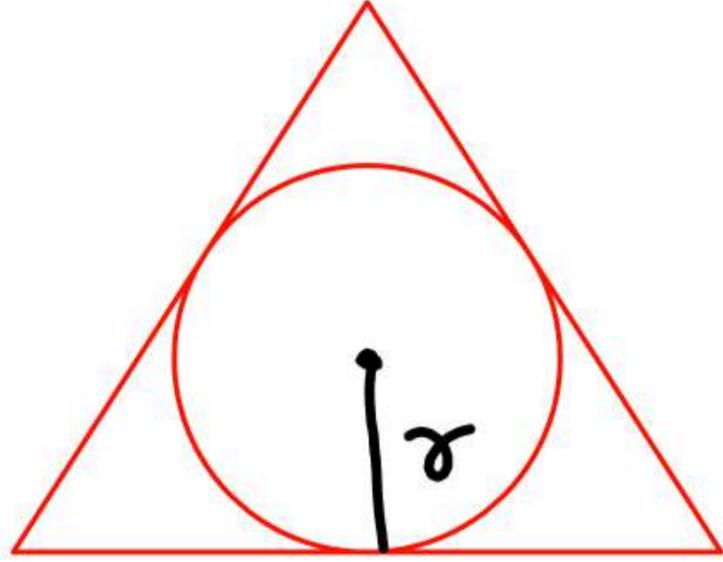
- (a) $\frac{71}{13}$
- (b) $\frac{69}{15}$
- (c) $\frac{74}{17}$
- (d) $\frac{59}{11}$

$$\frac{AO}{OE} = \frac{AB+AC}{BC} = \frac{7 \times 7}{5 \times 7} > 12 \times 7$$

$$\frac{CO}{OD} = \frac{AC+BC}{AB} = \frac{4 \times 12}{3 \times 12} > 7 \times 12$$

$$\frac{BO}{OF} = \frac{36+35}{13} = \frac{71}{13}$$

In-Radius/अन्तः त्रिज्या



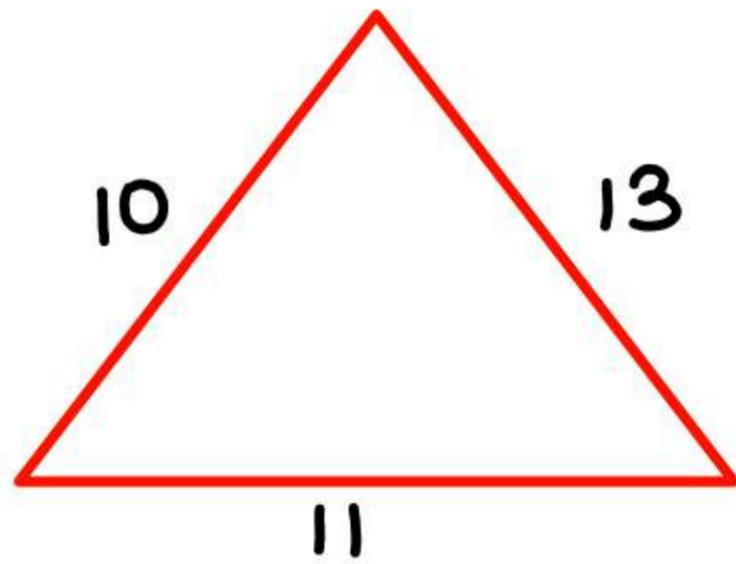
(i) Inradius of a triangle/ त्रिभुज की अंतःत्रिज्या

$$r = \frac{\Delta}{s} = \frac{\text{Area / क्षेत्रफल}}{\text{Semi - perimeter / अर्द्ध - परिमाप}}$$

19. In a ΔABC , perimeter is 24 cm and inradius is 7 cm. Find the area of ΔABC .

- (a) 60 cm²
- (b) 96 cm²
- (c) 84 cm²
- (d) 108 cm²

$$r = \frac{\Delta}{s}$$
$$\Rightarrow 7 = \frac{\text{area}}{12}$$
$$\Rightarrow 84 = \text{area}$$



area = ?

$$S = \frac{a+b+c}{2} = \frac{10+13+11}{2} = \frac{34}{2} = 17$$

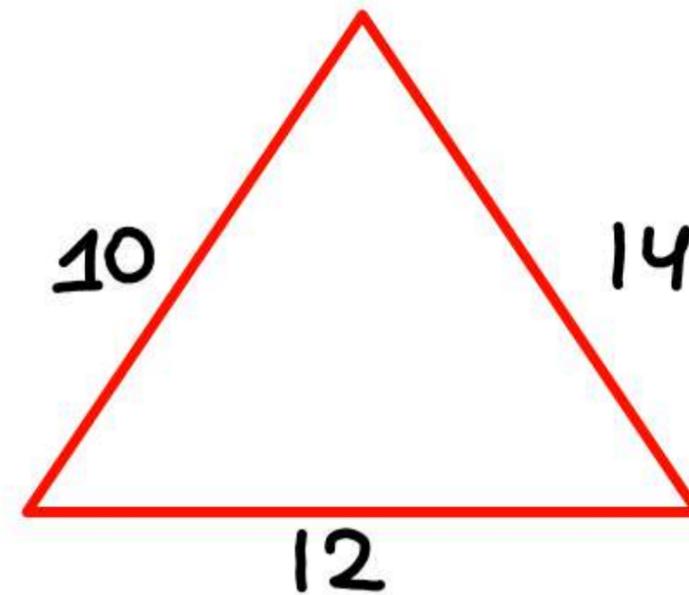
$$\begin{aligned} \text{Area} &= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} \\ &= \sqrt{17 \times 7 \times 6 \times 4} = 2\sqrt{714} \end{aligned}$$

Solⁿ $S = \frac{10+12+14}{2} = 18$

$$\text{area} = \sqrt{18 \times 8 \times 6 \times 4}$$

$$= 12 \times 2\sqrt{6}$$

$$= 24\sqrt{6}$$



area = ?

(ii) If triangle is not right angled then find out inradius by following relation

यदि त्रिभुज समकोण नहीं है तो अंतःत्रिज्या निम्न संबंध से निकालते हैं।

$$r = \frac{\Delta}{s}$$

Where, $\Delta = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

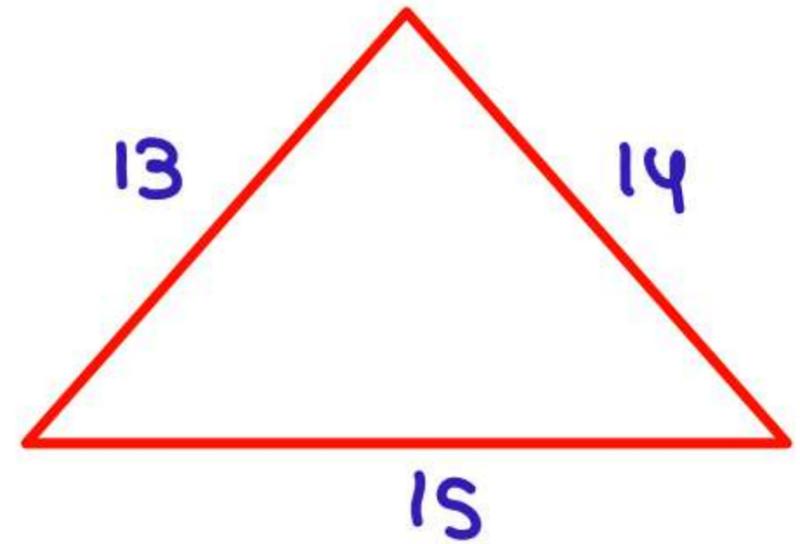
$$s = \frac{13+14+15}{2} = 21$$
$$\Delta = \sqrt{21 \times 8 \times 7 \times 6}$$
$$= \sqrt{7 \times 3 \times 8 \times 7 \times 2 \times 3}$$
$$= 7 \times 3 \times 4 = 84$$

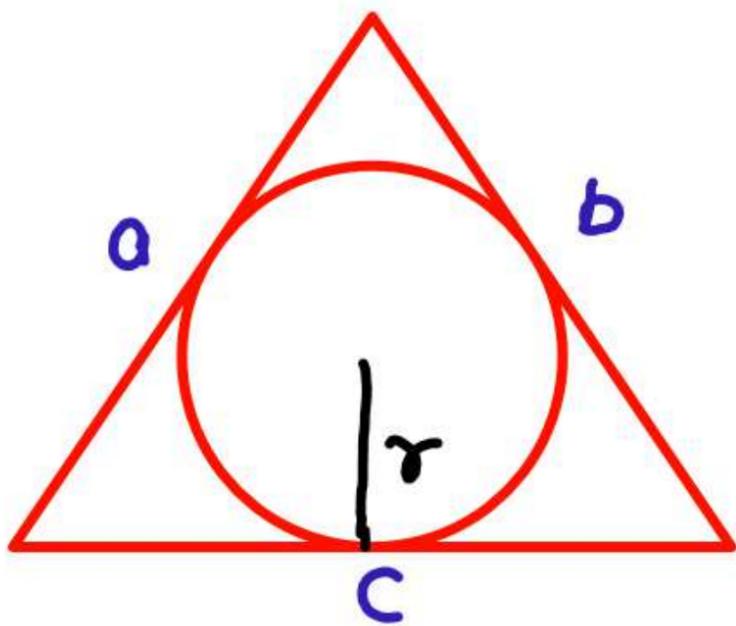
$$\therefore r = \frac{\Delta}{s} = \frac{84}{21} = 4$$

20. Find in-radius of a triangle whose sides are 13 cm, 14cm and 15 cm.

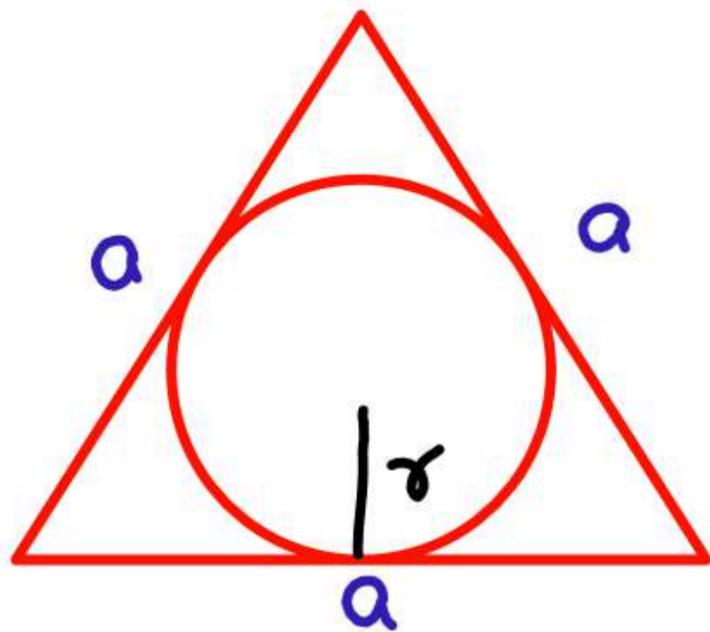
उस त्रिभुज की अन्तः त्रिज्या ज्ञात कीजिए जिसकी भुजाएँ 13 सेमी, 14 सेमी और 15 सेमी हैं।

- (a) 4cm.
- (b) 12cm.
- (c) 8cm.
- (d) 14cm.



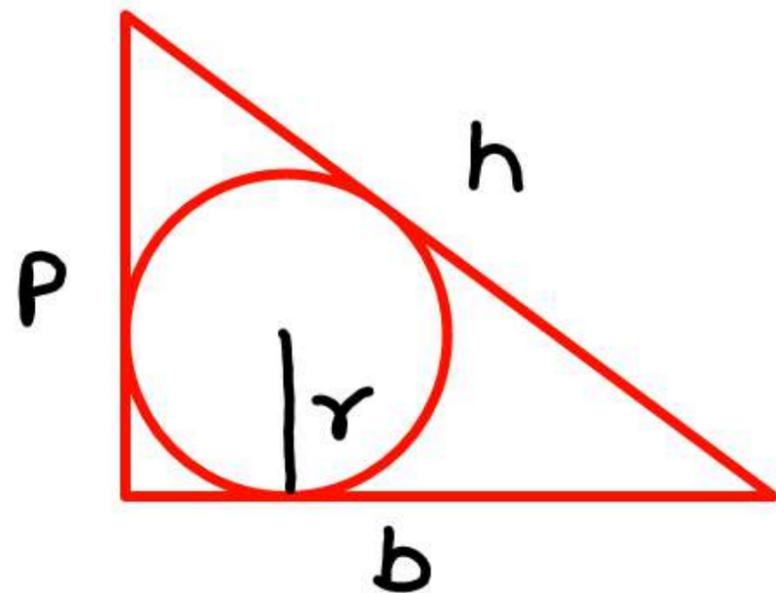


$$r = \frac{\Delta}{S}$$

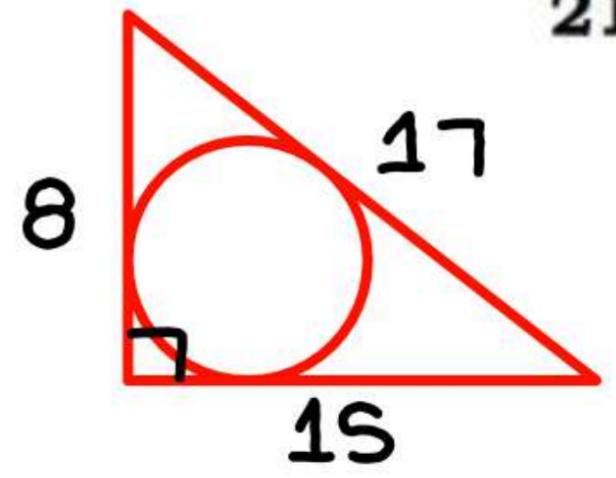


$$r = \frac{\frac{\sqrt{3}}{4} a^2}{\frac{3}{2} a} = \frac{a}{\sqrt{3}}$$

$$r = \frac{a}{\sqrt{3}}$$



$$r = \frac{p + b - h}{2}$$



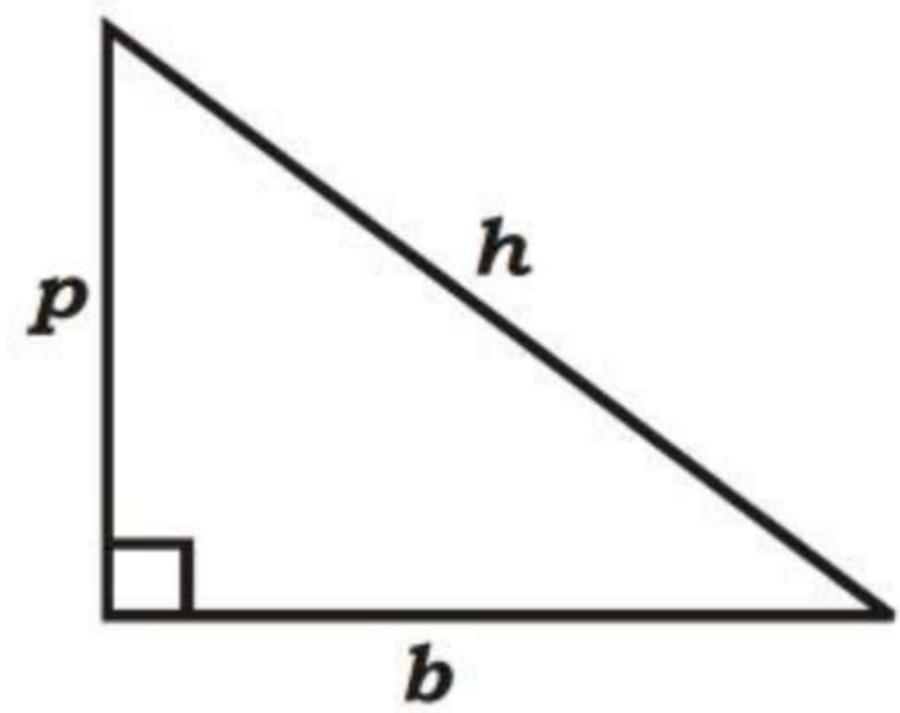
21. A circle inscribed in a right-angled triangle. The lengths of the two sides containing the right angles are 15 cm and 8 cm. Find inradius.

एक समकोण त्रिभुज में एक वृत्त अंतःस्थापित है। समकोण बनाने वाली दो भुजाओं की लंबाई 15 सेमी और 8 सेमी है। अंतःवृत्त की त्रिज्या ज्ञात करें।

$$r = \frac{8 + 15 - 17}{2} = 3$$

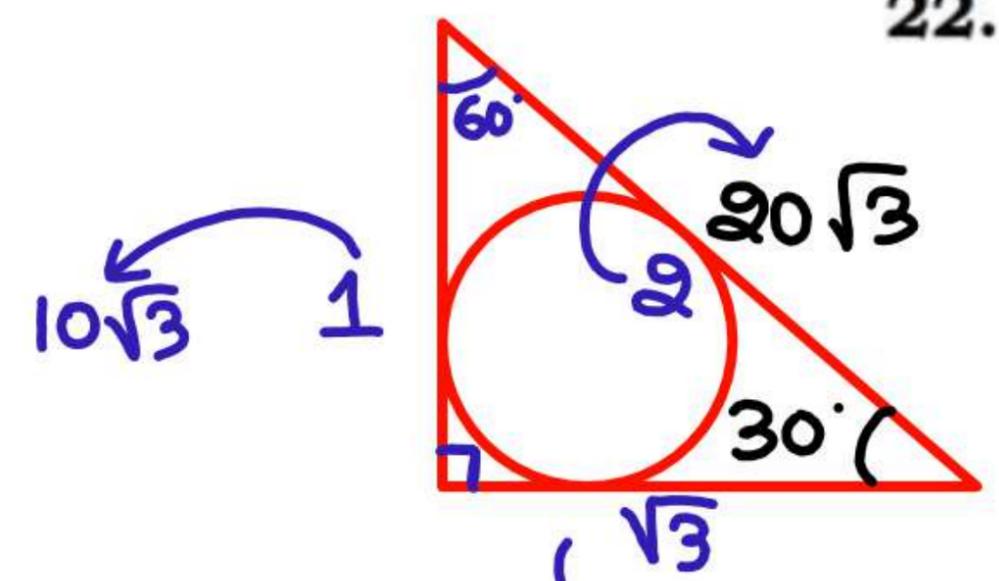
SSC CHSL 09/08/2021 (Shift- 02)

- (a) 4.5 cm
- (b) 3 cm ✓
- (c) 3.75 cm
- (d) 4 cm



(iii) Inradius of a right-angled triangle
समकोण त्रिभुज की अंतःत्रिज्या

$$= \frac{p + b - h}{2}$$



$$r = \frac{10\sqrt{3} + \sqrt{3} + 20\sqrt{3} - 20\sqrt{3}}{2} = 30$$

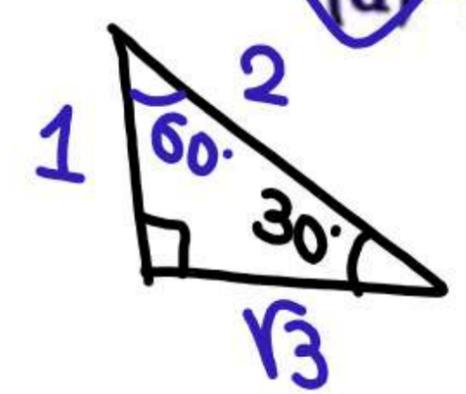
$$\Rightarrow r = (15 - 5\sqrt{3}) = 5(3 - \sqrt{3})$$

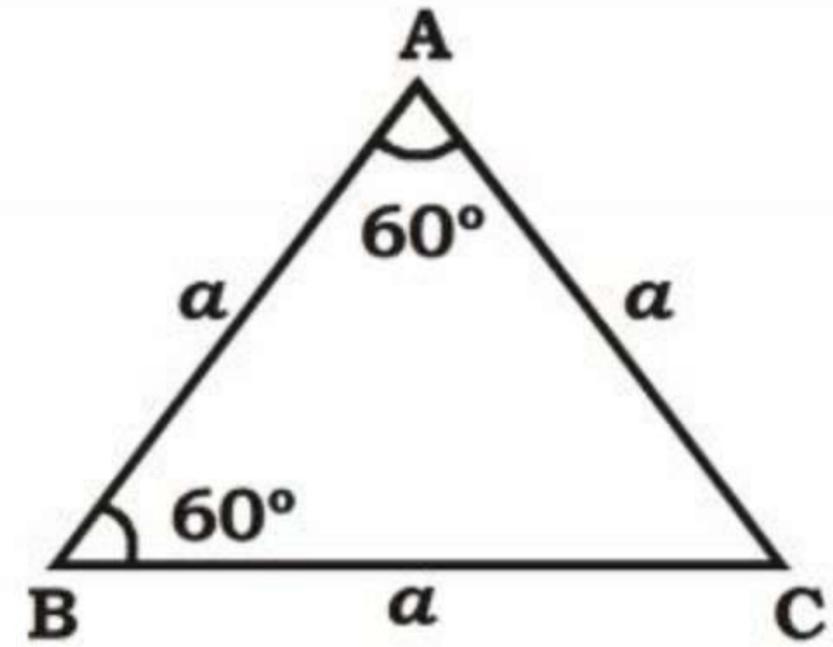
$$\begin{aligned} \therefore \text{Area} &= \pi r^2 = \pi \times 25(3 - \sqrt{3})^2 \\ &= 25\pi(9 + 3 - 6\sqrt{3}) = 25\pi(12 - 6\sqrt{3}) \\ &= 75\pi(4 - 2\sqrt{3}) \end{aligned}$$

22. The hypotenuse of a right-angled triangle is $20\sqrt{3}$ cm and one of its angles is 30° . Find the area (in sq.cm) of the largest circle that can be cut out from the triangle.

एक समकोण त्रिभुज का कर्ण $20\sqrt{3}$ सेमी है और इसका एक कोण 30° है। त्रिभुज से काटे जा सकने वाले सबसे बड़े वृत्त का क्षेत्रफल (वर्ग सेमी में) ज्ञात कीजिए।

- (a) 180π
- (b) $75\pi(4 + 2\sqrt{3})$
- (c) 300π
- (d) $75\pi(4 - 2\sqrt{3})$ ✓

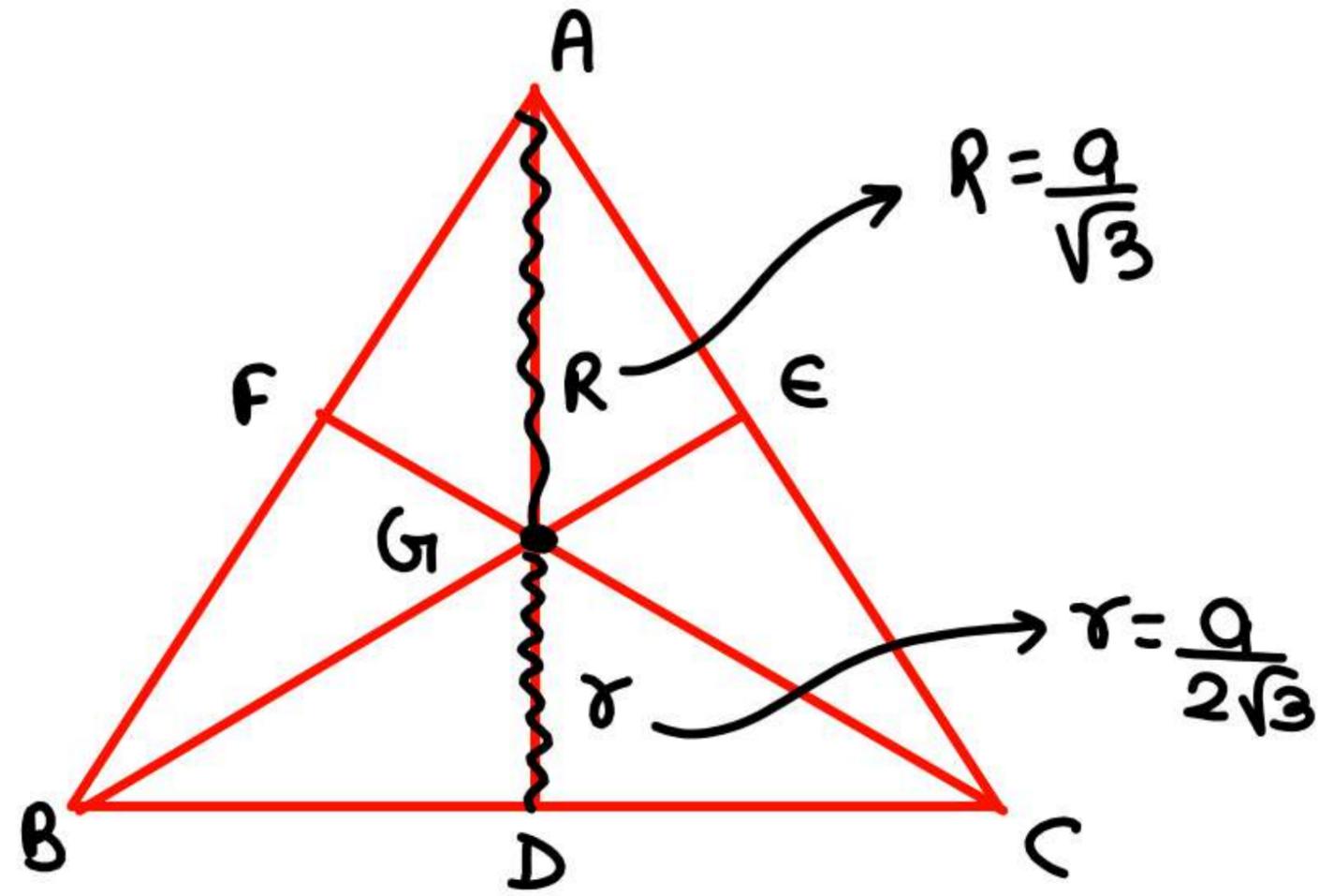


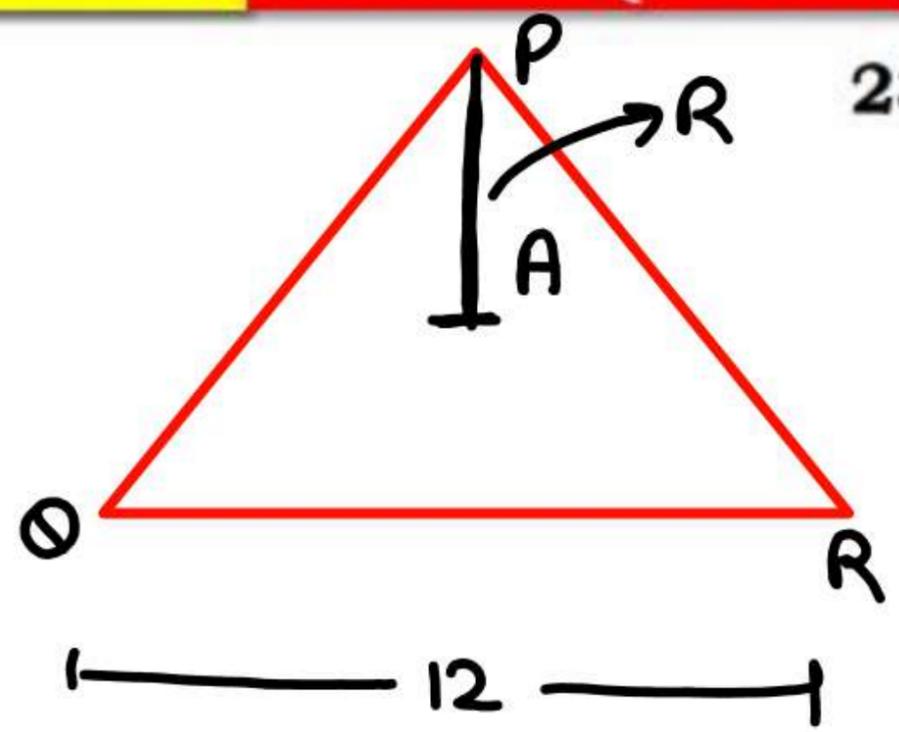


(iv) Inradius of an equilateral triangle

समबाहु त्रिभुज की अंतःत्रिज्या

$$r = \frac{a}{2\sqrt{3}} = \frac{\text{side}}{2\sqrt{3}}$$





23. PQR is an equilateral triangle and the centroid of triangle PQR is point A. If the side of the triangle is 12 cm, then what is the length of PA?

PQR एक समबाहु त्रिभुज है तथा त्रिभुज PQR को केंद्रक बिंदु A है। यदि त्रिभुज की भुजा 12 सेमी हो, तो PA की लंबाई कितनी है?

SSC CGL TIER-II (08/08/2022)

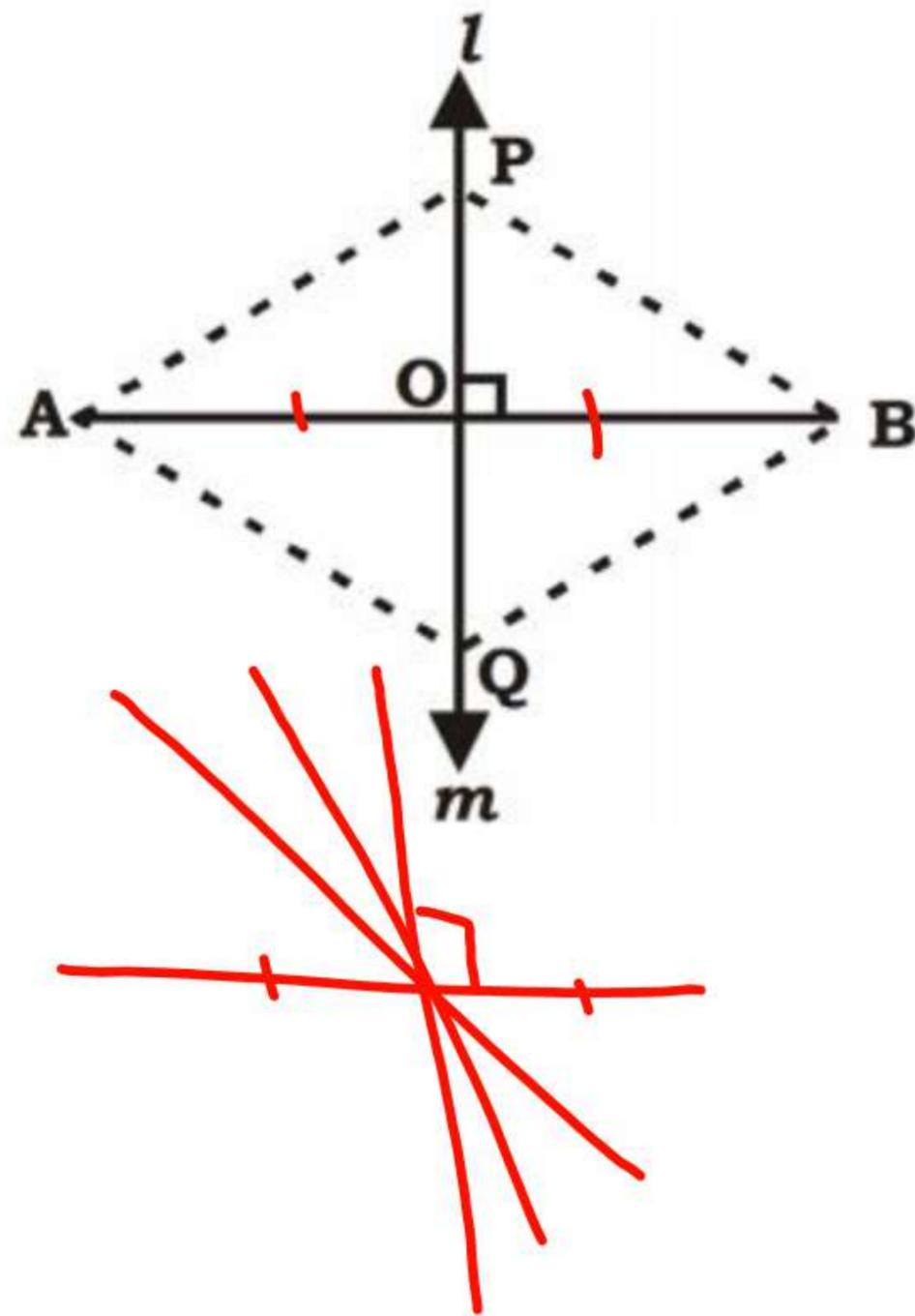
$$R = \frac{0}{\sqrt{3}} = \frac{12^4}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = 4\sqrt{3}$$

- (a) $2\sqrt{3}$ cm
- (c) $\sqrt{3}$ cm

- (b) $8\sqrt{3}$ cm
- (d) $4\sqrt{3}$ cm

Circum-Center/ परि-केंद्र

Perpendicular Bisector / लम्ब-समद्विभाजक

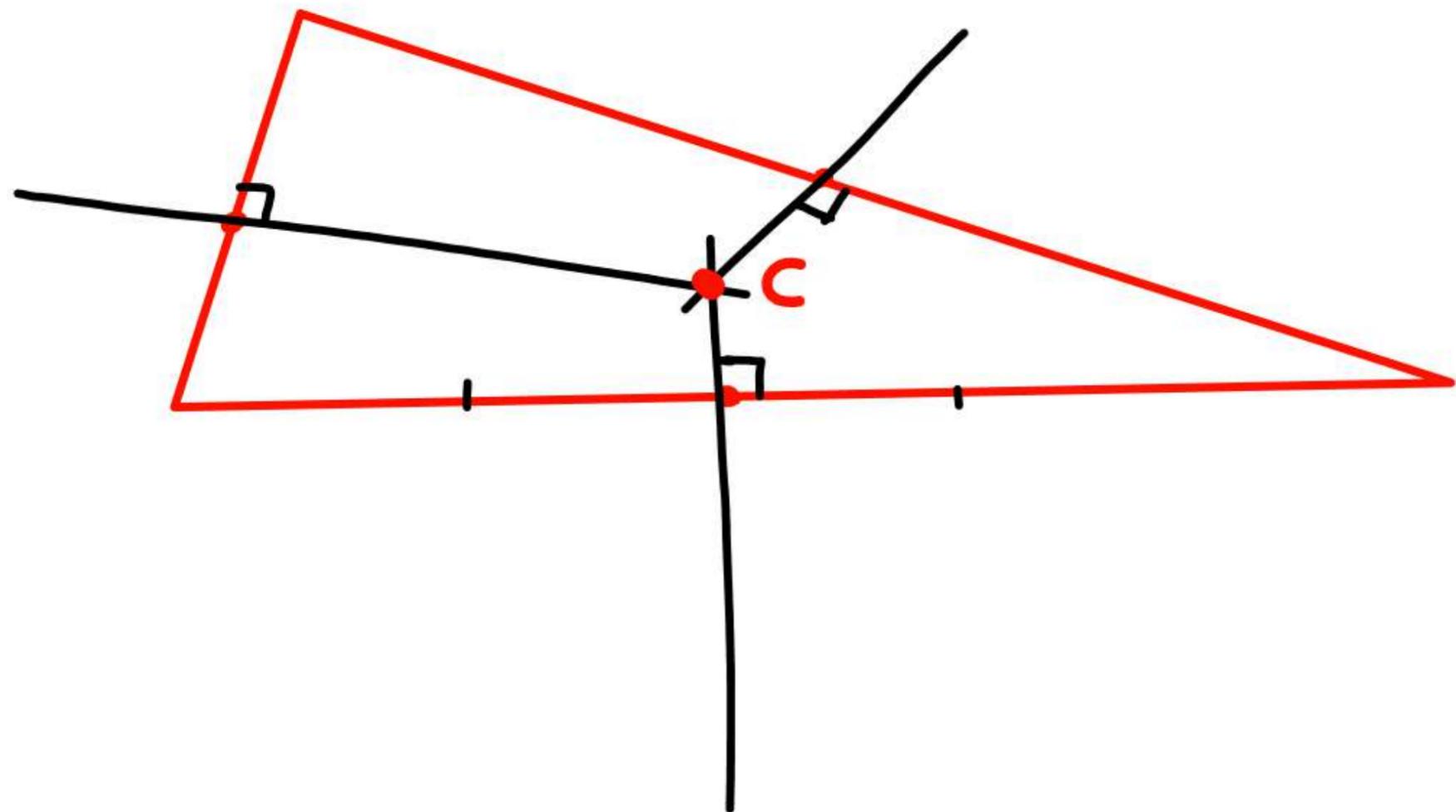


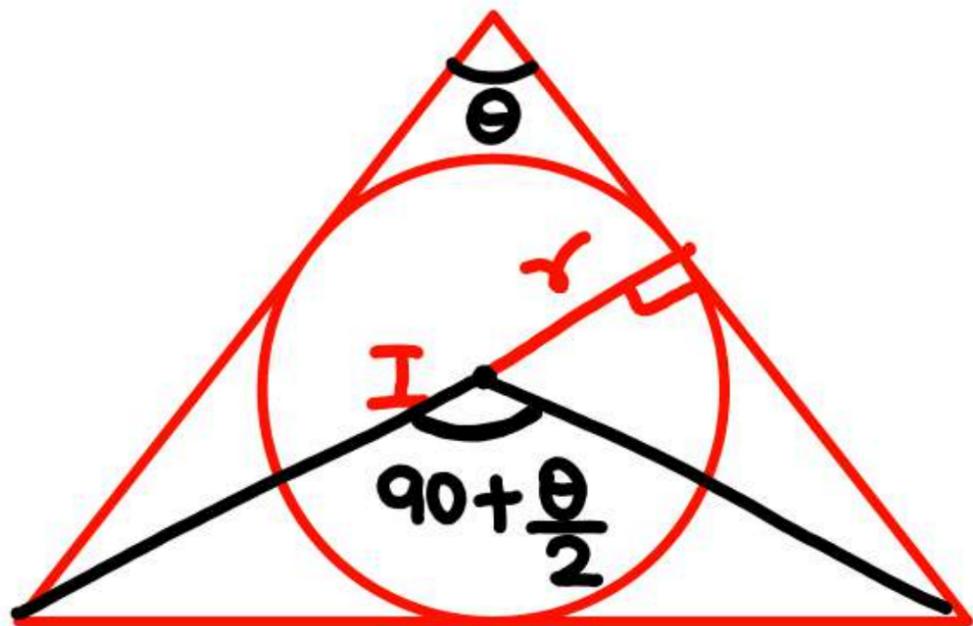
If a line bisects a line segment perpendicularly, the line is called a perpendicular bisector.

यदि कोई रेखा किसी रेखाखंड को लम्बवत द्विभाजित करे तो रेखा लम्ब समद्विभाजक कहलाती है।

If the line $lm \perp AB$ and $AO = OB$,
then $AP = PB$ and $AQ = BQ$

lm is the perpendicular bisector of AB





Incentre

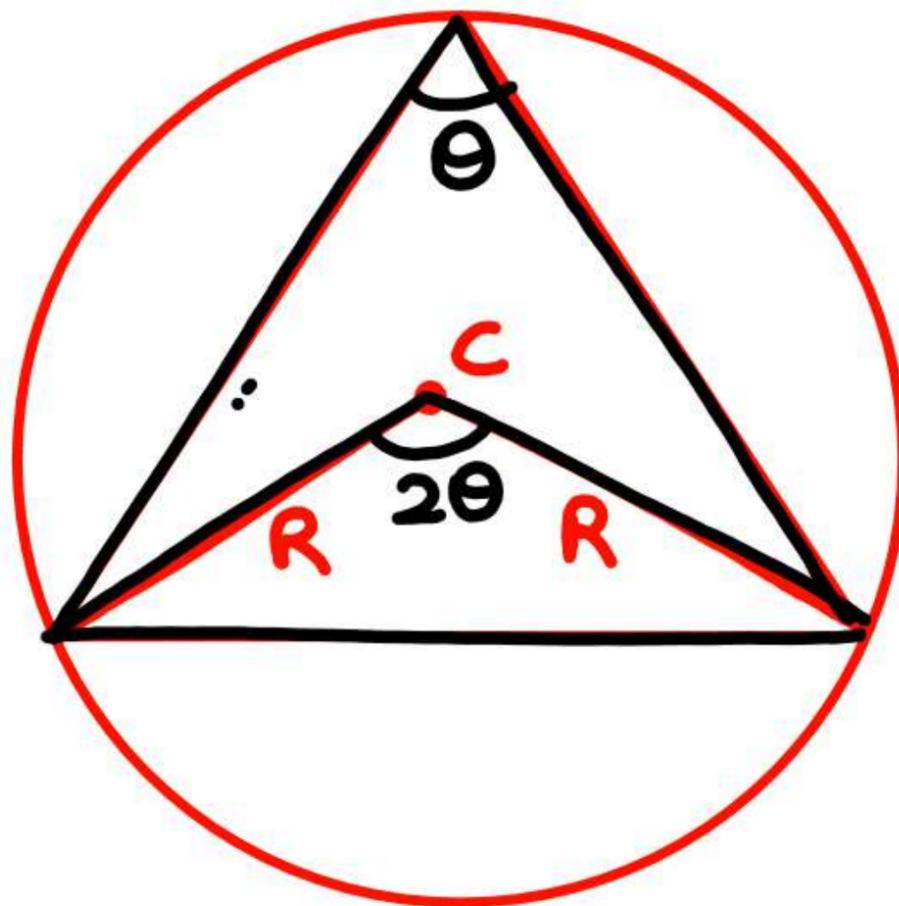
$$r = \frac{\Delta}{s}$$

equi.

$$r = \frac{a}{2\sqrt{3}}$$

rt.

$$r = \frac{p+b-h}{2}$$

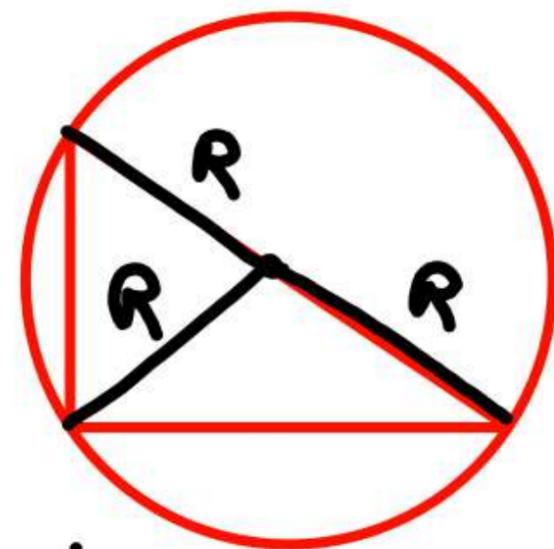


Circumcentre

$$R = \frac{abc}{4\Delta}$$

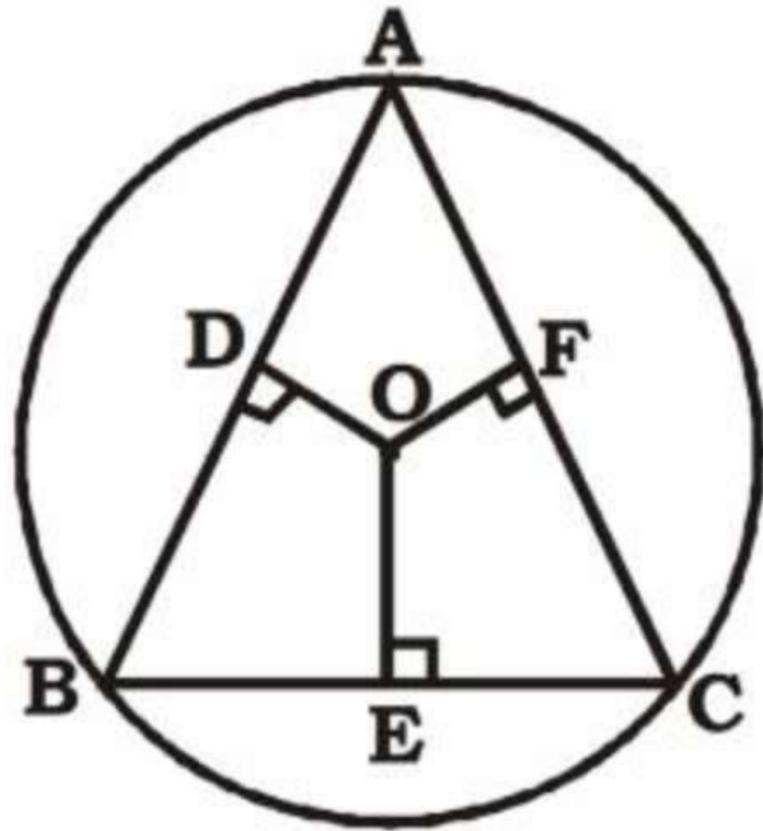
equilateral

$$R = 2r = 2 \times \frac{a}{2\sqrt{3}} = \frac{a}{\sqrt{3}}$$



$$R = \frac{\text{Hyp.}}{2}$$

Circum-Center of a Triangle/ त्रिभुज का परिकेंद्र



The point of intersection of the perpendicular bisectors of the sides of a triangle is called the circumcentre.

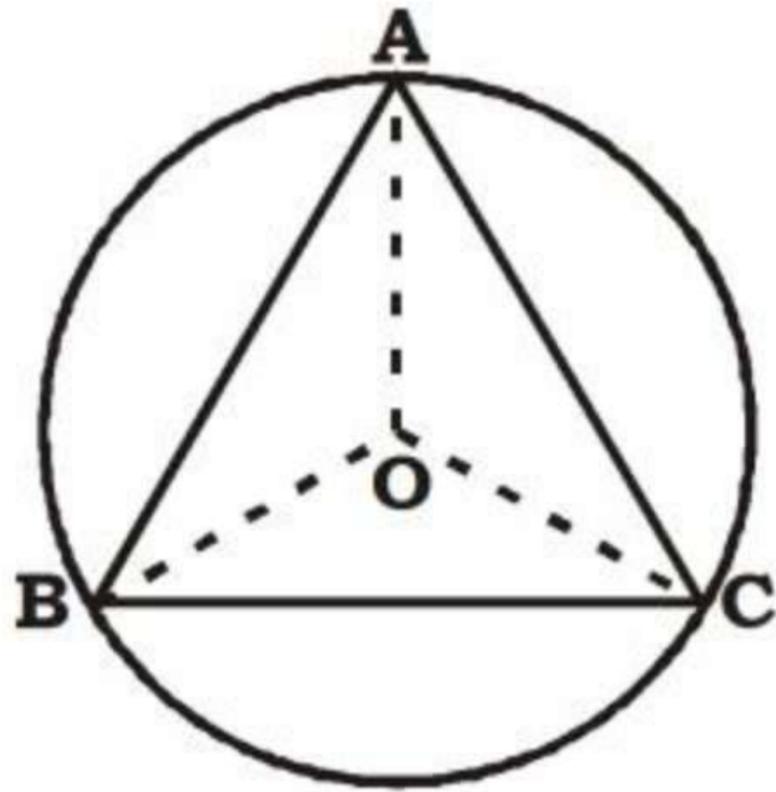
किसी त्रिभुज की भुजाओं के लम्ब समद्विभाजकों के प्रतिच्छेद बिन्दु को परिकेन्द्र कहते हैं।

$$OD \perp AB \text{ and } AD = BD$$

$$OE \perp BC \text{ and } BE = EC$$

$$OF \perp AC \text{ and } CF = FA$$

Properties of Circum-Centre / परिकेंद्र की विशेषताएँ



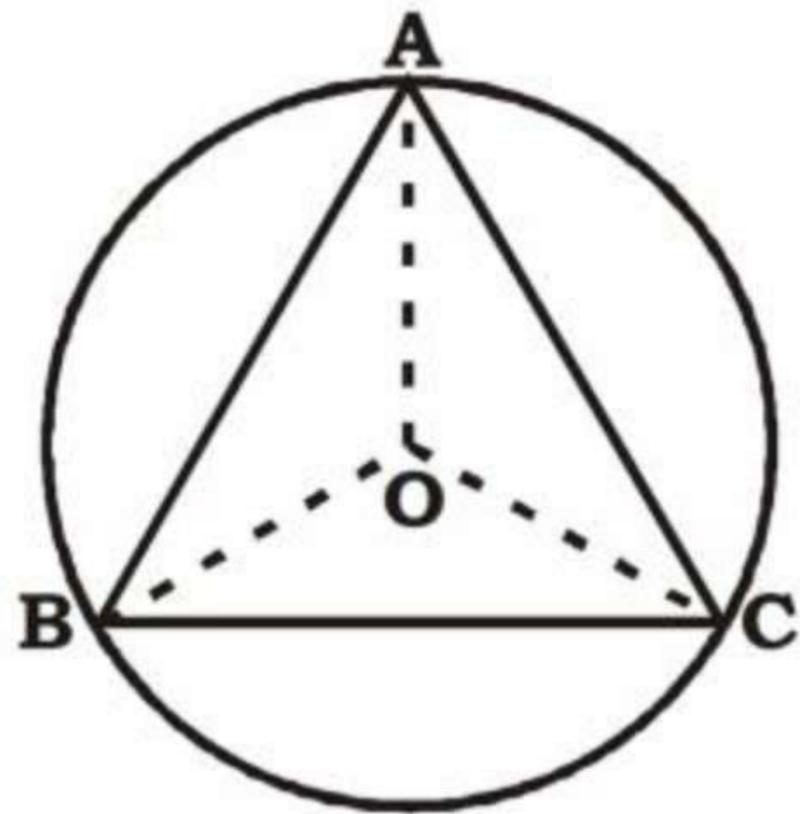
- (i) All the three perpendicular bisectors of the sides of a triangle pass through a point (circumcentre).

किसी त्रिभुज के भुजाओं के सभी लम्ब समद्विभाजक एक ही बिन्दु (परिकेन्द्र) से होकर गुजरते हैं।

- (ii) The circumcentre of a triangle is equal-distance from all the three vertices of the triangle and the distance is equal to the circumradius, i.e.

त्रिभुज का परिकेन्द्र त्रिभुज के तीनों शीर्षों से समान दूरी पर होता है और यह दूरी परित्रिज्या के बराबर होती है।

$$OA = OB = OC = R \text{ (circumradius)}$$



(iii) If O be the circumcentre, then

यदि O परिकेन्द्र हो, तो

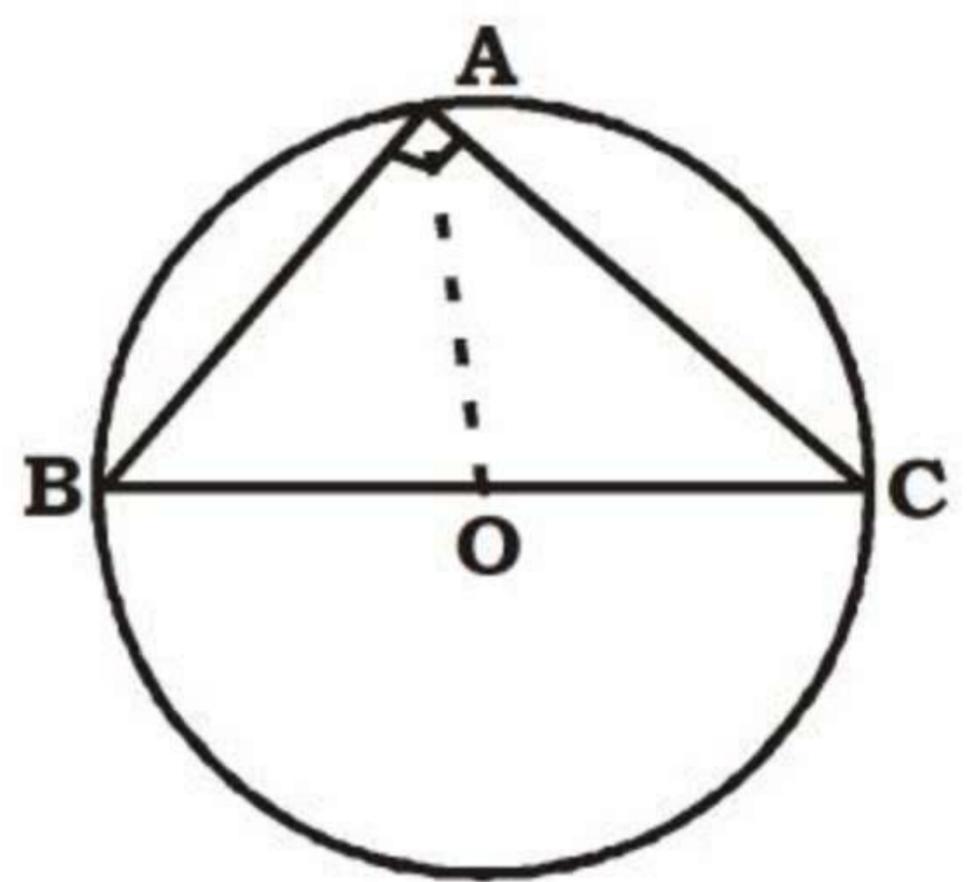
(a) In acute-angled triangle ABC,

न्यूनकोण त्रिभुज ABC में

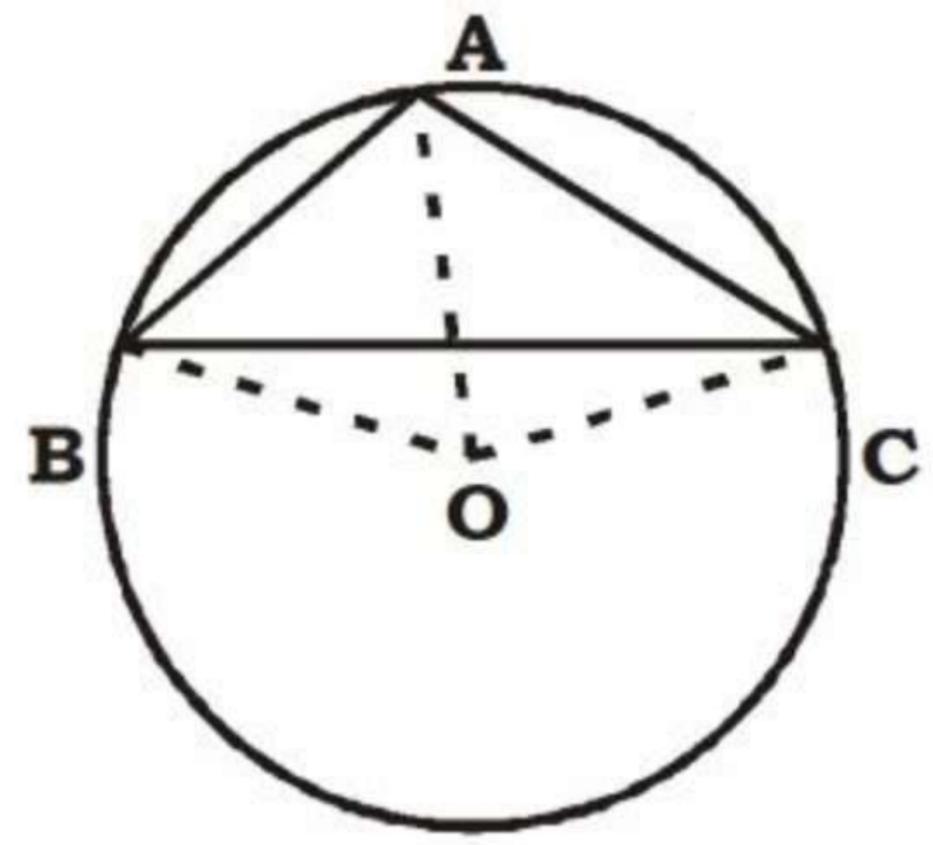
$$\angle BOC = 2\angle A$$

$$\angle COA = 2\angle B$$

$$\angle AOB = 2\angle C$$



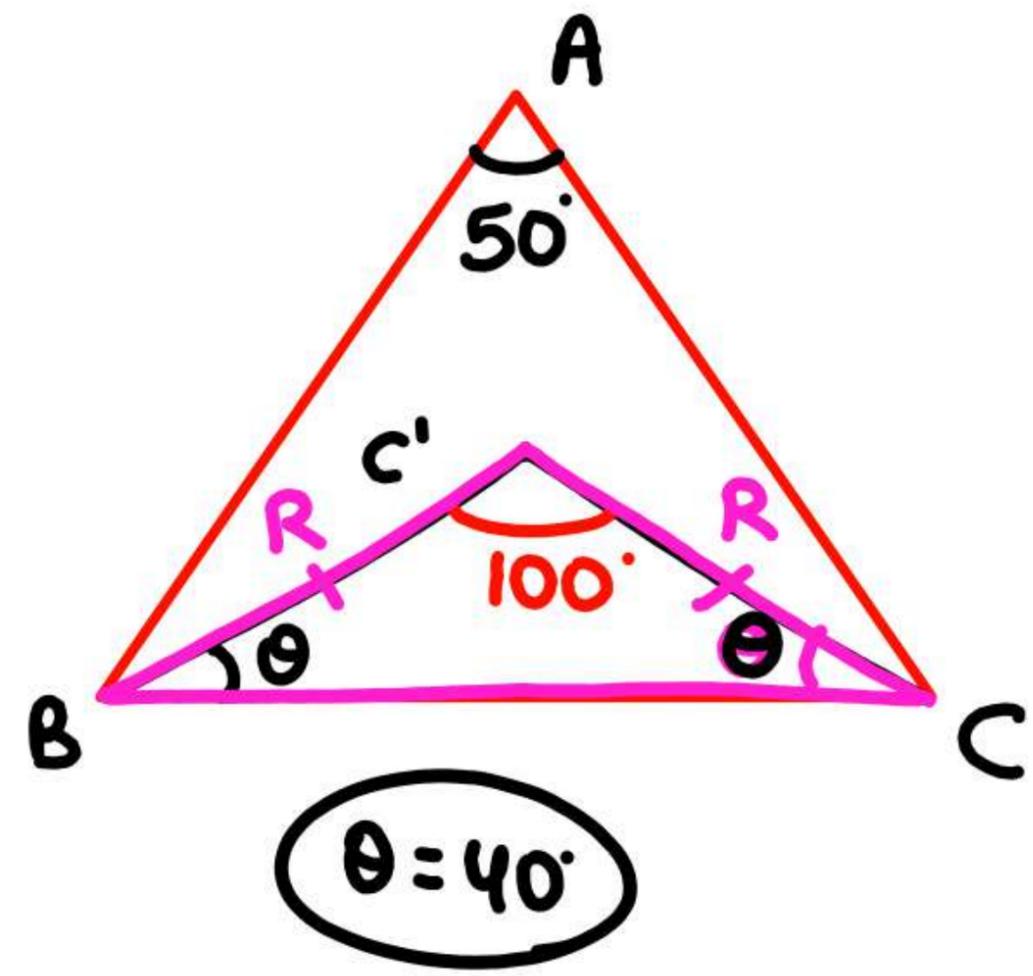
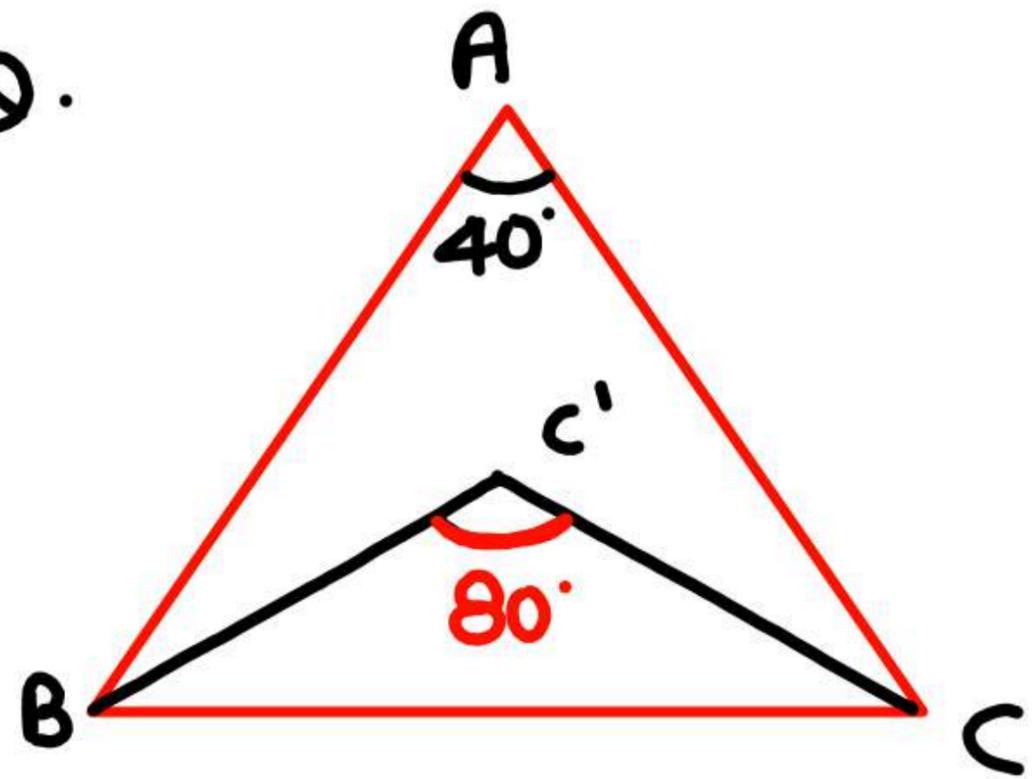
(b) In a right-angled triangle, ABC,
समकोण त्रिभुज ABC में
 $\angle BOC = 2\angle A = 180^\circ$
 $\angle COA = 2\angle B = 180^\circ - 2\angle C$
 $\angle AOB = 2\angle C = 180^\circ - 2\angle B$

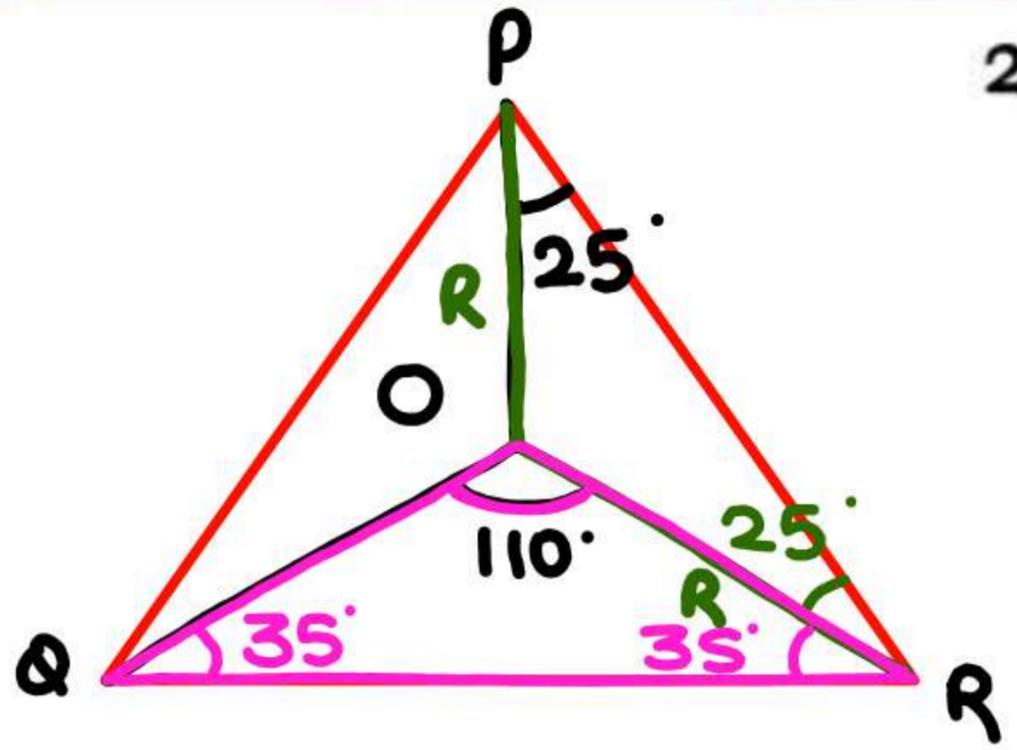


(c) In an obtuse-angled triangle ABC,
अधिककोण त्रिभुज ABC में,

$$\angle BOC = 2(180^\circ - \angle A)$$
$$\angle COA = 2\angle B$$
$$\angle BOA = 2\angle C$$

Q.



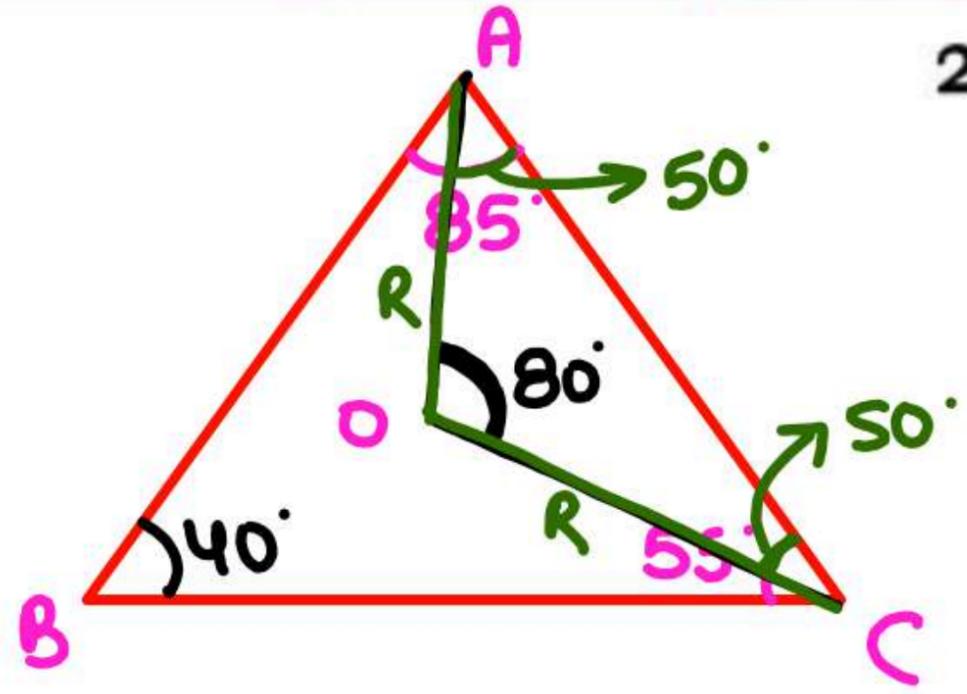


$\angle R = 35^\circ + 25^\circ = 60^\circ$

24. If O be the circumcentre of a triangle PQR and $\angle QOR = 110^\circ$, $\angle OPR = 25^\circ$, the measure of $\angle PRQ$ is :

यदि O, PQR का परिकेन्द्र हो और $\angle QOR = 110^\circ$, $\angle OPR = 25^\circ$ हो, तो $\angle PRQ$ की माप है :

- (a) 41°
- (b) 50°
- (c) 60°
- (d) 89°

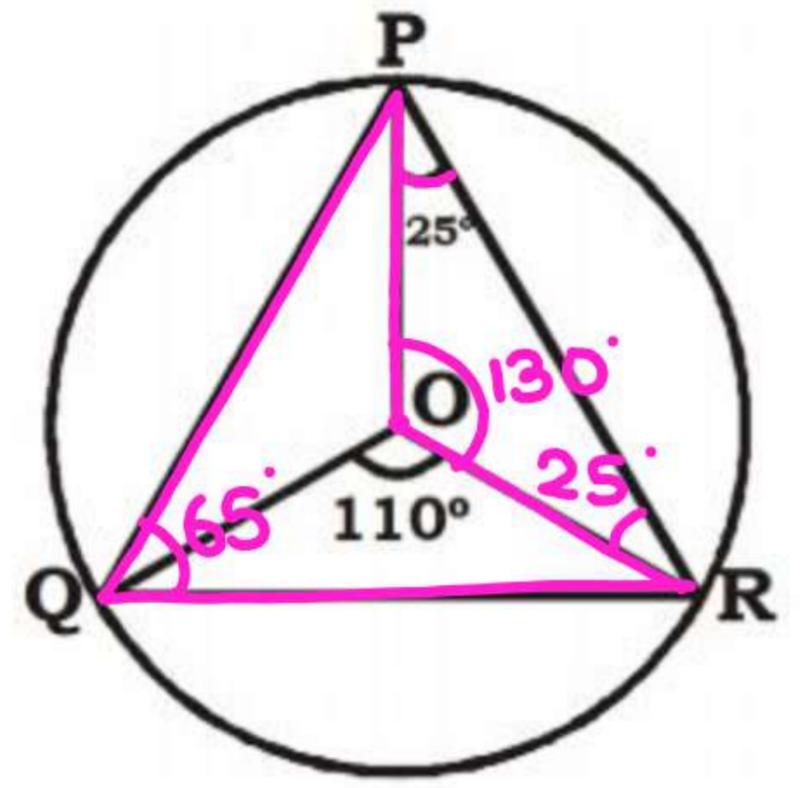


25. O is the circumcentre of $\triangle ABC$, given $\angle BAC = 85^\circ$ and $\angle BCA = 55^\circ$, find $\angle OAC$.

O, $\triangle ABC$ का परिकेन्द्र है। दिया है कि $\angle BAC = 85^\circ$ और $\angle BCA = 55^\circ$ तो $\angle OAC$ का मान ज्ञात कीजिए।

- (a) 40°
- (c) 60°

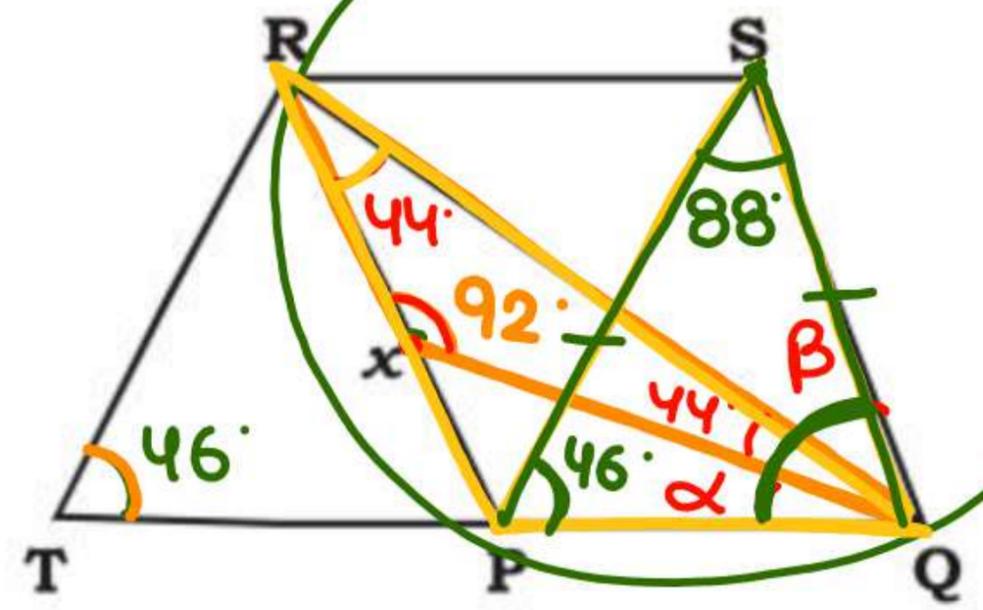
- (b) 50°
- (d) 80°



26. O is the circumcentre of ΔPQR and $\angle QOR = 110^\circ$ and $\angle OPR = 25^\circ$, then the measure of $\angle PQR$ is :

O, ΔPQR का परिकेन्द्र है। दिया है कि $\angle QOR = 110^\circ$ और $\angle OPR = 25^\circ$ तो $\angle PQR$ का मान ज्ञात कीजिए।

- (a) 65°
- (b) 50°
- (c) 55°
- (d) 60°



27.

In the given figure, S is the circumcenter of ΔPRQ and X is the circumcenter of ΔTRQ . If $\angle RTP = 46^\circ$, find $\angle XQP + \angle RQS$?

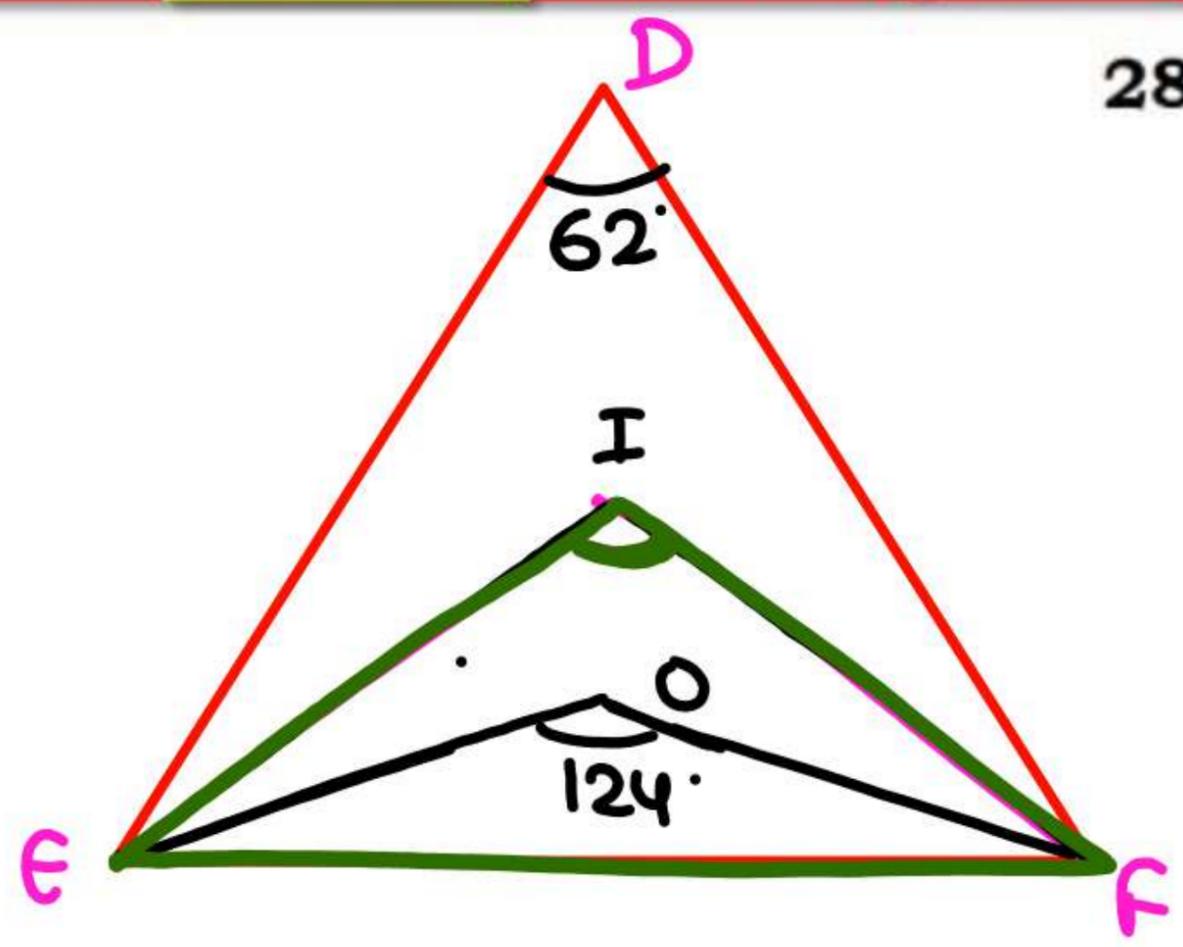
दी गयी आकृति में, S, ΔPRQ का परिकेंद्र है और X ΔTRQ का परिकेंद्र है। यदि तो $\angle RTP = 46^\circ$, तो $\angle XQP + \angle RQS$ ज्ञात कीजिये।

- (a) 3°
- (c) 1°

- (b) 4°
- (d) 2°

$\alpha + 44 + \beta = 46$
 $\alpha + \beta = 2^\circ$





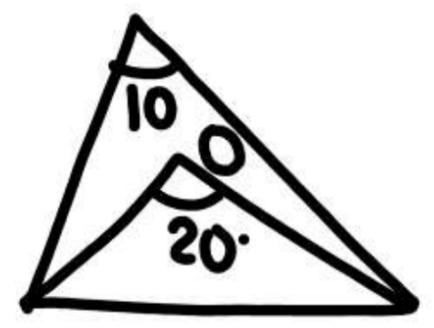
$$\angle EIF = 90 + \frac{62}{2}$$

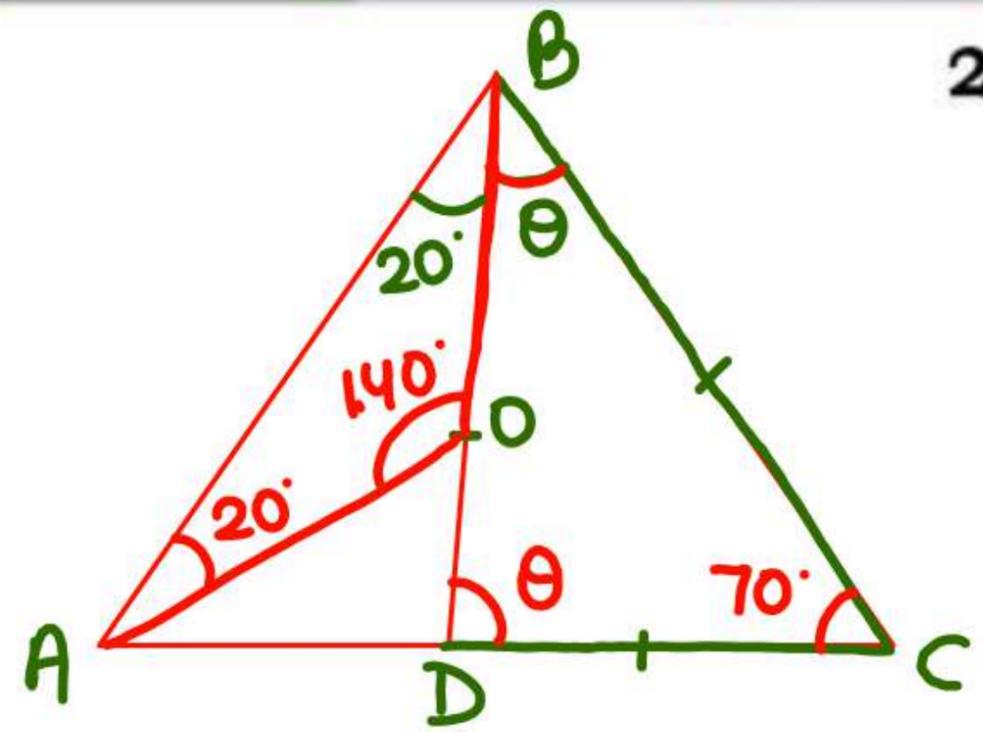
$$= 121$$

28. If O and I is the circumcenter and incenter of a triangle DEF respectively, $\angle EOF = 124^\circ$, then $\angle EIF = ?$

यदि त्रिभुज DEF में, O और I क्रमशः परिकेंद्र और अन्तः केंद्र है। $\angle EOF = 124^\circ$ तो $\angle EIF$ का मान होगा।

- (a) 118°
- (b) 124°
- (c) 106°
- (d) 121°





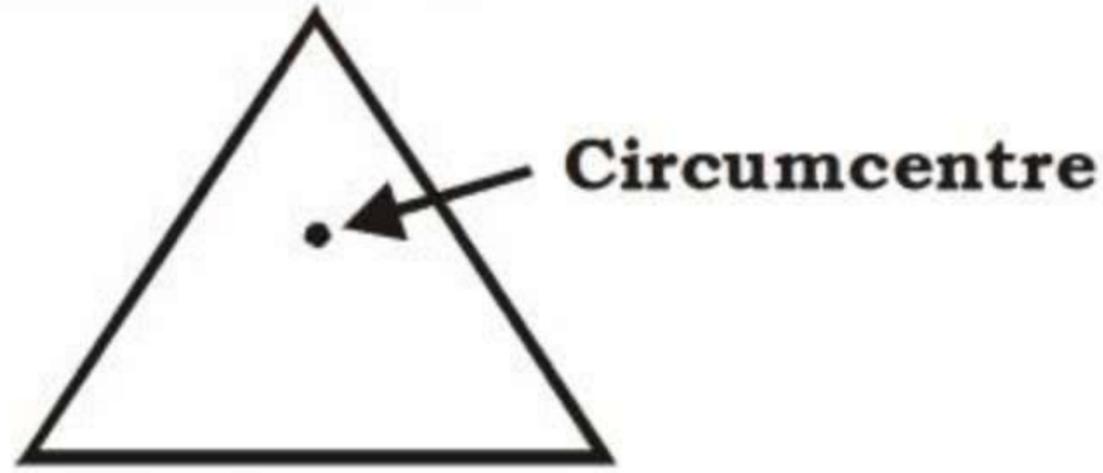
29. In the given ΔABC O is circumcenter of triangle ABC. $BC = DC$, $\angle ABD = 20^\circ$ then θ ?

दिए गए चित्र में, O, ΔABC का परिकेंद्र है, यदि $BC = DC$ और $\angle ABD = 20^\circ$ तब θ का मान होगा-

- (a) 55°
- (b) 54°
- (c) 42°
- (d) 50°

$\theta + \theta + 70 = 180$
 $\Rightarrow 2\theta = 110$
 $\theta = 55$

Location of Circum-centre / परिकेंद्र की अवस्थिति

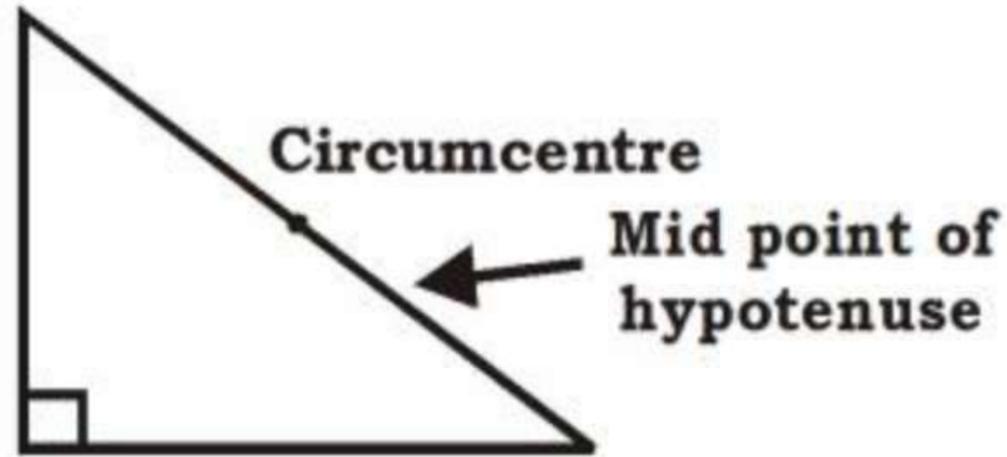


(iv) In a acute triangle, the circumcentre is always inside the triangle.

किसी न्यूनकोण त्रिभुज में परिकेन्द्र हमेशा त्रिभुज के अंदर होता है।

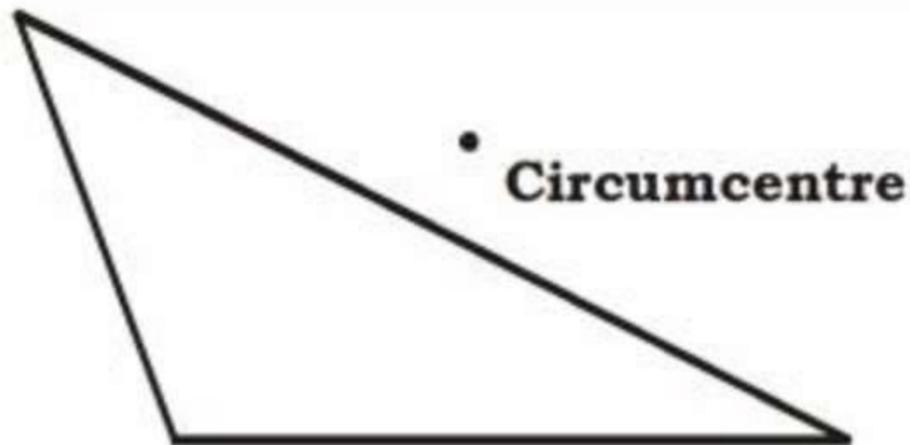
In a right-angled triangle, the circumcentre is mid-point of the hypotenuse.

किसी समकोण त्रिभुज में परिकेन्द्र हमेशा कर्ण का मध्य बिन्दु होता है।

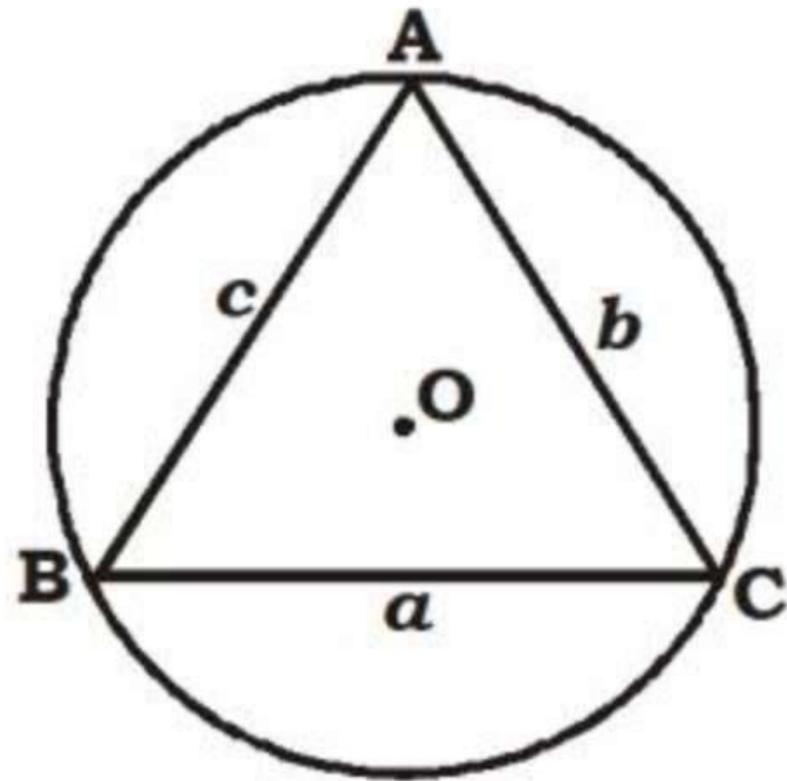


In an obtuse-angled triangle, the circumcentre is always outside the triangle and will be at the front of the angle which is obtuse.

किसी अधिक कोण त्रिभुज में परिकेन्द्र हमेशा त्रिभुज के बाहर और अधिक कोण के सामने होता है।



Circum-Radius/ परि-त्रिज्या



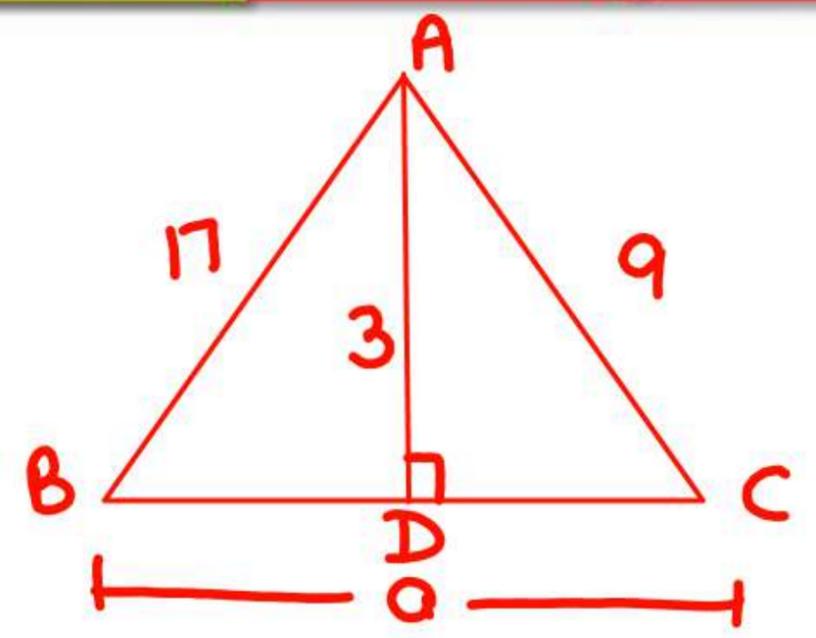
The radius of the circumcircle of a triangle is called the circumradius. It is denoted by R .

किसी त्रिभुज के परिवृत्त की त्रिज्या, परित्रिज्या कहलाती है। इसे R द्वारा निरूपित किया जाता है।

(a) The circumradius of any triangle ABC

किसी भी त्रिभुज ABC की परित्रिज्या

$$R = \frac{\text{Multiplication of all three sides}}{4 \times \text{Area of the triangle}} = \frac{abc}{4\Delta}$$



30. In a ΔABC , $AB = 17$ cm, $AC = 9$ cm, AD is perpendicular on BC & $AD = 3$ cm. Find the circum radius of this triangle.

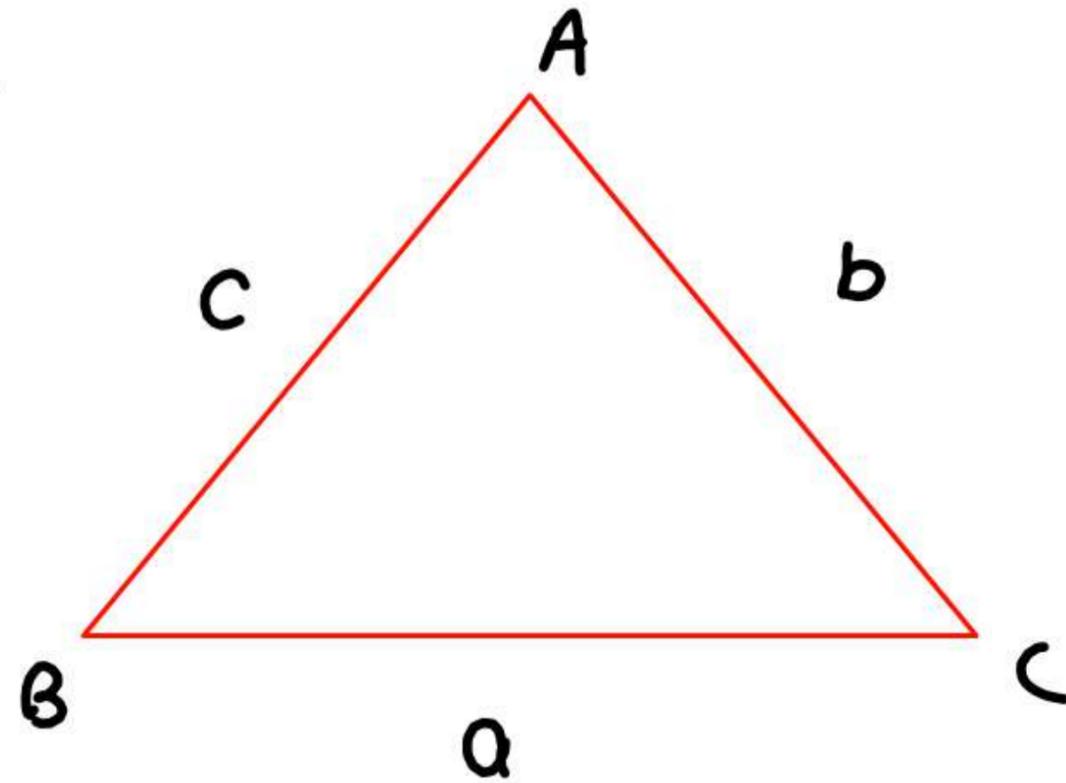
$\angle ABC$ में $AB = 17$ सेमी, $AC = 9$ सेमी & $AD = 3$ सेमी, AD भुजा BC पर लम्ब है। त्रिभुज की परित्रिज्या ज्ञात कीजिए।

- (a) 25.5 cm
- (b) 17.5 cm
- (c) 18.5 cm
- (d) 24.5 cm

$$R = \frac{abc}{4\Delta}$$

$$= \frac{9 \times 9 \times 17}{2 \times \frac{1}{2} \times a \times 3} = 25.5$$

Sine Rule



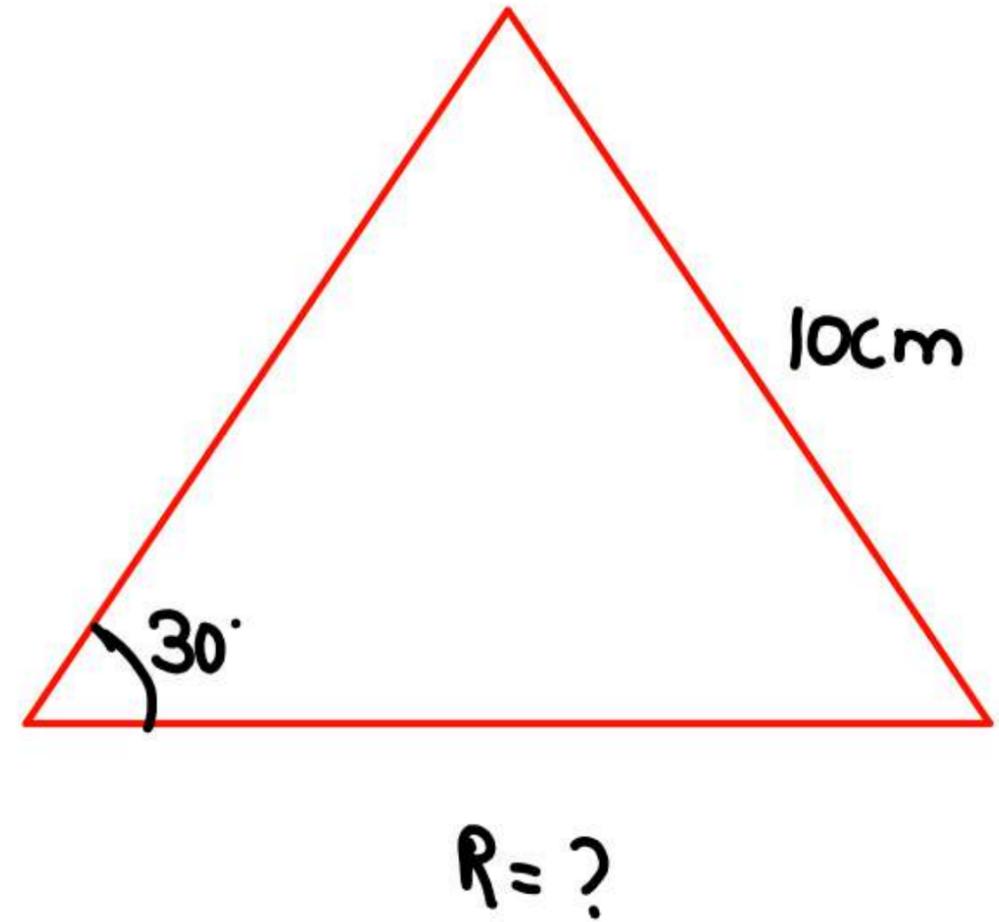
$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$

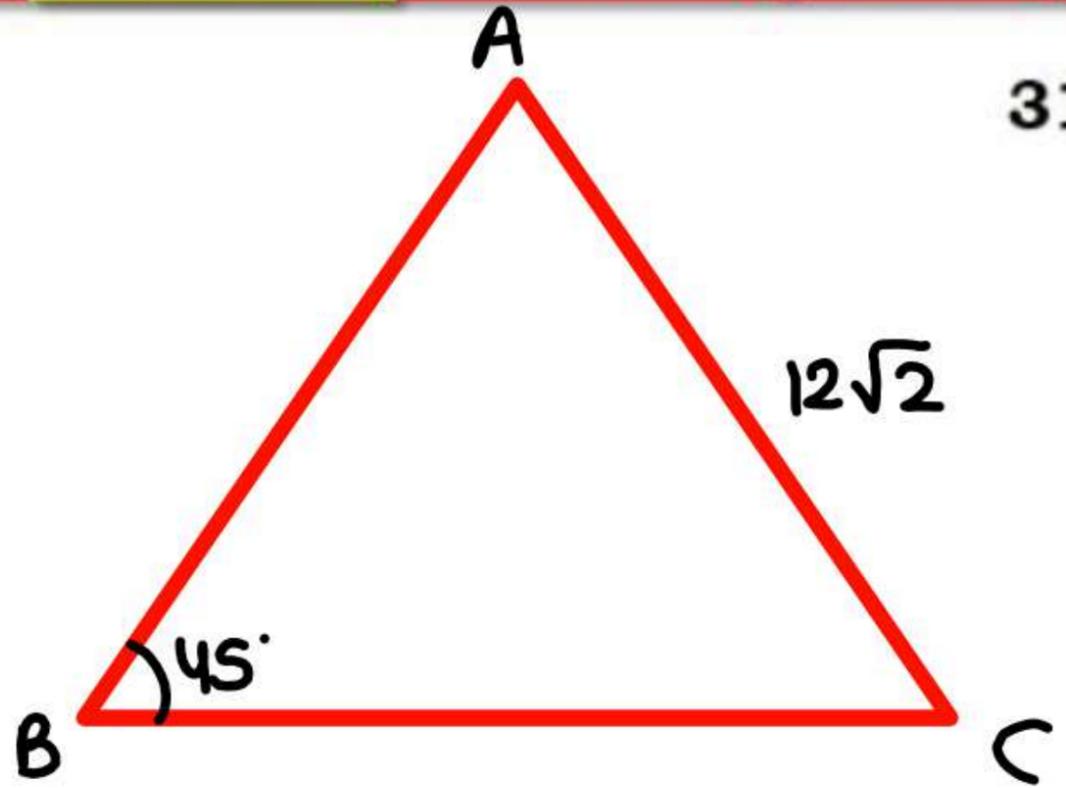
Solⁿ $\frac{10}{\sin 30^\circ} = 2R$

$\Rightarrow \frac{10}{\frac{1}{2}} = 2R$

$\Rightarrow 10 \times 2 = 2R$

$R = 10$





31. In $\triangle ABC$, $\angle B = 45^\circ$ and $AC = 12\sqrt{2}$ cm. Find the circum-radius of the triangle?

$\triangle ABC$ में $\angle B = 45^\circ$ और $AC = 12\sqrt{2}$ cm है। त्रिभुज की परिव्रिज्या ज्ञात कीजिये।

- (a) 12 cm
- (b) 8 cm
- (c) 6 cm
- (d) 4 cm

$$\frac{12\sqrt{2}}{\sin 45^\circ} = 2R$$

$$\Rightarrow \frac{12\sqrt{2}}{\frac{1}{\sqrt{2}}} = 2R$$

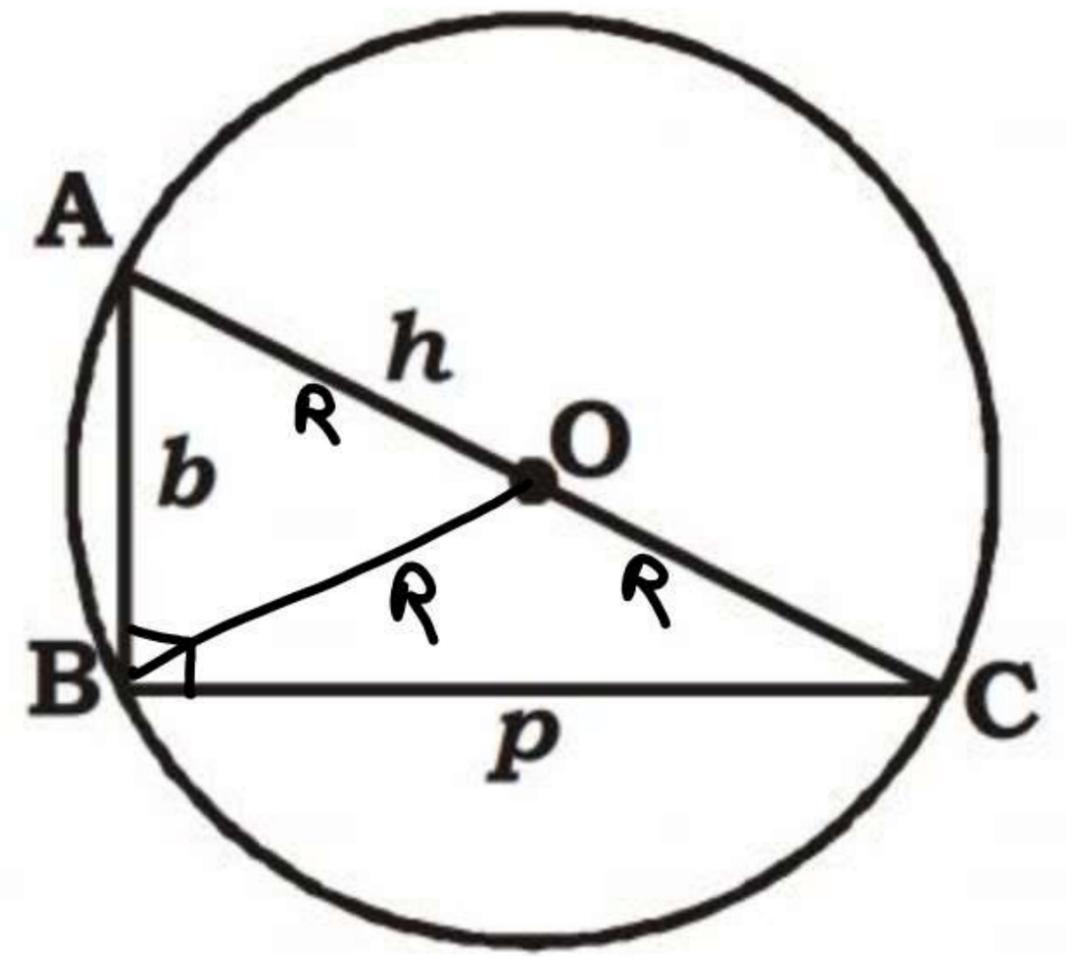
$$\Rightarrow 12 \times \cancel{2} = \cancel{2} R$$

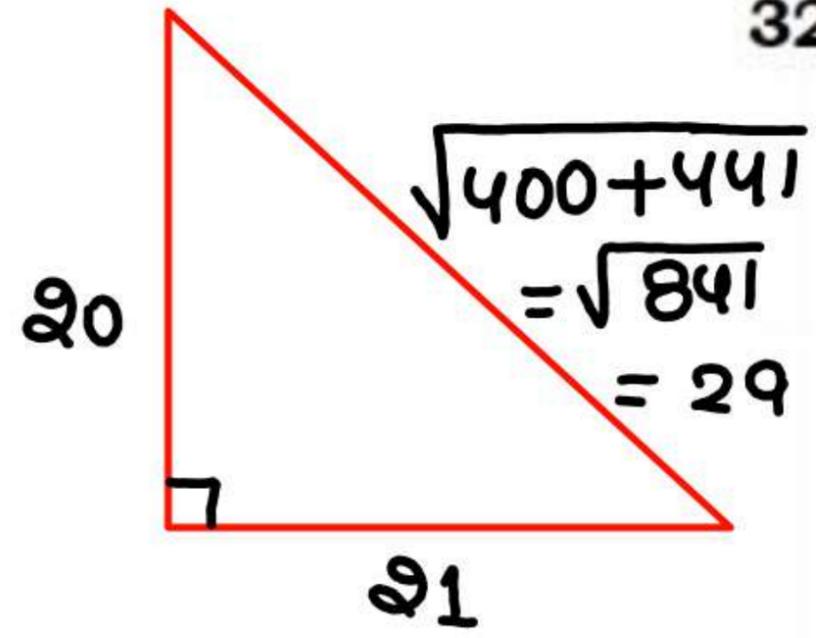
$$R = 12$$

(b) **The circumradius of a right-angled triangle**

समकोण त्रिभुज की परित्रिज्या

$$R = \frac{\text{Hypotenuse}}{2} = \frac{h}{2}$$



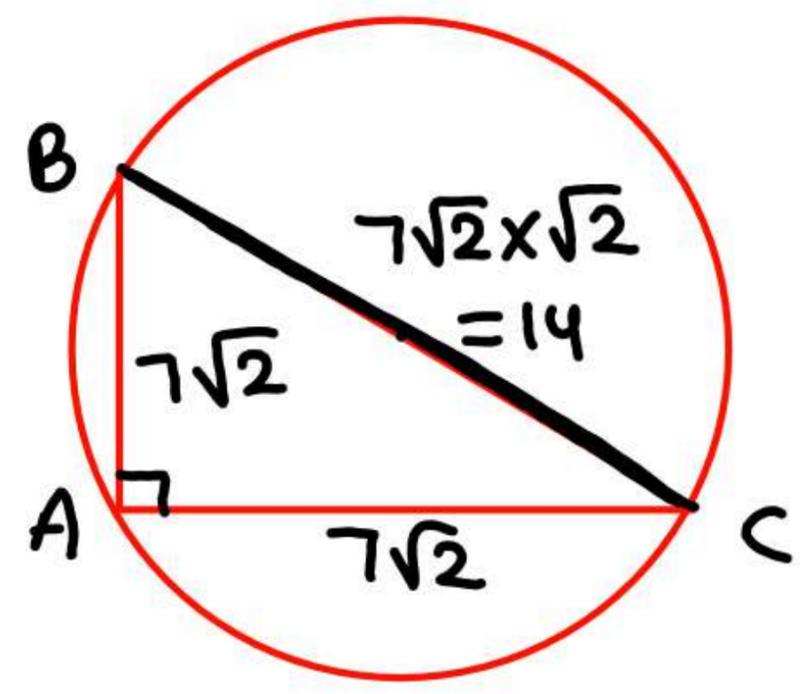


$\therefore R = \frac{29}{2} = 14.5$

32. The lengths of the two sides forming the right angle of a right-angled triangle are 21 cm and 20 cm. What is the radius of the circle circumscribing the triangle?

समकोण त्रिभुज में समकोण बनने वाली दो भुजाओं की लम्बाई 21 सेमी और 20 सेमी है। इस त्रिभुज के परिवृत्त की त्रिज्या क्या है?

- (a) 14.5 cm
- (b) 14 cm
- (c) 12 cm
- (d) 15.5 cm

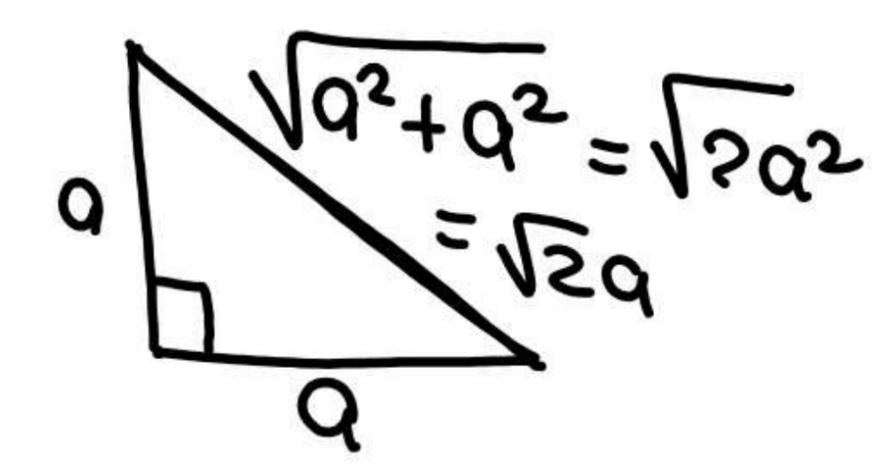


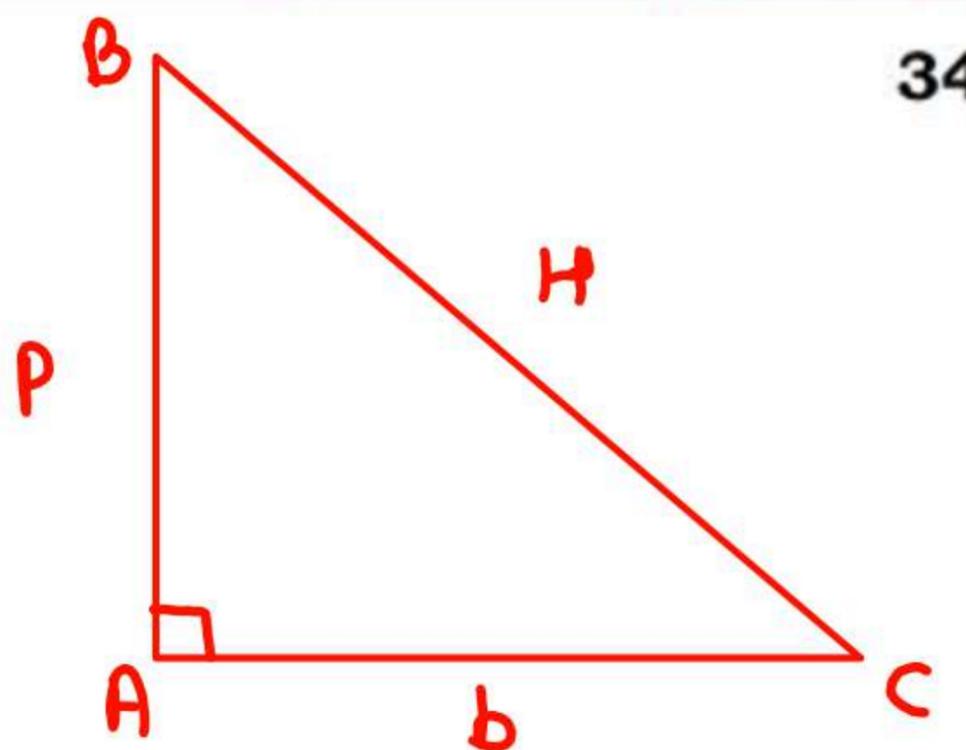
$R = \frac{14}{2} = 7 \text{ cm}$

33. A, B and C are points on the circle. If $AB = AC = 7\sqrt{2}$ cm and $\angle BAC = 90^\circ$, then the radius is equal to :

A, B और C वृत्त पर तीन बिंदु हैं यदि $AB = AC = 7\sqrt{2}$ सेमी और $\angle BAC = 90^\circ$, तो त्रिज्या किसके बराबर है?

- (a) 14 cm
- (b) 7 cm
- (c) $7\sqrt{2}$ cm
- (d) 6 cm





34. In a right angled triangle, $\angle A$ is 90° . The perimeter of the triangle is 70cm and area of the triangle is 210 cm^2 . Find the circum-radius of the triangle?

एक समकोण त्रिभुज में, $\angle A = 90^\circ$ है। त्रिभुज का परिमाण 70 सेमी और क्षेत्रफल 210 सेमी^2 है। त्रिभुज की परिधि-त्रिज्या ज्ञात किजिए?

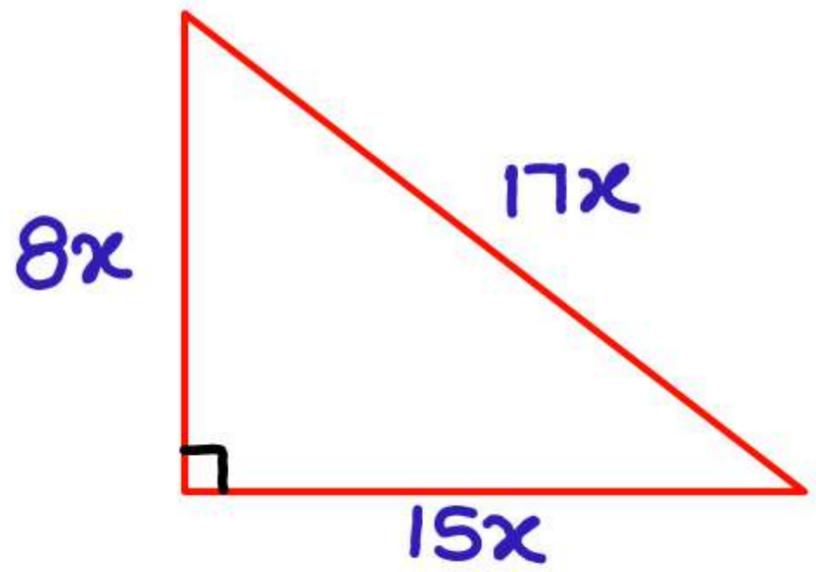
- (a) 13.5 cm
- (b) 12.5 cm
- (c) 21.5 cm
- (d) 14.5 cm

20 21 29
 $p + b + h = 70$ ✓

$\frac{1}{2} \times p \times b = 210$

$\therefore p \times b = 420$ ✓
 20 x 21

$\therefore R = \frac{H}{2} = \frac{29}{2} = 14.5$



35. In a right angle triangle, the hypotenuse is 2.125 times of one of perpendicular sides the triangle. The sum of inradius and that side is 44 cm. Find the circum-radius of the triangle?

एक समकोण त्रिभुज में, कर्ण त्रिभुज के लंबवत भुजाएं में से एक का 2.125 गुना है अंतःत्रिज्या और उस भुजा का योग 44 सेमी है। त्रिभुज की परित्रिज्या ज्ञात किजिए।

- (a) 34cm
- (b) 17cm
- (c) 51cm
- (d) 25.5cm

$$r + 8x = 44$$

$$\Rightarrow \frac{8x + 15x - 17x}{2} + 8x = 44$$

$$\Rightarrow 3x + 8x = 44$$

$$\Rightarrow x = 4$$

$$\therefore R = \frac{17x}{2}$$

$$= \frac{17 \times 4}{2}$$

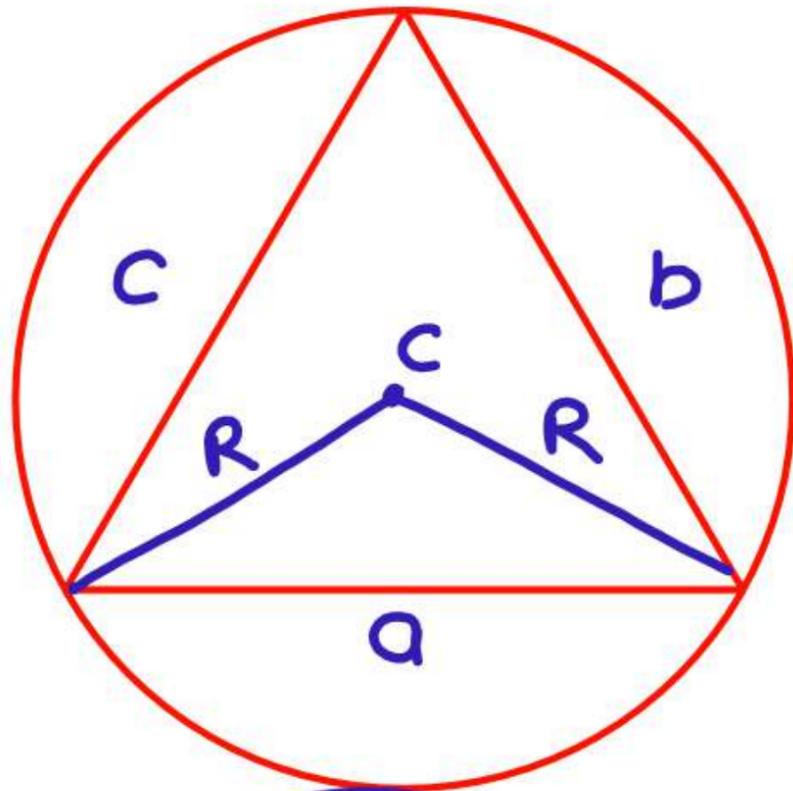
$$= 34$$

$$P : H$$

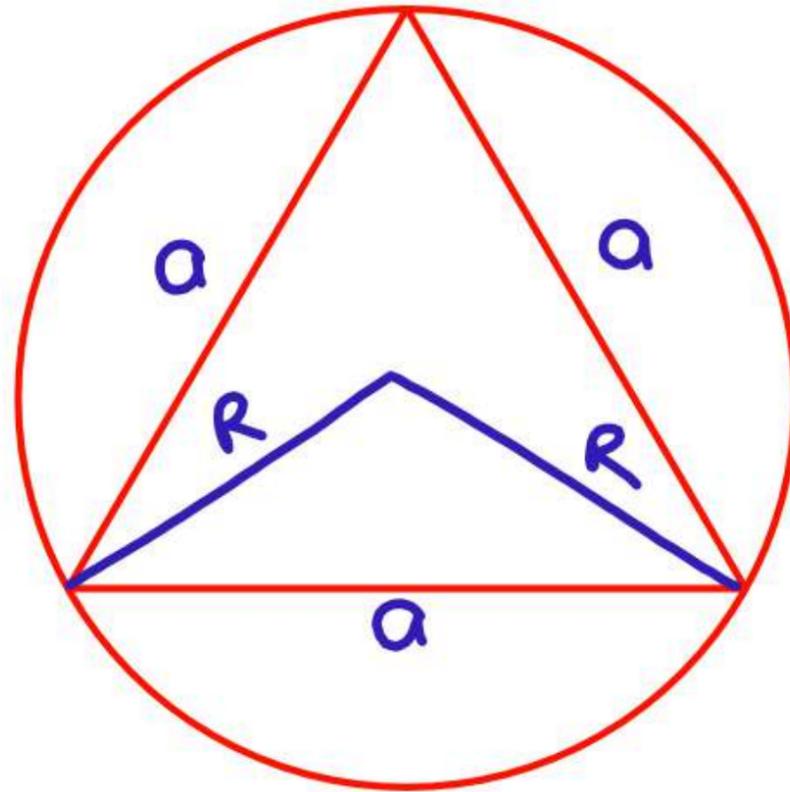
$$1 : \frac{2.125}{1000} = \frac{85}{800}$$

$$\Rightarrow 1 : 17$$

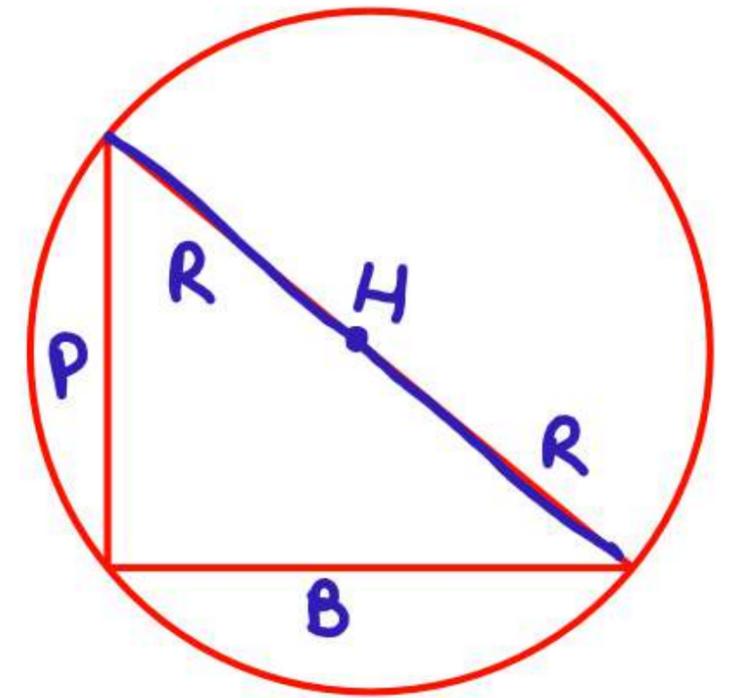
$$\Rightarrow 8 : 17$$



$$R = \frac{abc}{4\Delta}$$



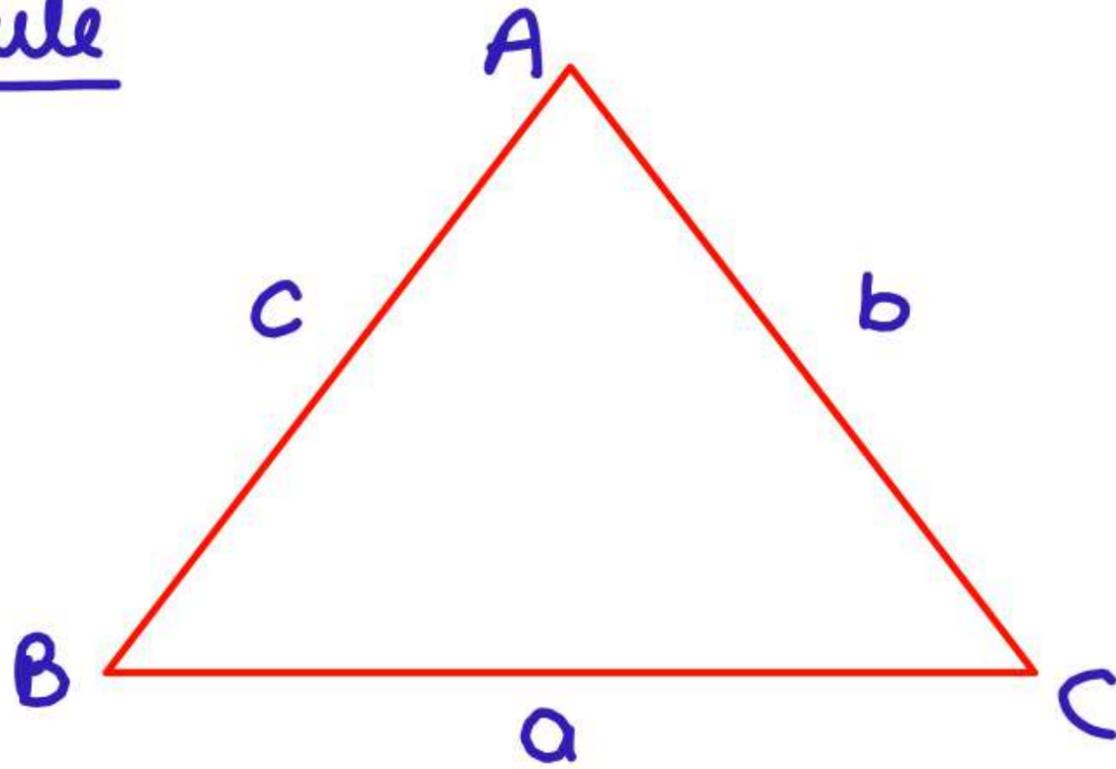
$$R = \frac{a}{\sqrt{3}}$$



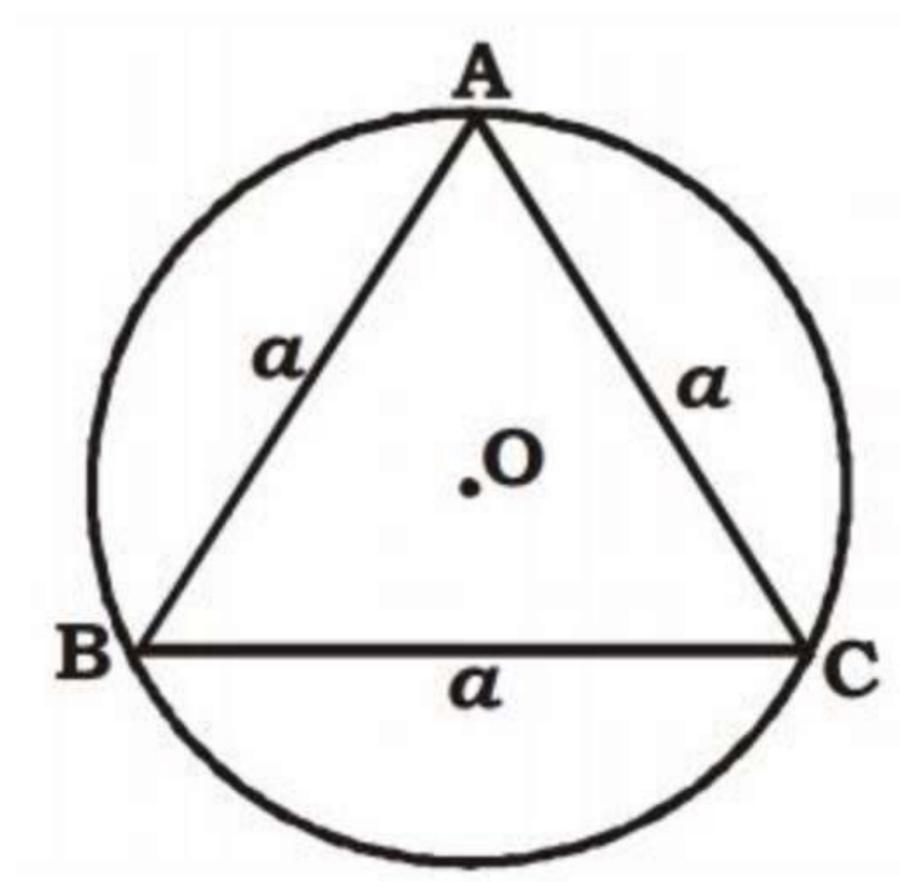
$$2R = H$$

$$R = \frac{H}{2}$$

Sine Rule



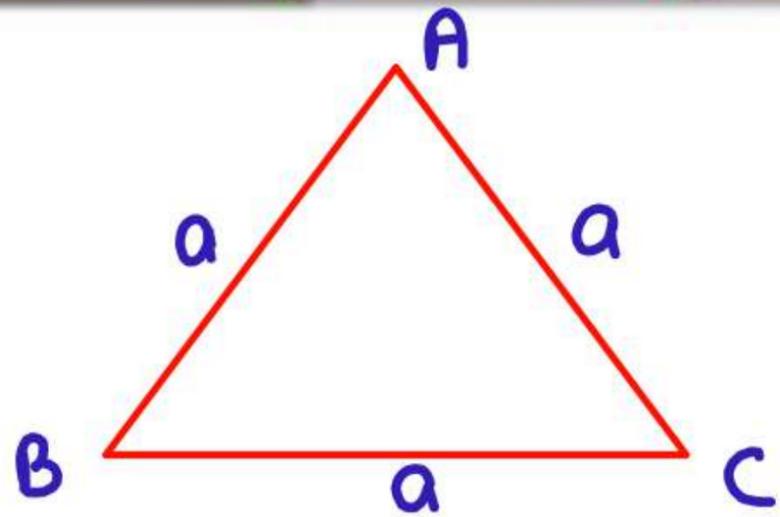
$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$



(c) **The circumradius of an equilateral triangle**

समबाहु त्रिभुज की परित्रिज्या

$$= \frac{\text{Side}}{\sqrt{3}} = \frac{a}{\sqrt{3}}$$



$$\frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = 36\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow a^2 = 144$$

$$\Rightarrow a = 12$$

36. ABC is an equilateral triangle. If the area of the triangle is $36\sqrt{3}$ then what is the radius of circle circumscribing the triangle ABC ?

ABC एक समबाहु त्रिभुज है। यदि त्रिभुज का क्षेत्रफल $36\sqrt{3}$ है, तो त्रिभुज ABC के परिगत वृत्त की त्रिज्या क्या है?

(a) $2\sqrt{3}$

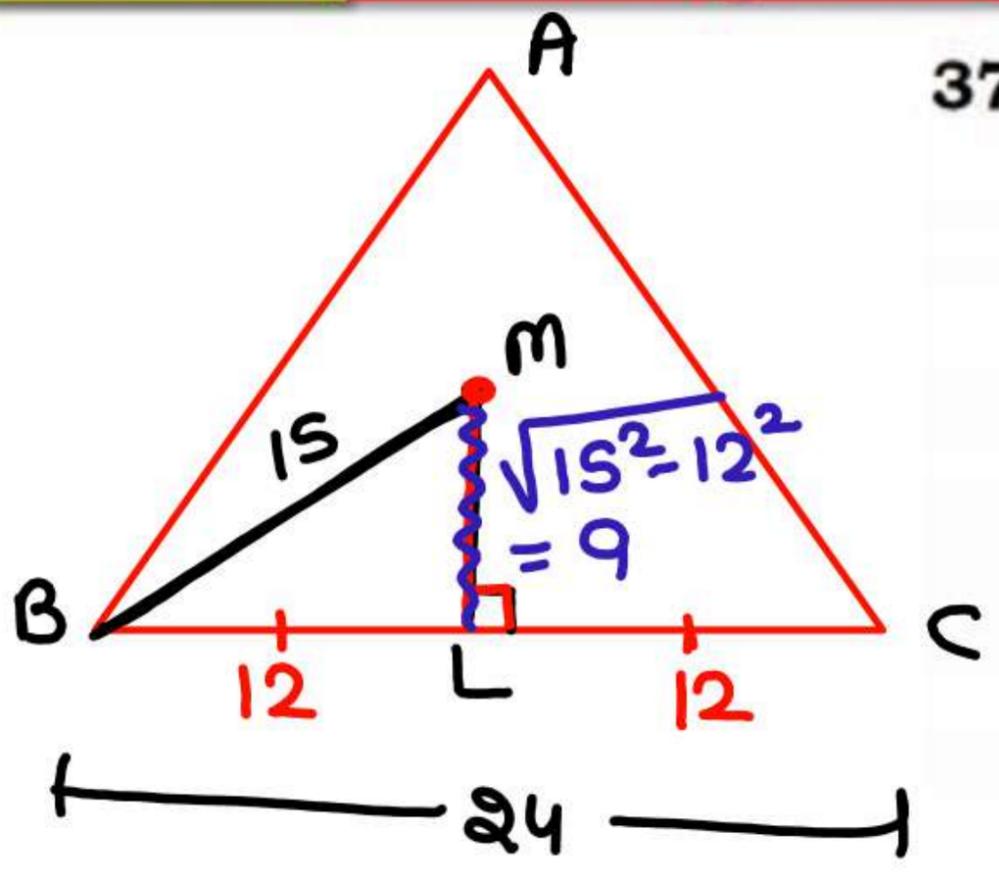
(b) $3\sqrt{3}$

(c) $4\sqrt{3}$

(d) $6\sqrt{3}$

$$R = \frac{a}{\sqrt{3}} = \frac{12}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 4\sqrt{3}$$

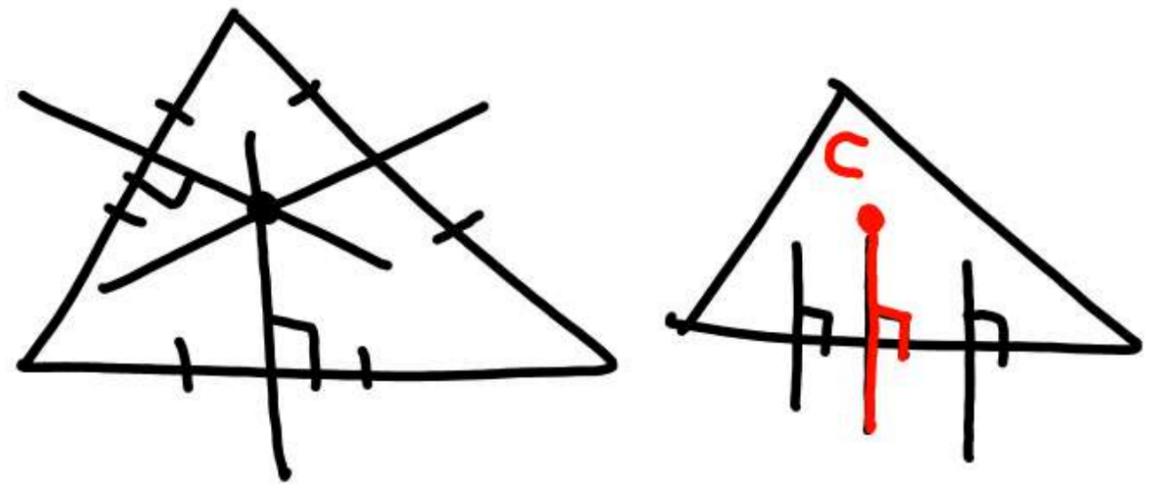
R=15

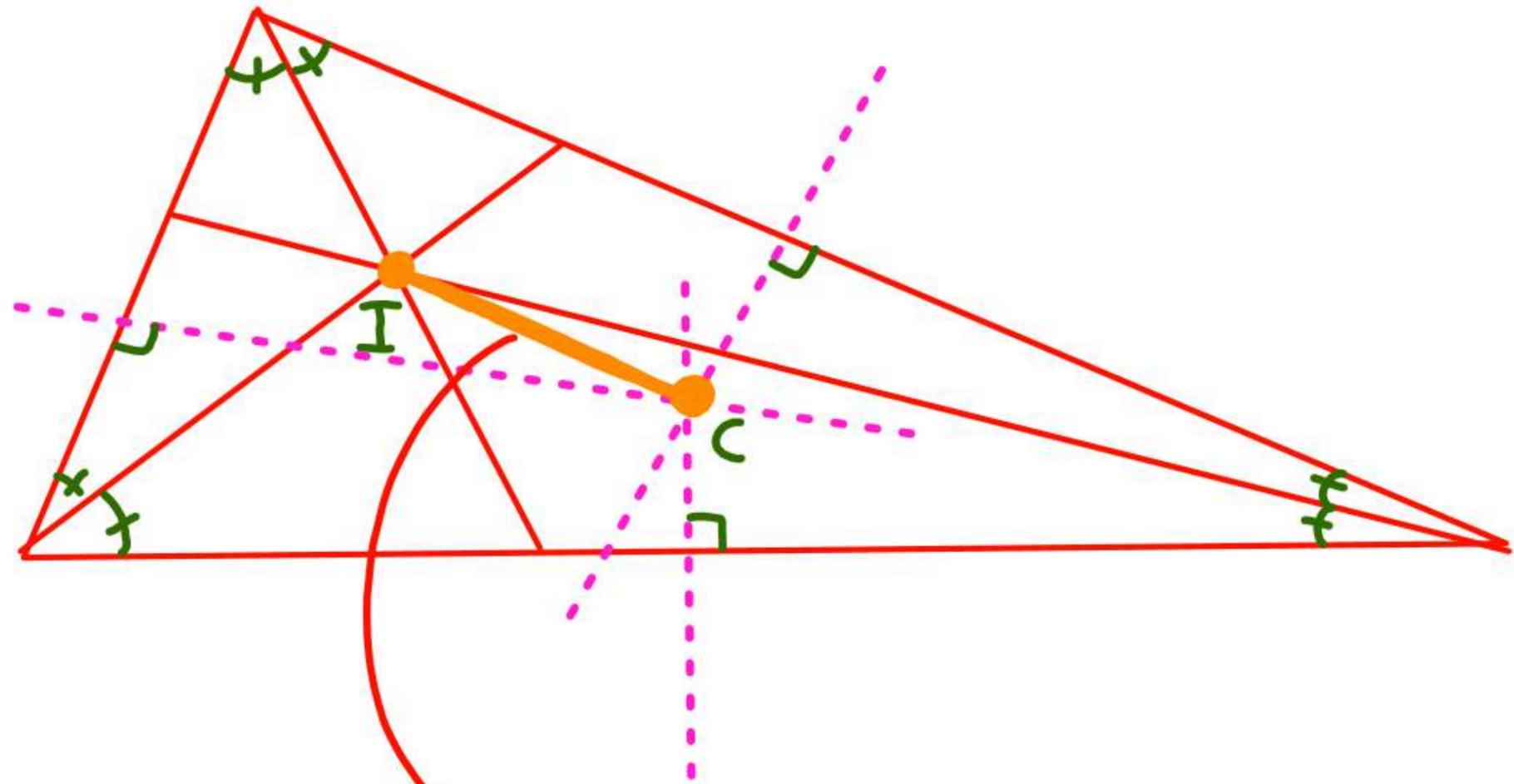


37. M is the circumcentre of ABC with circumradius 15 cm. Let $BC = 24$ cm and ML is perpendicular to BC . Then the length of ML is.

M , ABC का परिकेन्द्र है जिसकी परित्रिज्या 15 सेमी है। माना $BC = 24$ सेमी और ML BC पर लंबवत है। तो ML की लंबाई है

- (a) 9 cm
- (b) 10 cm
- (c) 12 cm
- (d) 8 cm





$D = \sqrt{R^2 - 2Rr}$

Note : Distance between circum-centre and incentre in any triangle is $\sqrt{R^2 - 2Rr}$

किसी भी त्रिभुज में परिकेन्द्र तथा अंतःकेन्द्र के बीच की दूरी
 $= \sqrt{R^2 - 2Rr}$

Where, R = circum-radius/परित्रिज्या

r = inradius/अंतःत्रिज्या

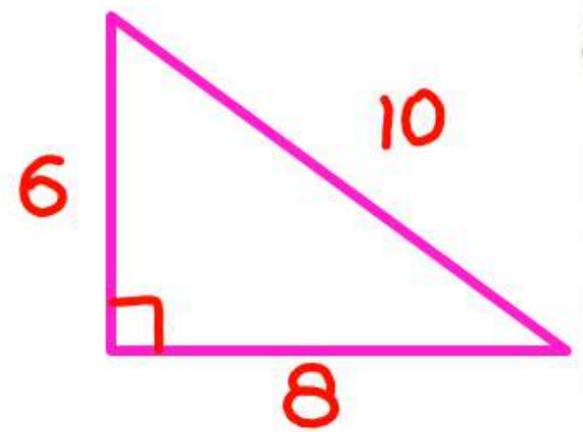
$$R=6 \quad r=2$$

$$\begin{aligned} D &= \sqrt{R^2 - 2Rr} \\ &= \sqrt{36 - 24} \\ &= \sqrt{12} \\ &= 2\sqrt{3} \end{aligned}$$

38. If the circumradius of a triangle is 6 cm and inradius is 2 cm. Find the distance between circum-centre and incentre.

यदि किसी त्रिभुज की परित्रिज्या 6 सेमी और अंतः त्रिज्या 2 सेमी हो तो उनके परिकेन्द्र तथा अंतःकेन्द्र के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए।

- (a) $4\sqrt{3}$
- (b) $2\sqrt{3}$
- (c) $3\sqrt{3}$
- (d) $\sqrt{3}$



39. Find the distance between incentre and circumcenter of a triangle whose sides are 6, 8 and 10 cm?

एक त्रिभुज की भुजाये 6, 8 और 10 है। इस त्रिभुज के अन्तःकेंद्र और परिकेंद्र के बीच की दूरी ज्ञात कीजिये।

$$r = \frac{6+8-10}{2} = 2$$

$$R = \frac{10}{2} = 5$$

(a) $\sqrt{5}$

(b) $\sqrt{6}$

(c) $2\sqrt{2}$

(d) $\sqrt{7}$

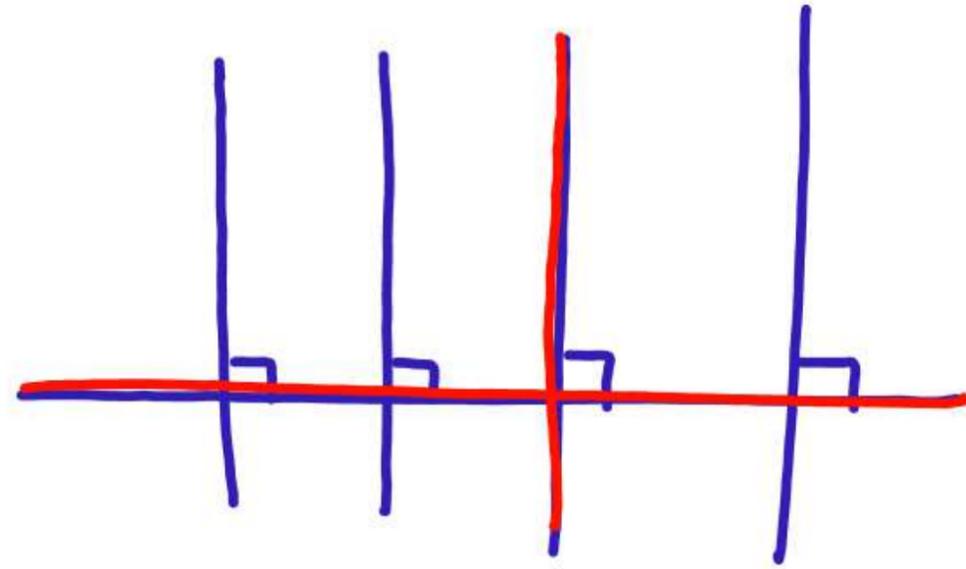
$$\begin{aligned} \therefore \text{distance} &= \sqrt{R^2 - 2Rr} \\ &= \sqrt{25 - 2 \times 5 \times 2} \\ &= \sqrt{5} \end{aligned}$$

40. Find the approximate distance between incentre and circumcentre of a triangle with sides 26 cm, 28 cm and 30 cm.

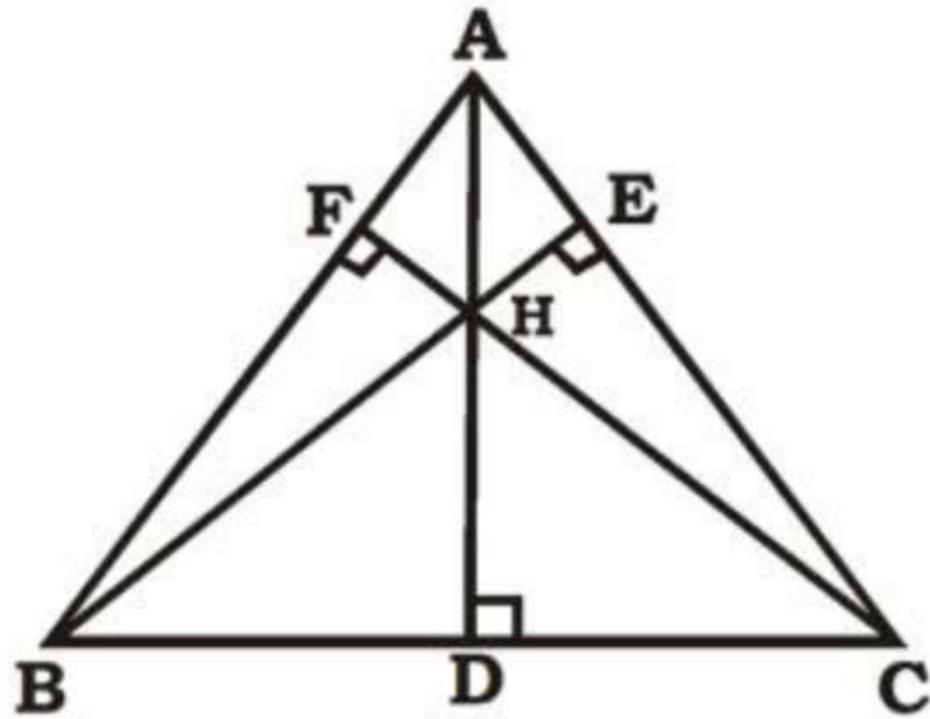
26 सेमी, 28 सेमी और 30 सेमी भुजाओं वाले त्रिभुज के अंतःकेंद्र और परिकेंद्र के बीच की अनुमानित दूरी ज्ञात कीजिए।

- (a) 4 cm
- (b) 2 cm
- (c) 5 cm
- (d) 8 cm

Orthocentre/लम्ब केन्द्र



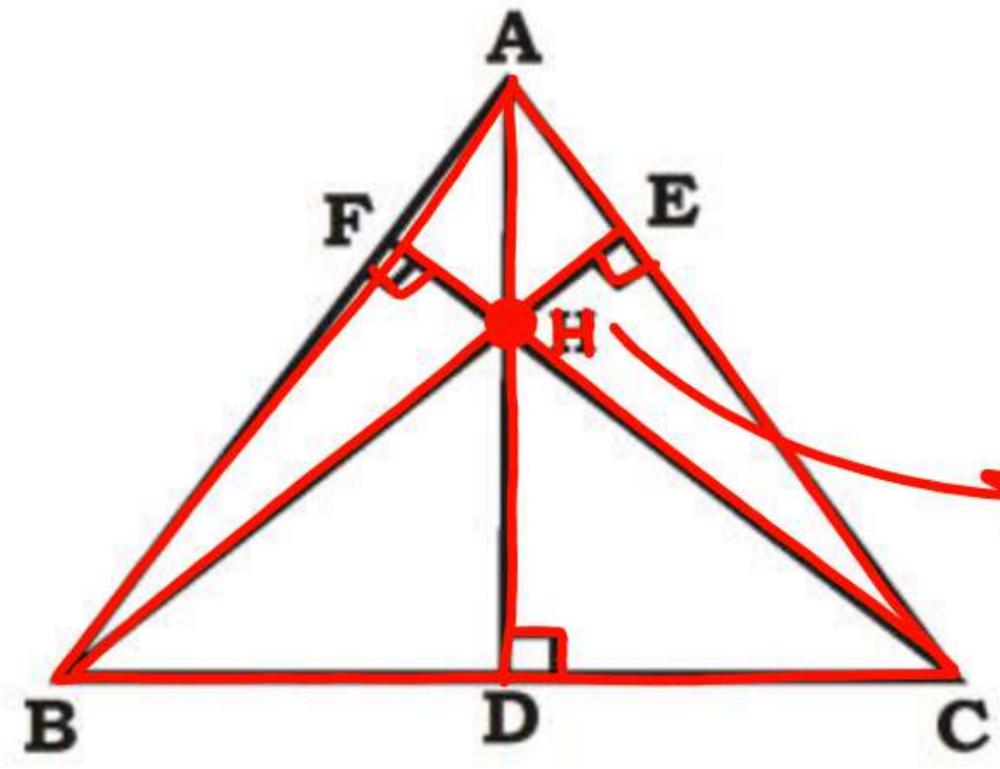
Altitude/ शीर्ष लम्ब



If a perpendicular drawn from a vertex of a triangle to the opposite side is called the altitude of the triangle.

किसी त्रिभुज के शीर्ष से विपरीत भुजा पर लम्ब डाले गए लम्ब को त्रिभुज का शीर्ष लम्ब कहते हैं।

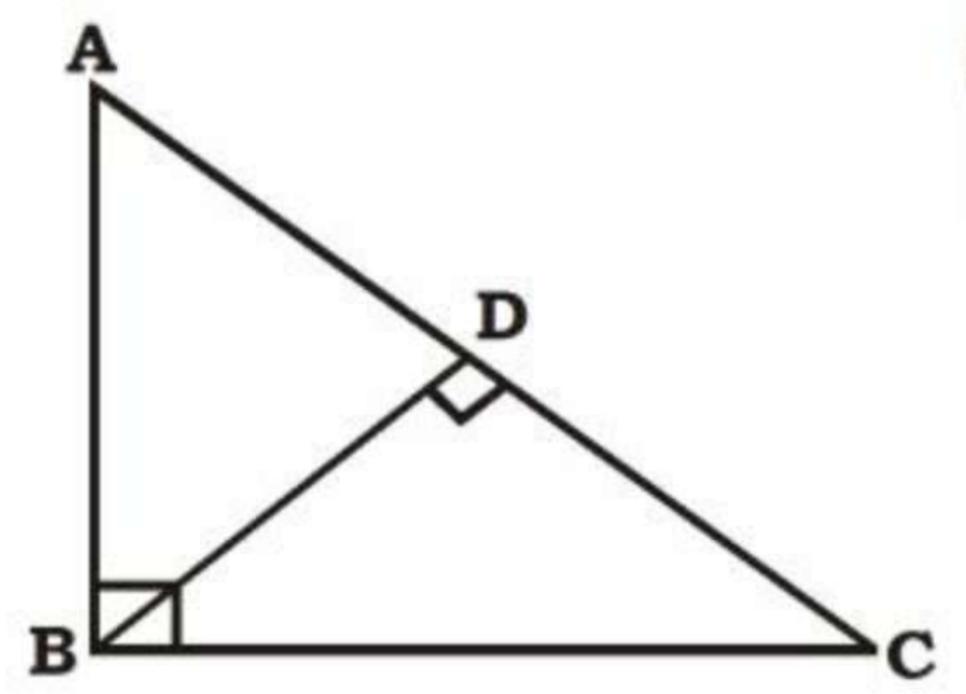
If $AD \perp BC$, therefore AD is the altitude.



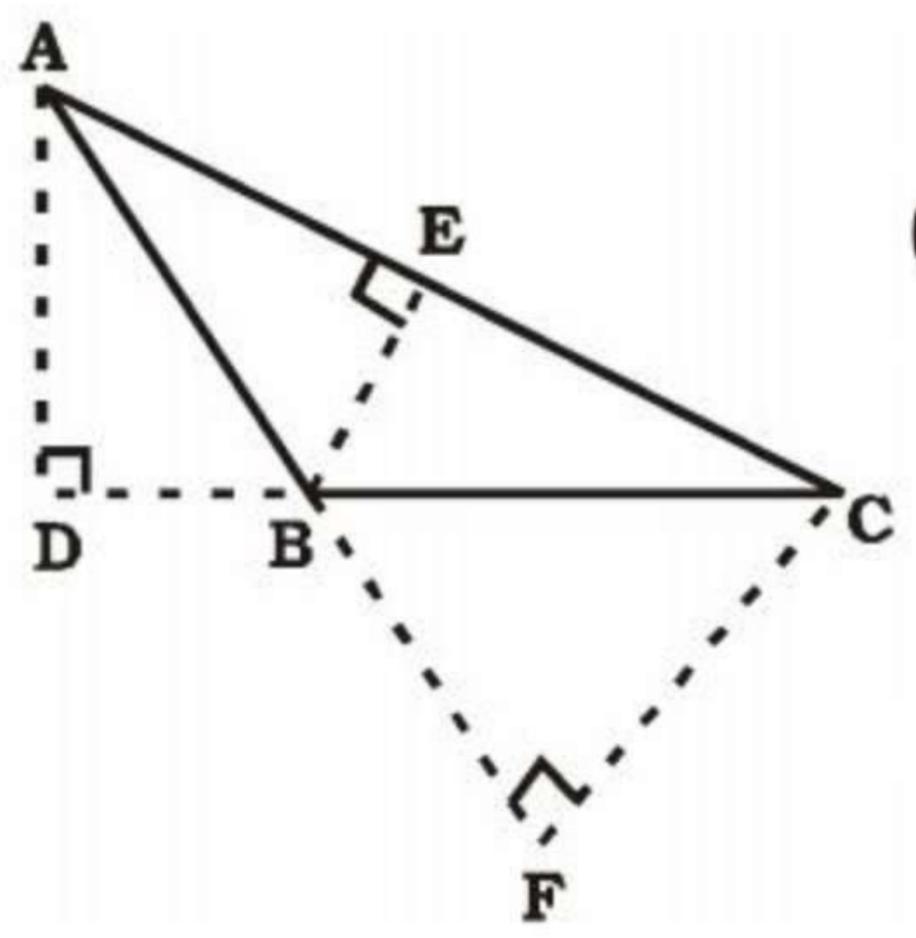
(i) **Altitudes in an acute angle triangle ABC**

न्यून कोण त्रिभुज **ABC** में शीर्ष लम्ब

→ Orthocentre.



(ii) **Altitude in right-angled triangle ABC**
समकोण त्रिभुज **ABC** में शीर्ष लम्ब



(iii)

Two altitudes of a right-angled triangle ABC are side AB and BC and the third altitude is BD.

समकोण त्रिभुज **ABC** के दो शीर्ष लम्ब **AB** और **BC** तथा तीसरा शीर्ष लम्ब **BD** है।

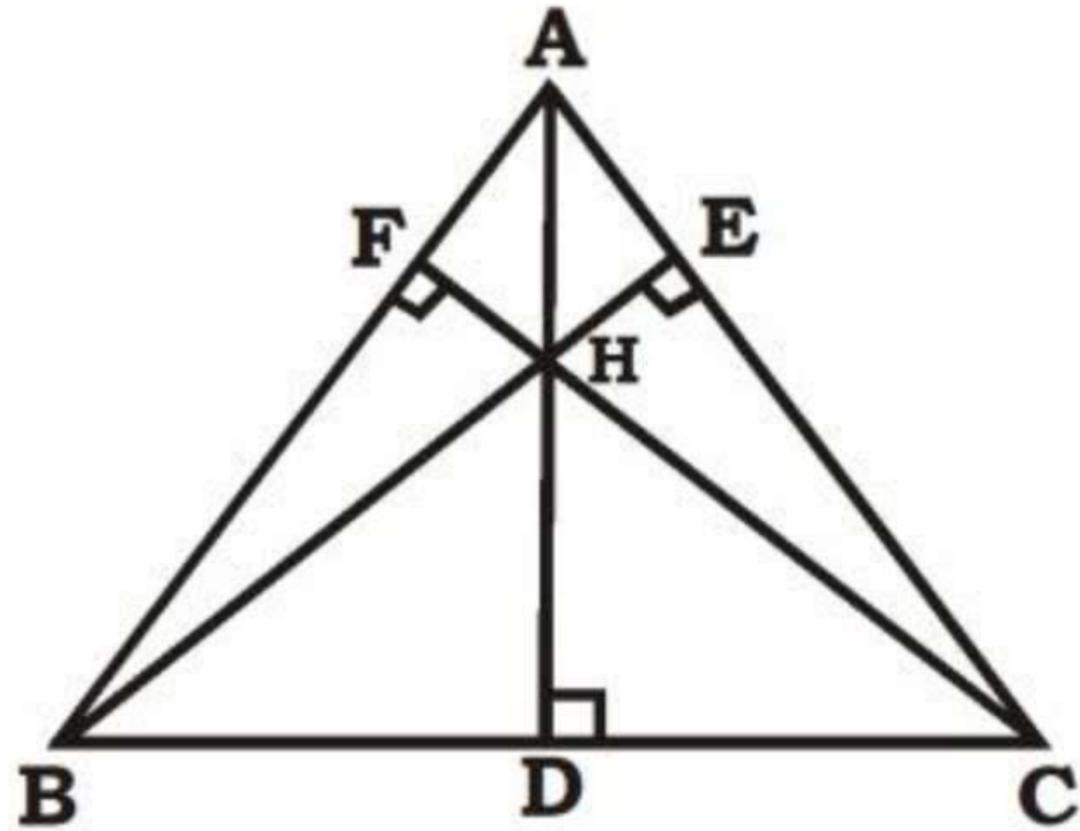
Altitude in an obtuse-angled triangle.

अधिक कोण त्रिभुज में शीर्ष लम्ब

Three altitudes of ΔABC are AD, BE and CF.

त्रिभुज **ABC** के तीन शीर्ष लम्ब **AD, BE** और **CF** हैं।

Orthocentre / लम्बकेन्द्र

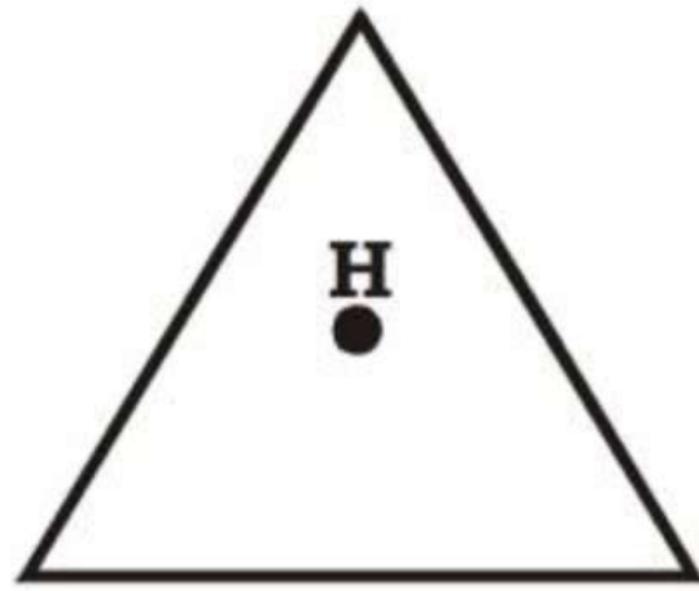


Point of intersections of the altitudes of a triangle is called the orthocentre of the triangle. It is generally denoted by H.

किसी त्रिभुज के शीर्ष लम्बों के प्रतिच्छेद बिन्दु को त्रिभुज का लम्ब केन्द्र कहते हैं। इसे सामान्यतः **H** से निरूपित किया जाता है।

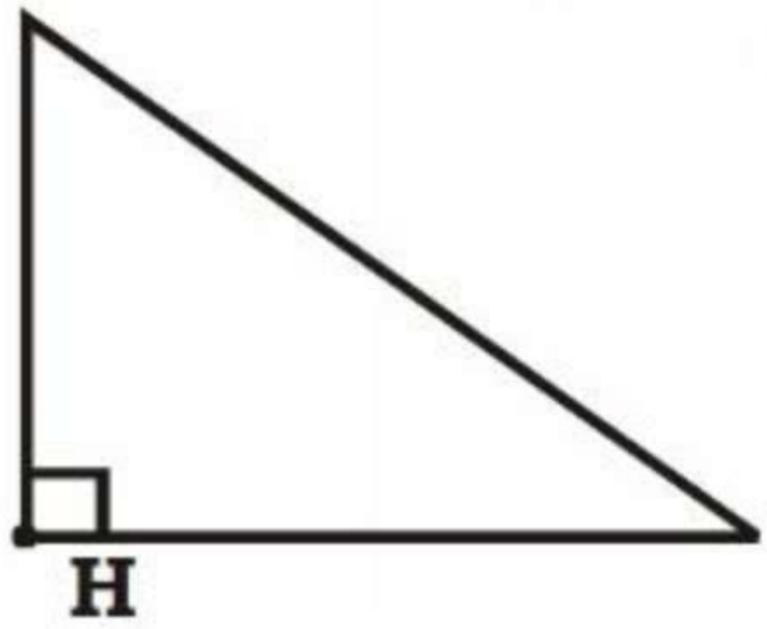
Properties of Orthocenter / लंबकेन्द्र की विशेषताएँ

- (i) **All the three altitudes of a triangle pass through a point (orthocentre)**
किसी त्रिभुज के तीनों शीर्ष लम्ब एक ही बिन्दु (लम्ब केन्द्र) से होकर गुजरते हैं।



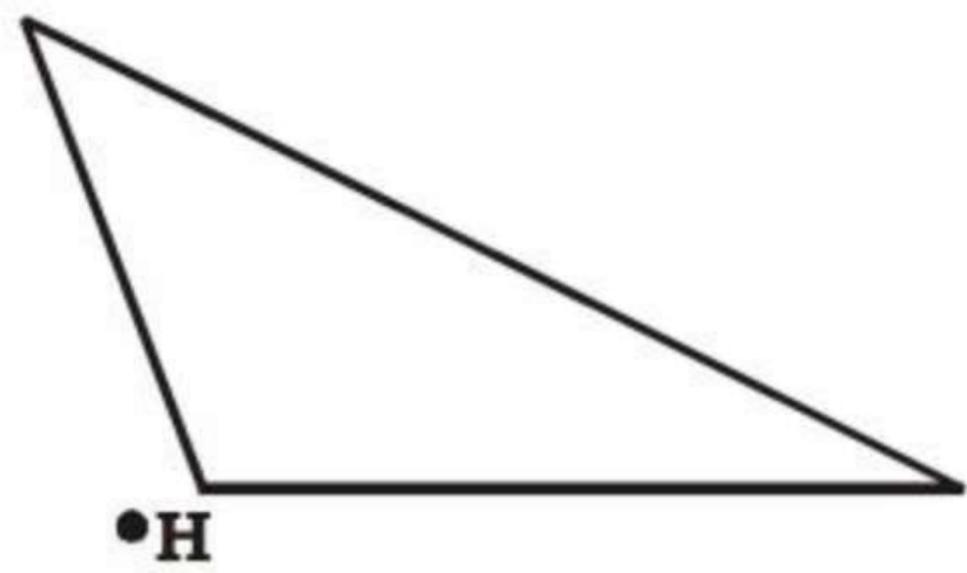
(ii) (a) In an acute-angled triangle the orthocentre is always inside the triangle.

किसी न्यूनकोण त्रिभुज में लम्ब केन्द्र हमेशा त्रिभुज के भीतर होता है।



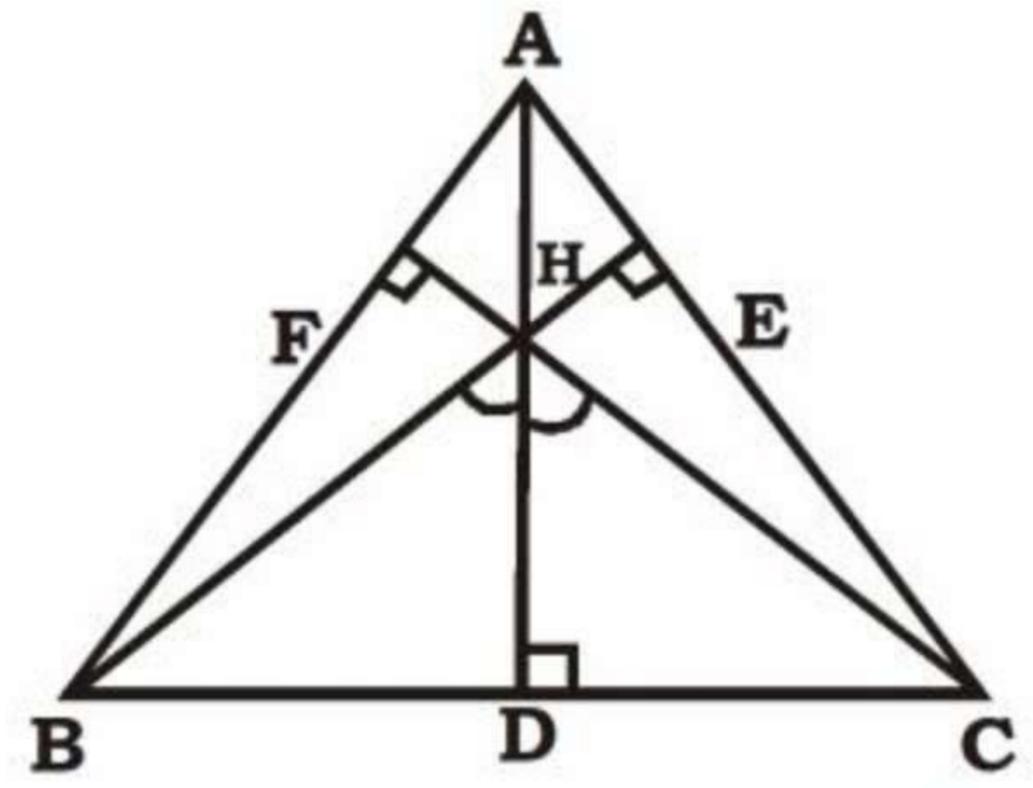
(b) **In a right-angled triangle the orthocentre is on the vertex of the triangle at which triangle is the right-angled.**

किसी समकोण त्रिभुज में लम्ब केन्द्र समकोण बनाने वाले त्रिभुज के शीर्ष पर स्थित होता है।



(c) **In an obtuse-angled triangle the orthocentre is always outside of the triangle and will be at the back of the angle which is obtuse.**

अधिककोण त्रिभुज में लम्ब केन्द्र हमेशा त्रिभुज के बाहर और अधिक कोण के पीछे की ओर होता है।



(iii) (a)

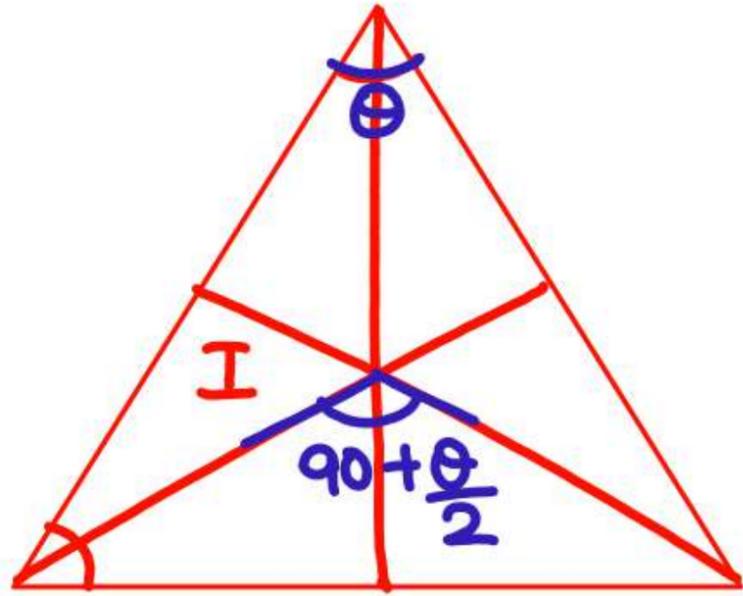
$\angle BHC = 180^\circ - \angle A$
$\angle CHA = 180^\circ - \angle B$
$\angle AHB = 180^\circ - \angle C$

It is true for all types of triangle.
यह सभी प्रकार के त्रिभुजों के लिए सत्य है।

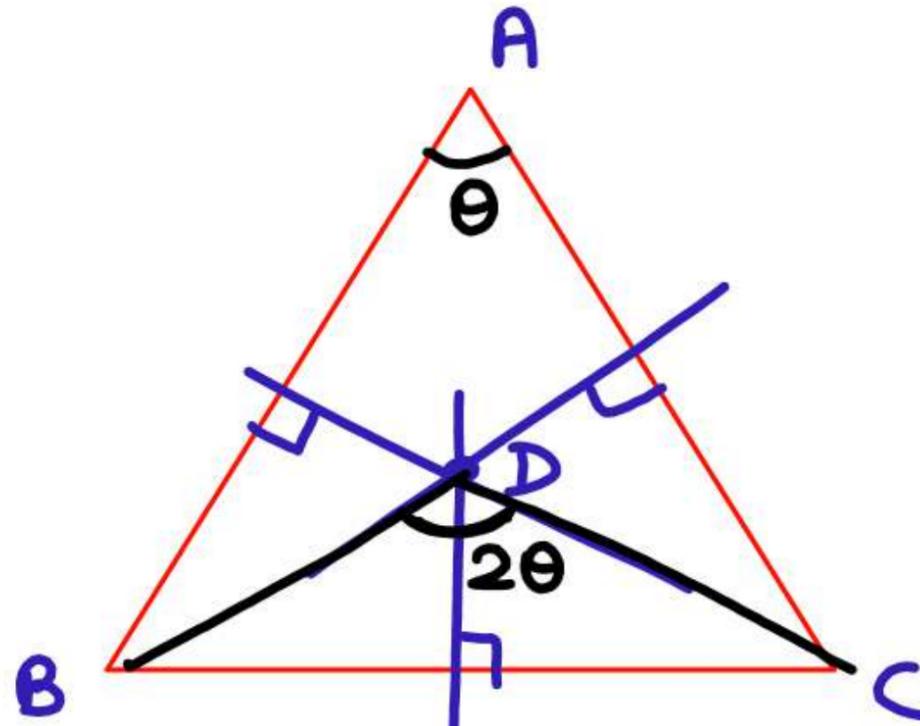
(b)

$\angle BHD = \angle C$ and $\angle CHD = \angle B$
$\angle CHE = \angle A$ and $\angle AHE = \angle C$
$\angle AHF = \angle B$ and $\angle BHF = \angle A$

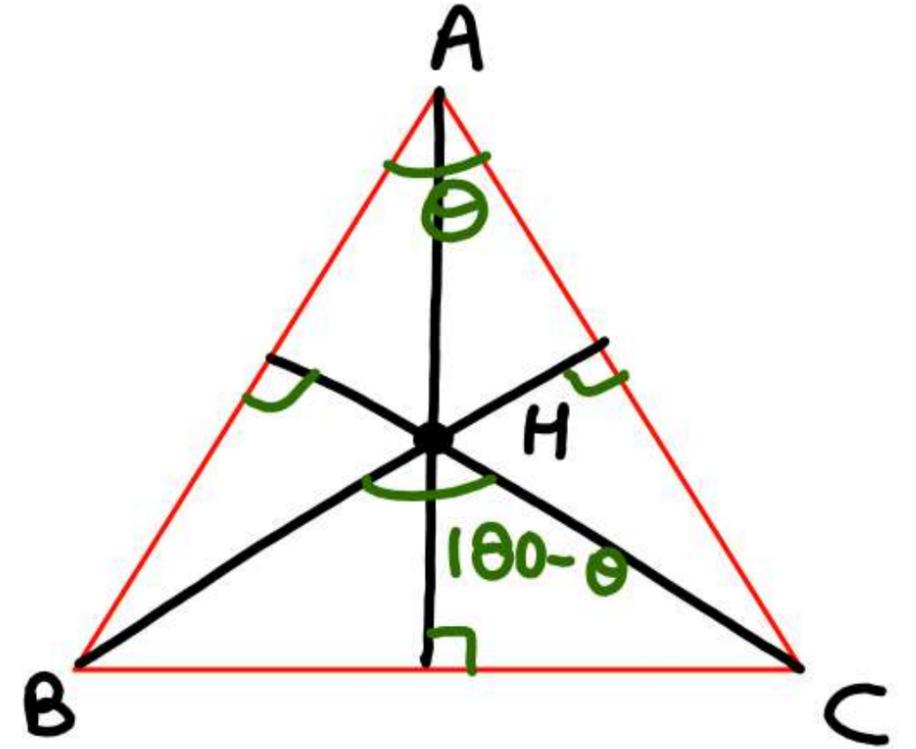
Sum of the three altitudes of a triangle is less than the sum of the three sides of the triangle.



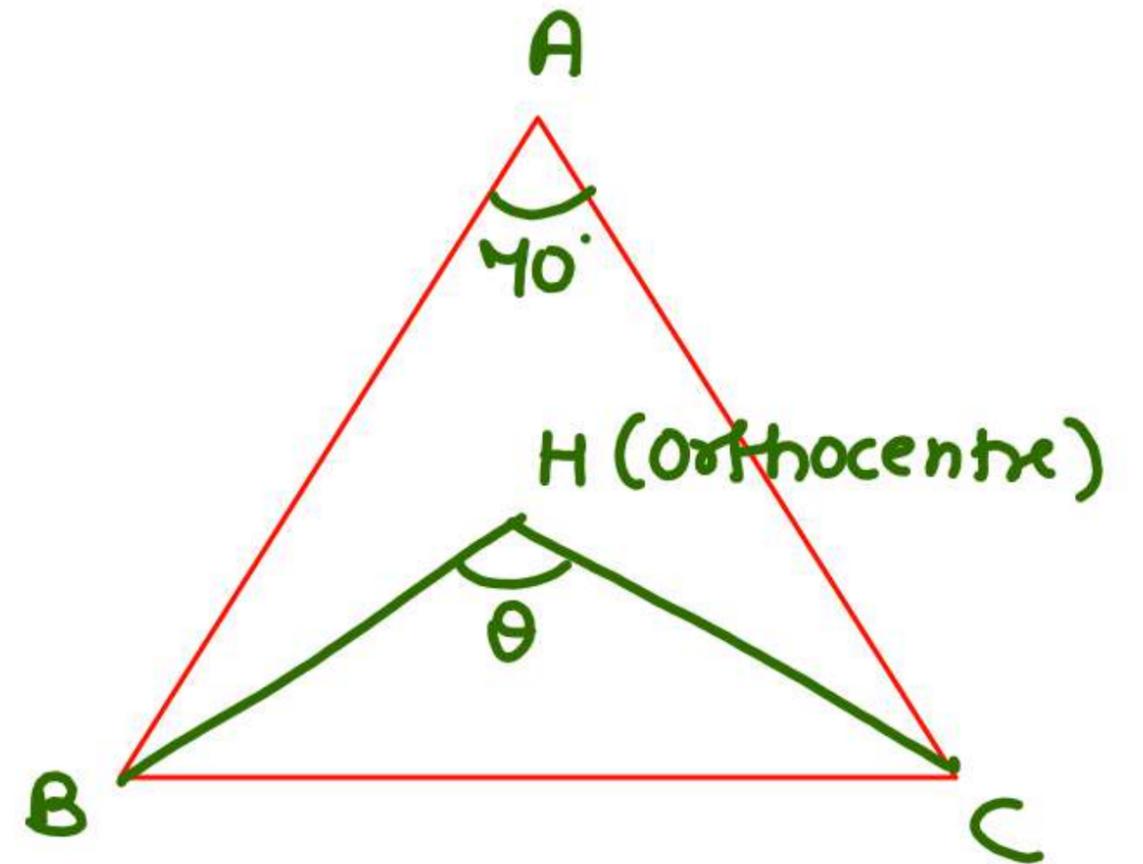
Incentre



Circumcentre



Orthocentre

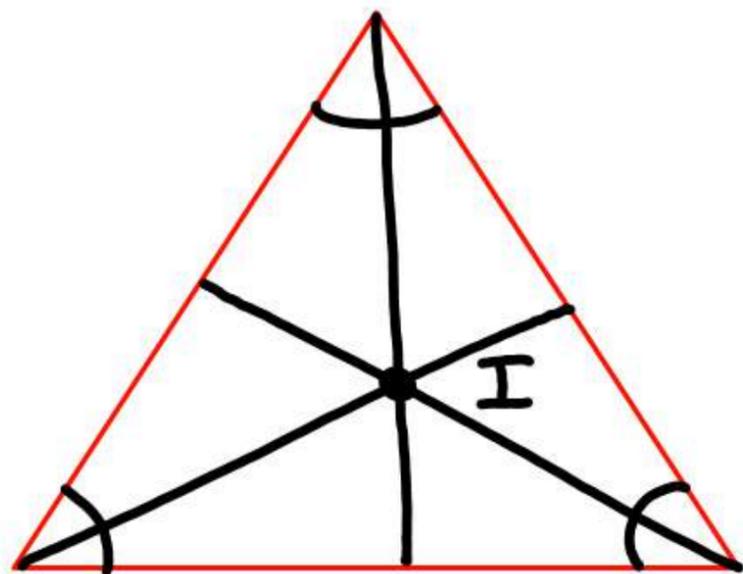


$$70 + \theta = 180^\circ$$

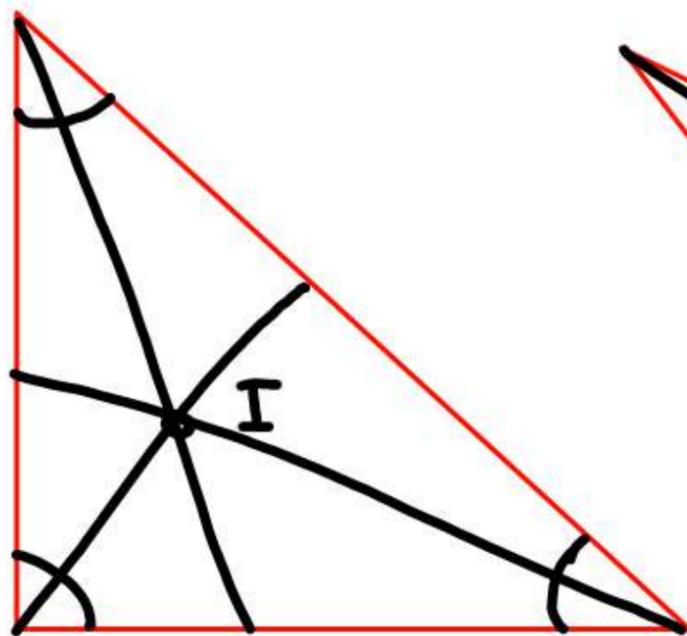
$$\theta = 110^\circ$$

Locations

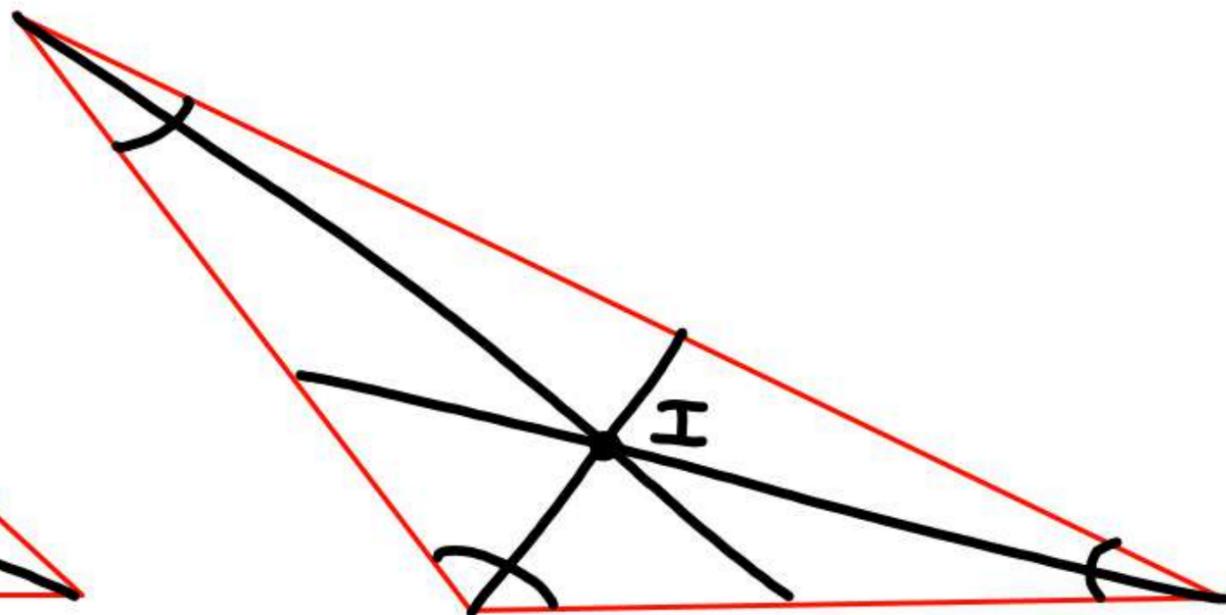
Incenter



Inside

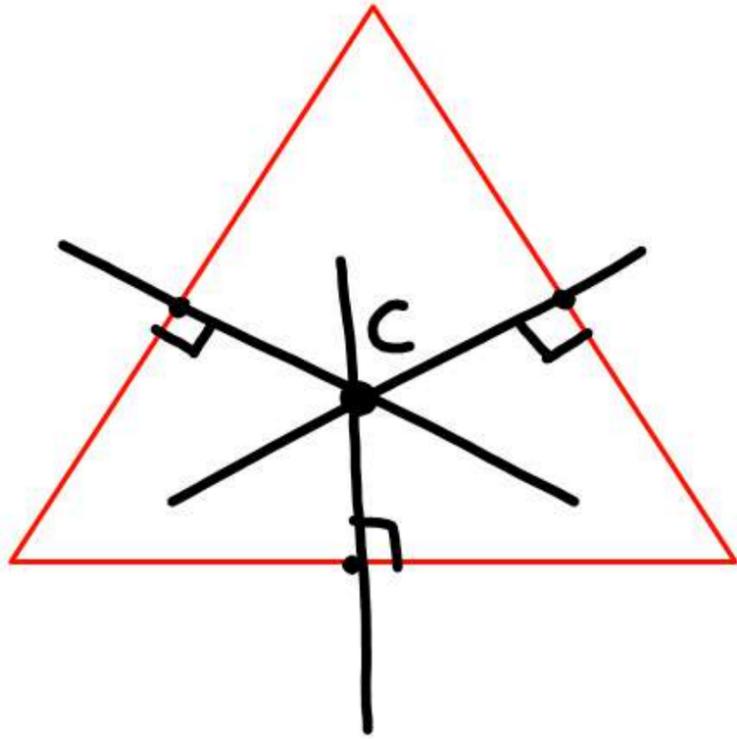


Inside

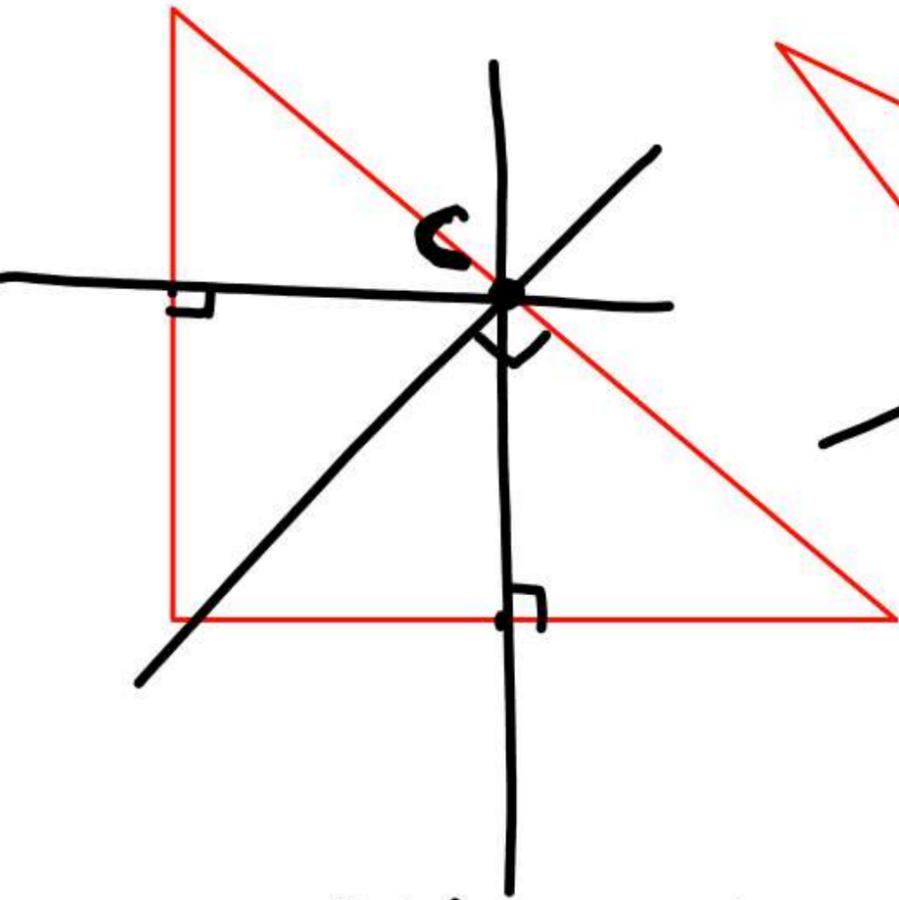


Inside

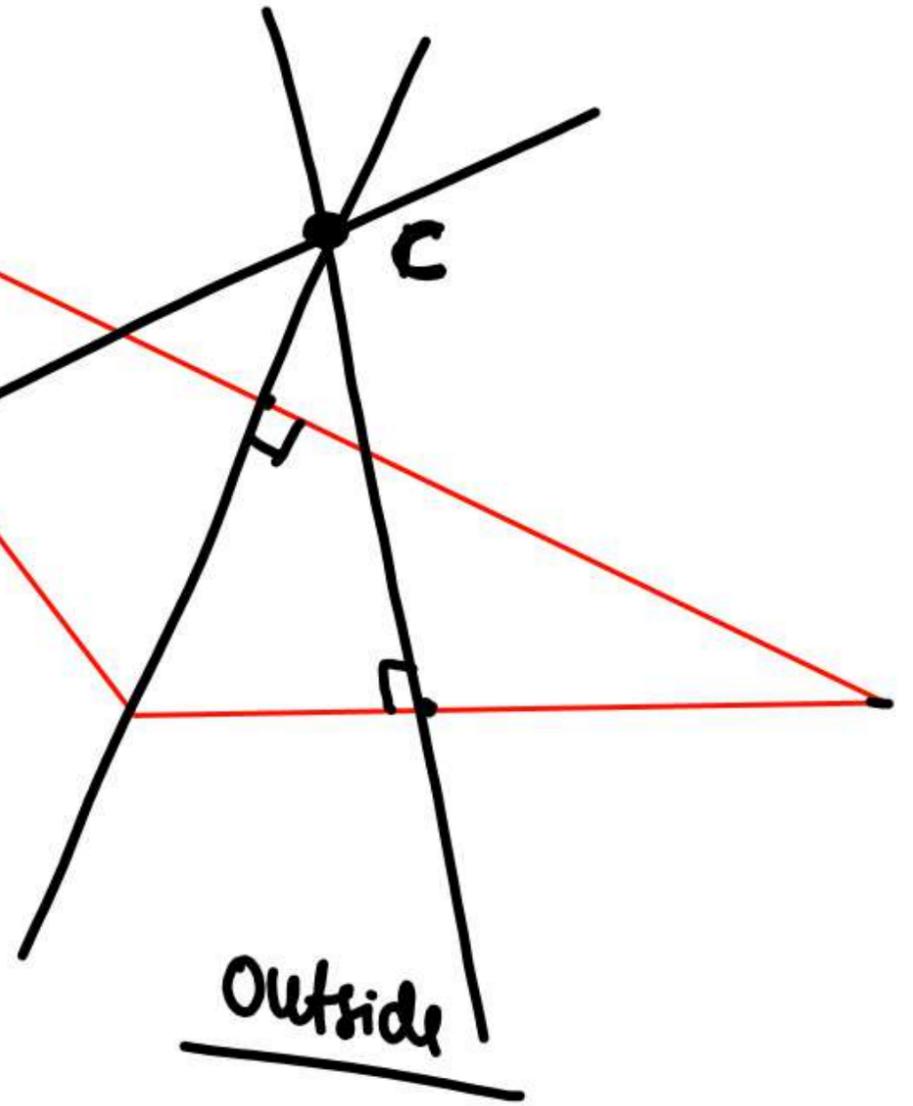
Circumcentre



Inside



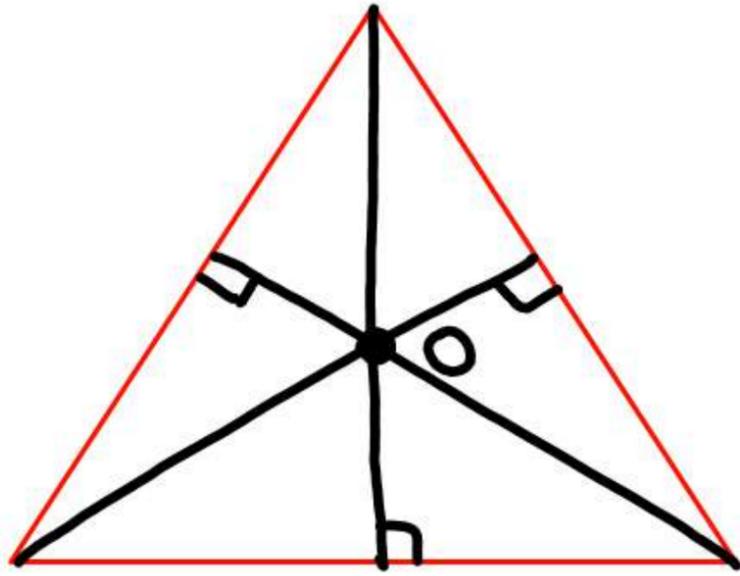
mid-point of hyp.



Outside

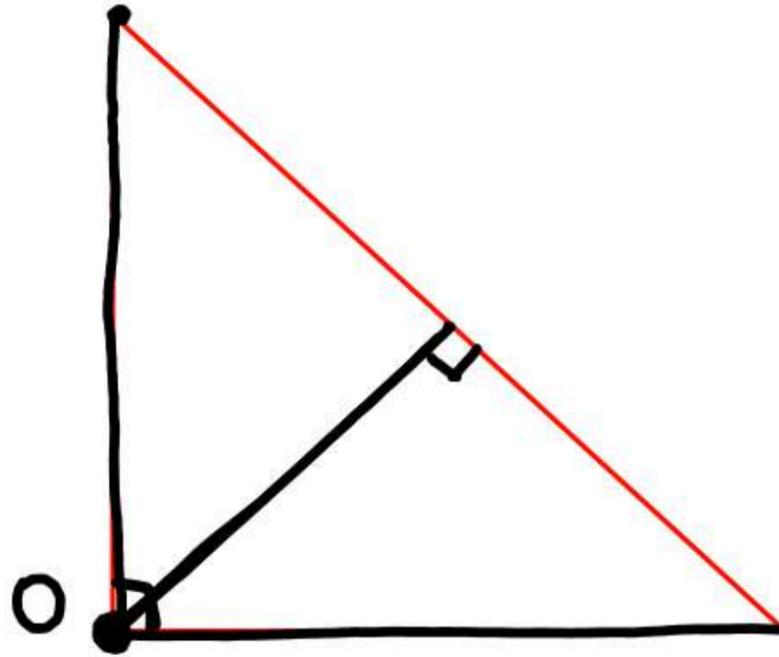
Locations

Orthocentre

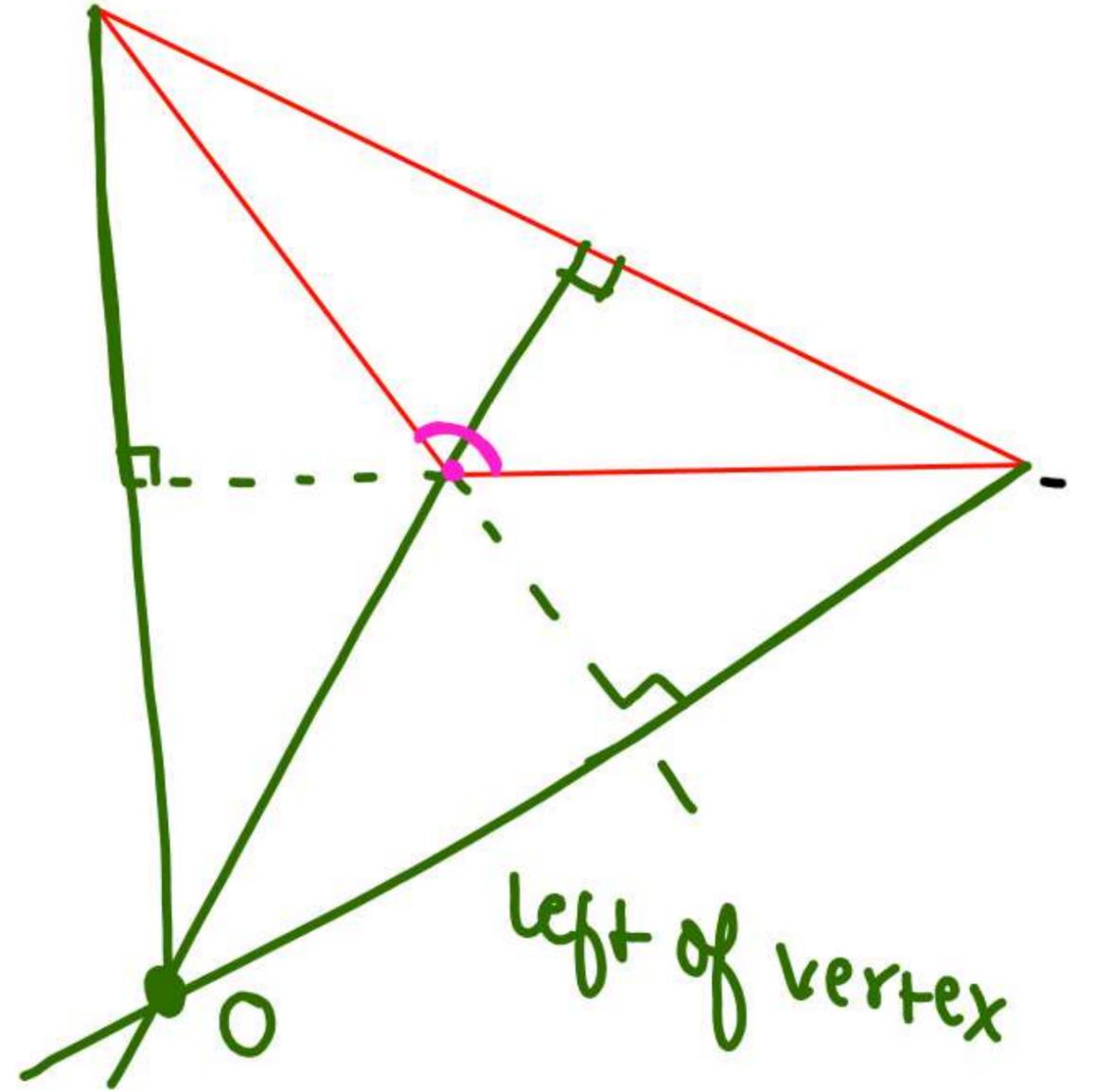


Inside

Locations

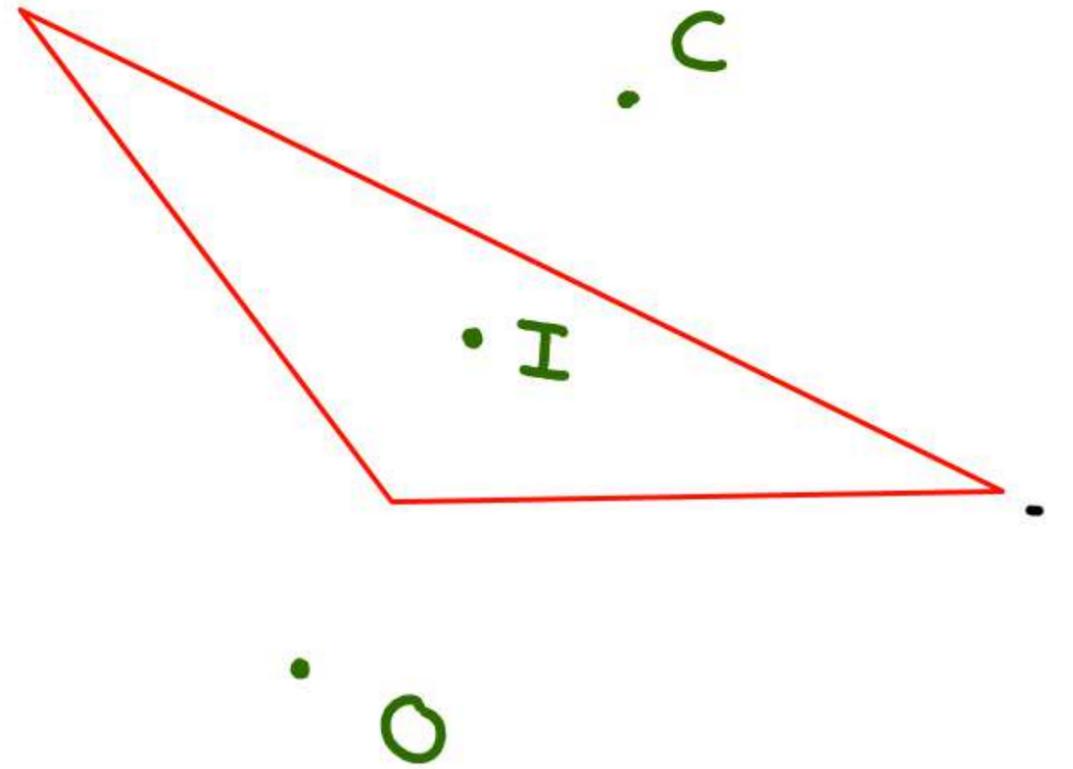
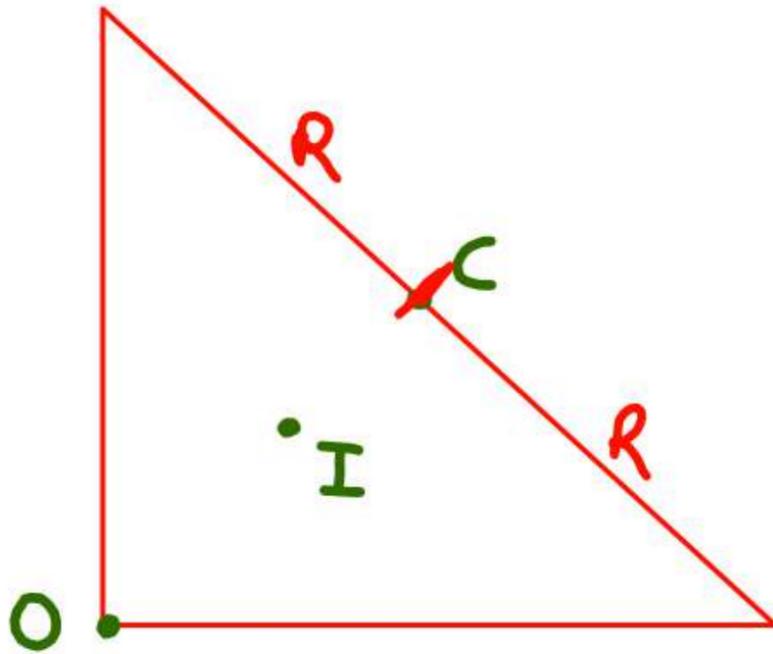
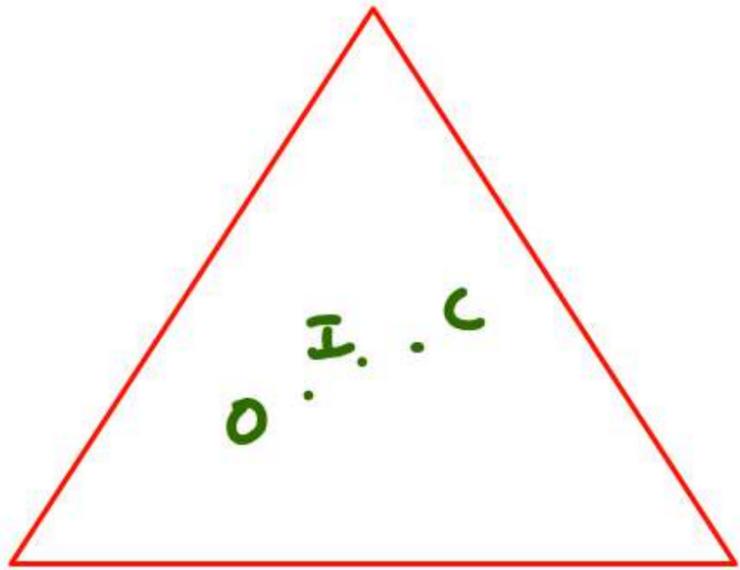


On vertex



left of vertex

Locations



.

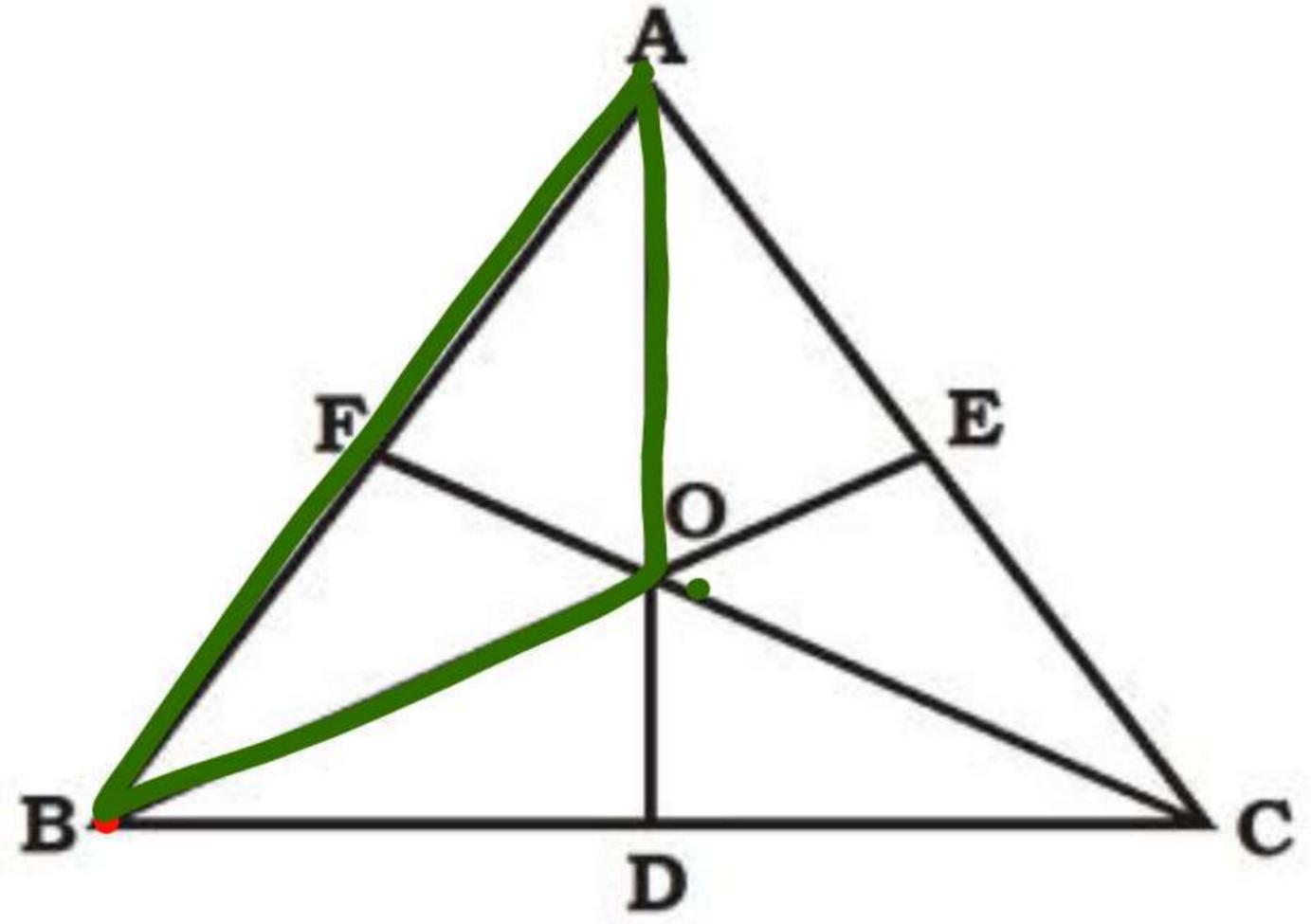
Orthocentre \triangle

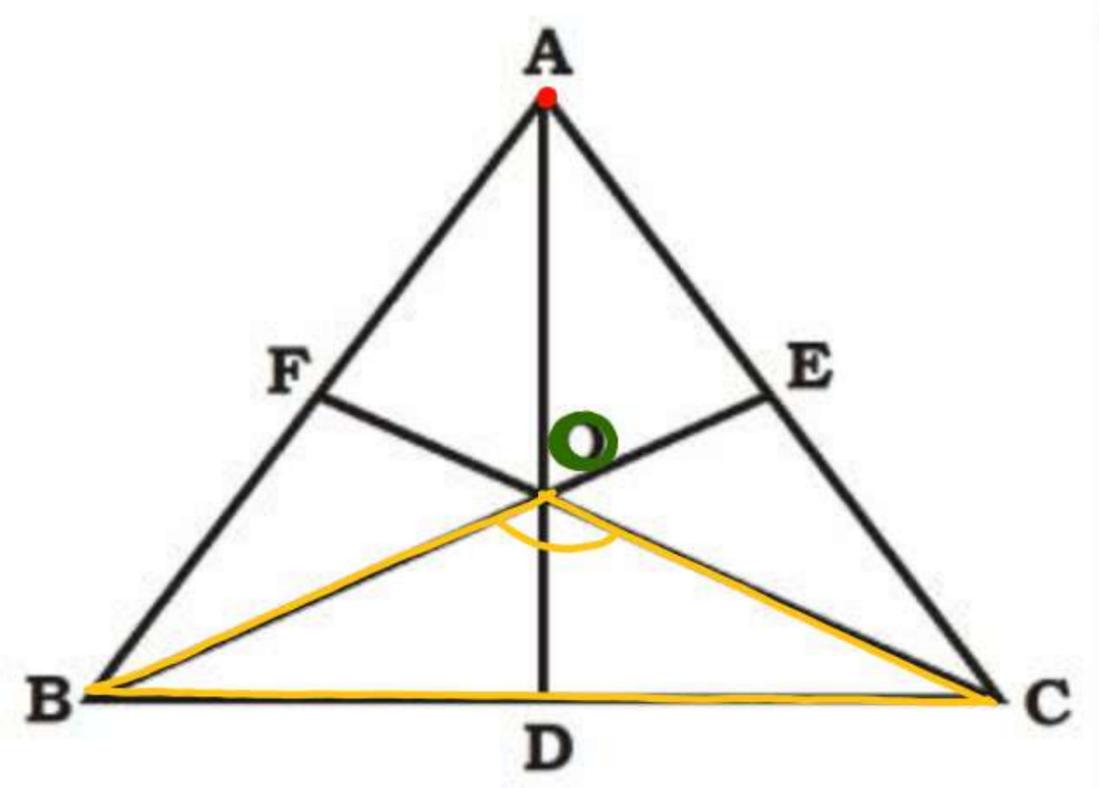
O \rightarrow $\triangle ABC$

A \rightarrow $\triangle BOC$

B \rightarrow $\triangle AOC$

C \rightarrow $\triangle AOB$

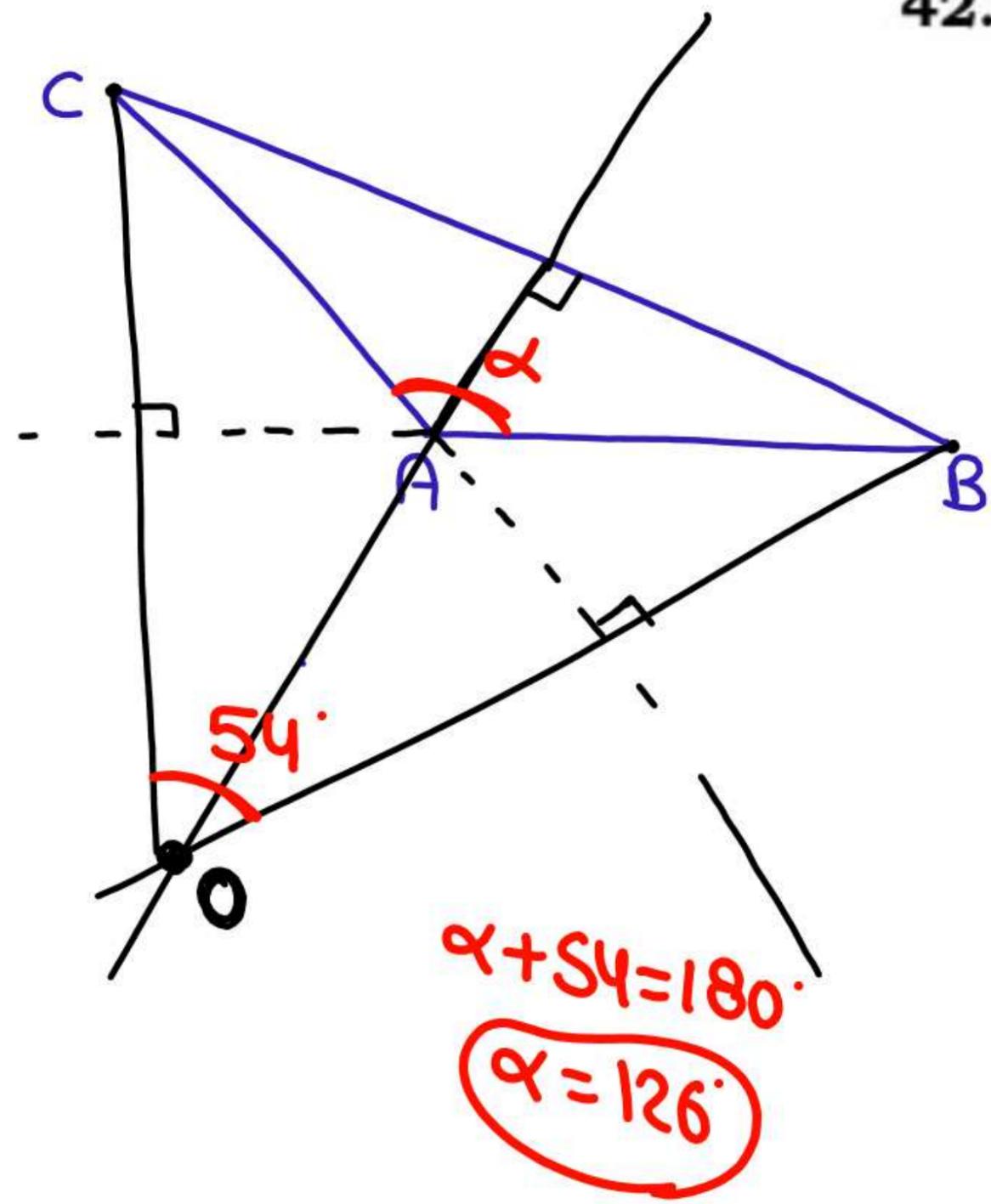




41. If **O** is the orthocentre of $\triangle ABC$ then, **A** will be the orthocentre of which triangle?

यदि **O**, $\triangle ABC$ का लम्ब केन्द्र हो तो **A** निम्न में से किस त्रिभुज का लम्ब केन्द्र होगा?

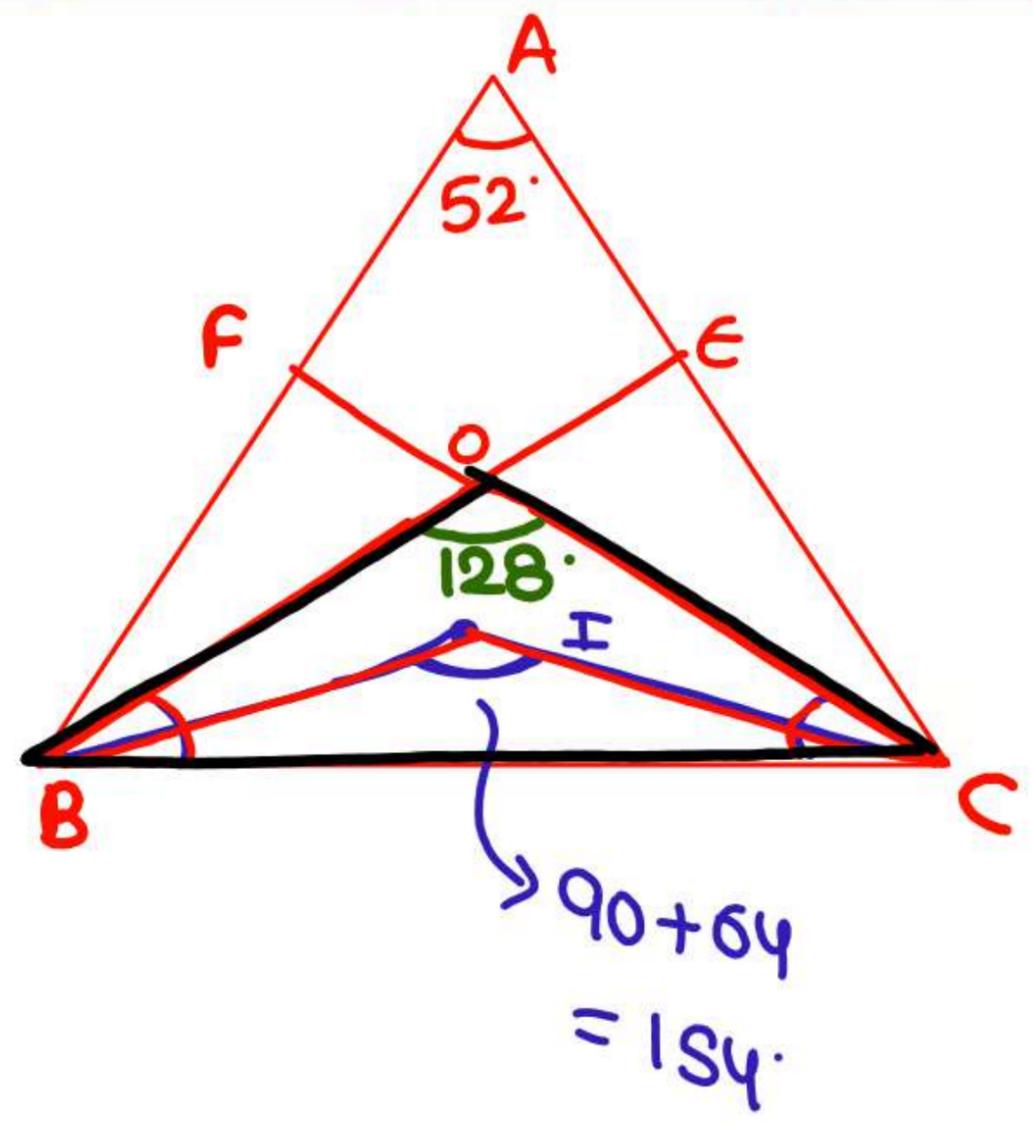
- (a) $\triangle BOC$
- (b) $\triangle COA$
- (c) $\triangle BOA$
- (d) $\triangle BFC$



42. In an obtuse-angled triangle ABC, $\angle A$ is the obtuse angle and O is the orthocentre. If $\angle BOC = 54^\circ$, then $\angle BAC$ is :

किसी अधिककोण त्रिभुज ABC में $\angle A$ अधिककोण तथा O लम्ब केन्द्र है। यदि $\angle BOC = 54^\circ$ है, तो $\angle BAC$ का मान है:

- (a) 108°
- (b) 116°
- (c) 136°
- (d) 126°

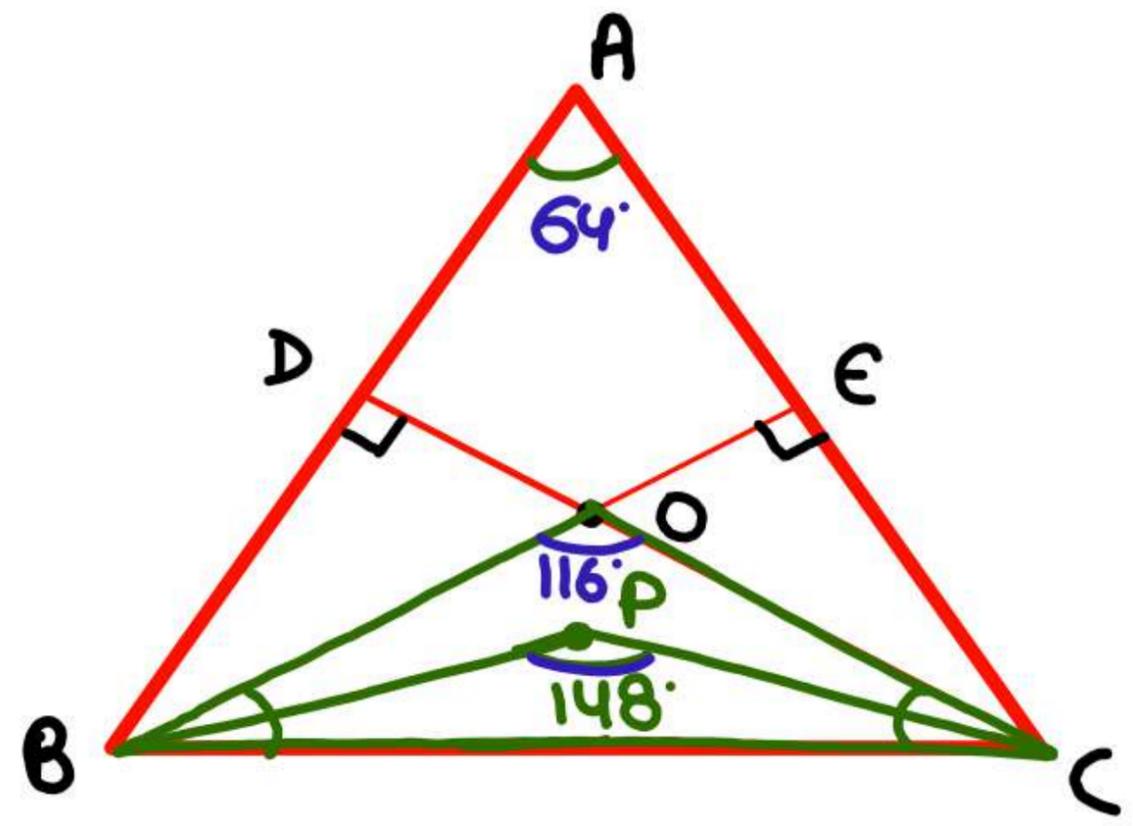


43. In $\triangle ABC$, $\angle A = 52^\circ$ and O is the orthocentre of the triangle. (BO and CO meet AC and AB at E and F respectively when produced). If the bisectors of $\angle OBC$ and $\angle OCB$ meet at P , then the measure of $\angle BPC$ is :

त्रिभुज ABC में $\angle A = 52^\circ$ है तथा O त्रिभुज का लम्ब केन्द्र है। (BO तथा CO बढ़ाए जाने पर AC तथा AB से क्रमशः E तथा F पर मिलते हैं) यदि $\angle OBC$ तथा $\angle OCB$ के समद्विभाजक P पर मिलते हैं, तो $\angle BPC$ का मान क्या होगा?

SSC CGL TIER-II (11/09/2019)

- (a) 124°
- (b) 132°
- (c) 138°
- (d) 154°



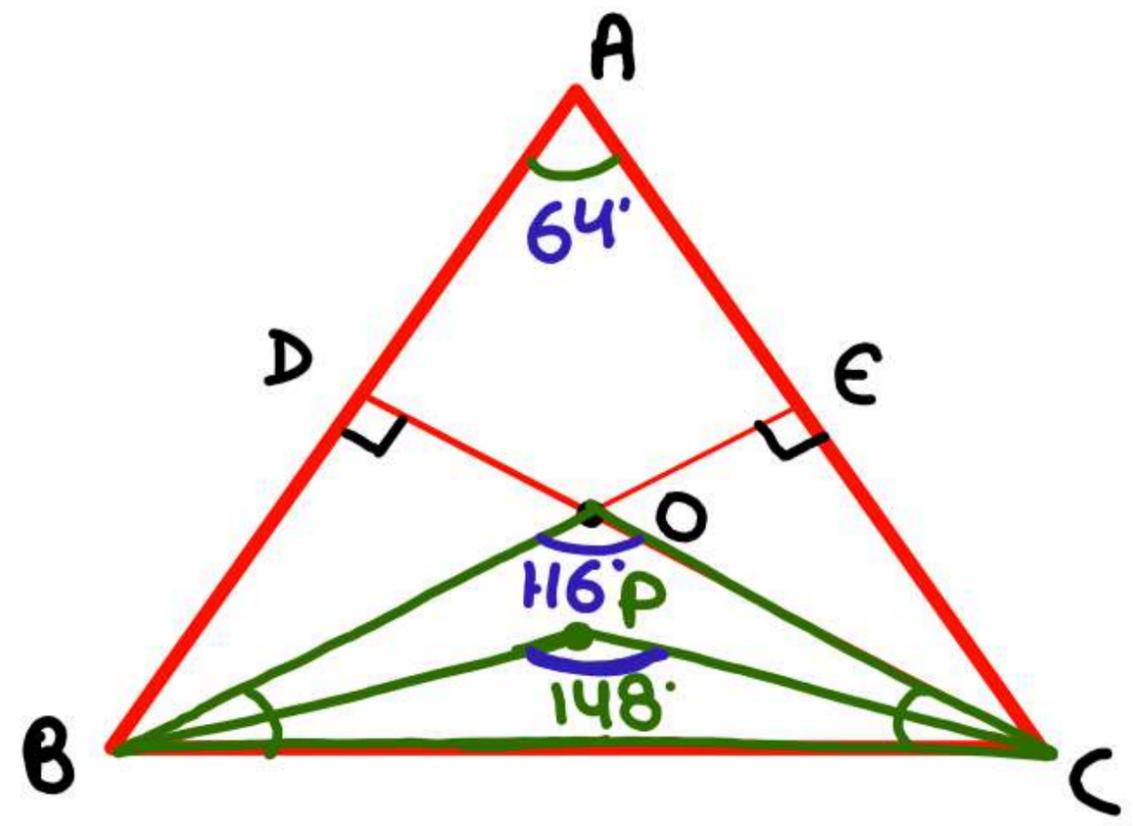
$$\begin{aligned}
 & 90 + \frac{116}{2} \\
 & = 90 + 58 \\
 & = 148
 \end{aligned}$$

44. In $\triangle ABC$, $BE \perp AC$, $CD \perp AB$ and BE and CD intersect each other at O . The bisectors of $\angle OBC$ and $\angle OCB$ meet at P . If $\angle BPC = 148^\circ$, then what is the measure of $\angle A$?

त्रिभुज ABC में, $BE \perp AC$, $CD \perp AB$ तथा BE और CD एक-दूसरे को O पर काटती हैं। $\angle OBC$ तथा $\angle OCB$ के समद्विभाजक P बिन्दु पर मिलते हैं। यदि $\angle BPC = 148^\circ$ तो $\angle A$ का मान क्या है?

SSC CGL TIER-II (13/09/2019)

- (a) 56°
- (b) 28°
- (c) 32°
- (d) 64°

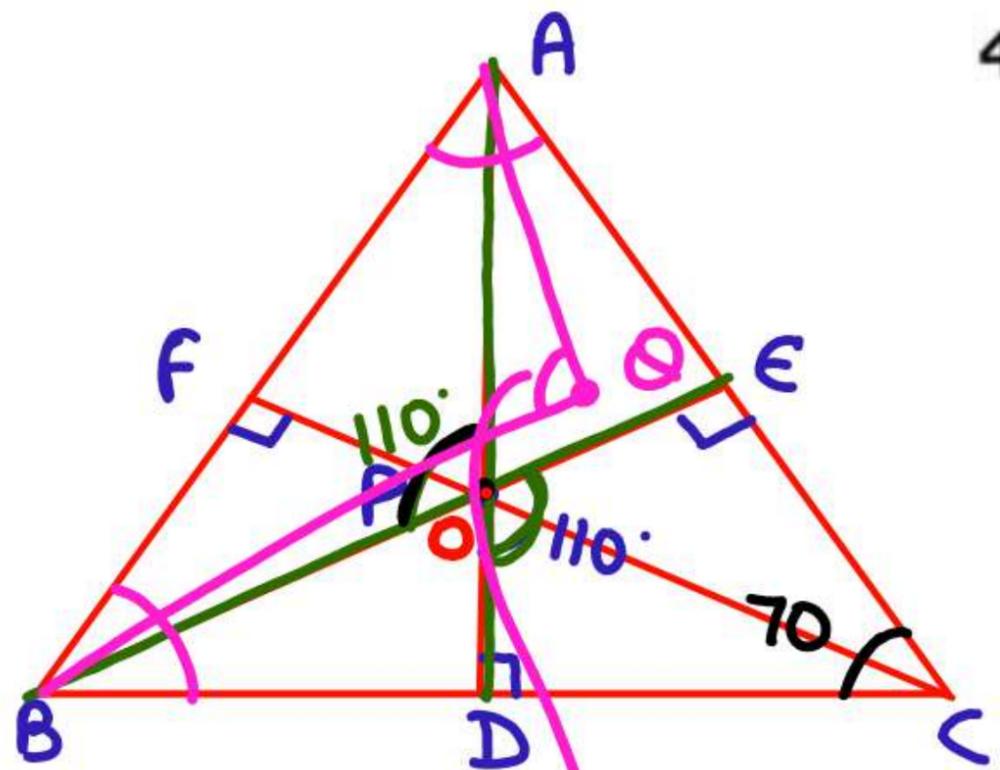


44. In $\triangle ABC$, $BE \perp AC$, $CD \perp AB$ and BE and CD intersect each other at O . The bisectors of $\angle OBC$ and $\angle OCB$ meet at P . If $\angle BPC = 148^\circ$, then what is the measure of $\angle A$?

त्रिभुज ABC में, $BE \perp AC$, $CD \perp AB$ तथा BE और CD एक-दूसरे को O पर काटती हैं। $\angle OBC$ तथा $\angle OCB$ के समद्विभाजक P बिन्दु पर मिलते हैं। यदि $\angle BPC = 148^\circ$ तो $\angle A$ का मान क्या है?

SSC CGL TIER-II (13/09/2019)

- (a) 56°
- (b) 28°
- (c) 32°
- (d) 64°



45. In $\triangle ABC$, the perpendiculars drawn from A, B and C meet the opposite sides at points D, E and F, respectively. AD, BE and CF intersect at point P. If $\angle EPD = 110^\circ$ and the bisectors of $\angle A$ and $\angle B$ meet a point Q. then $\angle AQB = ?$

$\triangle ABC$ में, A, B और C से खींचे गए लम्ब सम्मुख भुजाओं से क्रमशः बिंदु D, E और F पर मिलते हैं। AD, BE और CF बिंदु P पर प्रतिच्छेद करते हैं। यदि $\angle EPD = 110^\circ$ और $\angle A$ और $\angle B$ के समद्विभाजक बिंदु Q से मिलते हैं, तो $\angle AQB$ का माप क्या होगा?

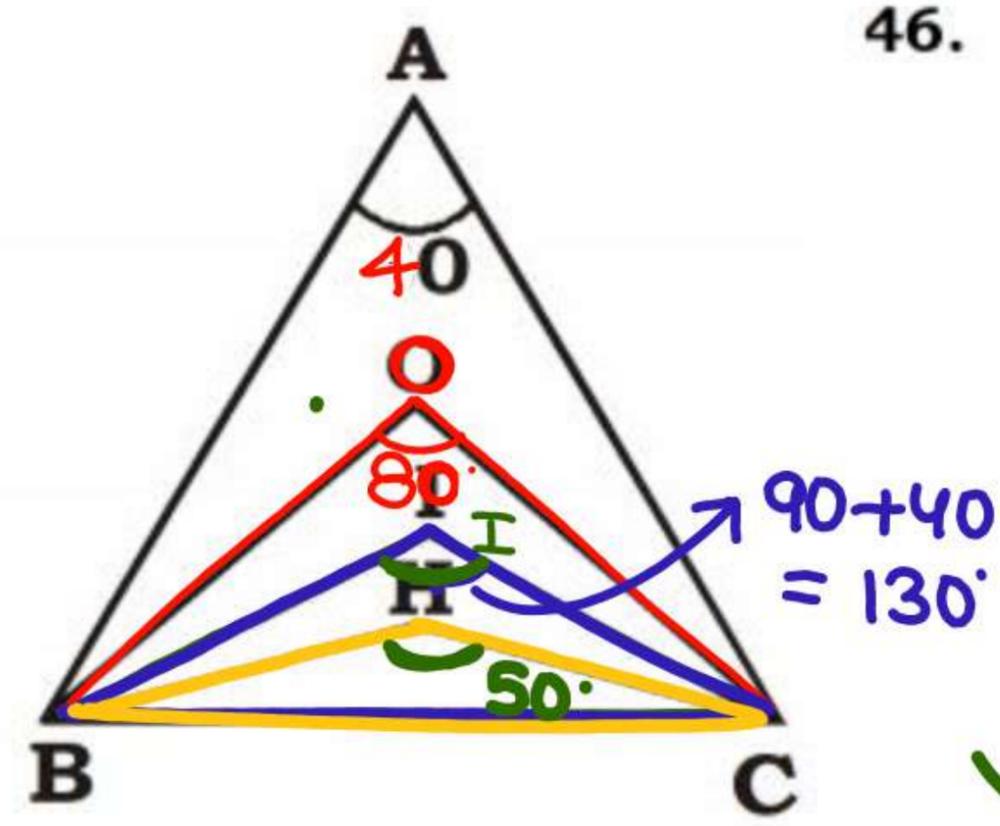
SSC CGL 21/04/2022 (Shift- 02)

$$90 + \frac{70}{2}$$

$$= 90 + 35$$

$$= 125$$

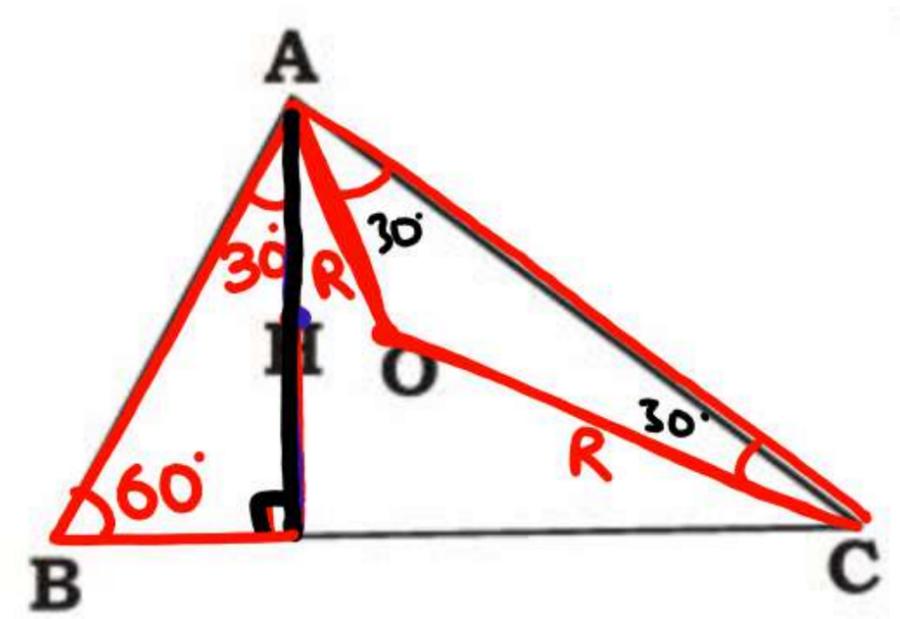
- (a) ~~135°~~
- (b) 110°
- (c) 125°
- (d) 115°



46. In the given triangle O, I and H are circum-centre, in-centre and orthocentre of $\triangle ABC$, $\triangle BOC$ & $\triangle BIC$ respectively. Find angle $\angle BHC$?
 $\angle BAC = 40^\circ$

दिए गए त्रिभुज में O, I और H और क्रमशः $\triangle ABC$, $\triangle BOC$ और $\triangle BIC$ के परि-केंद्र, अन्तः केंद्र और लंबकेन्द्र हैं। कोण BHC खोजें ? $\angle BAC = 40^\circ$

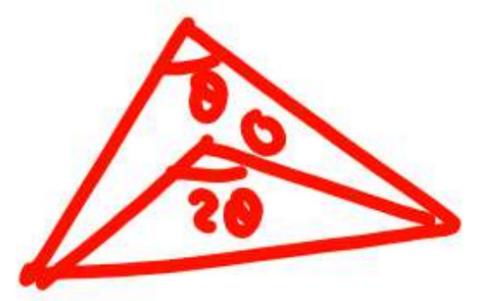
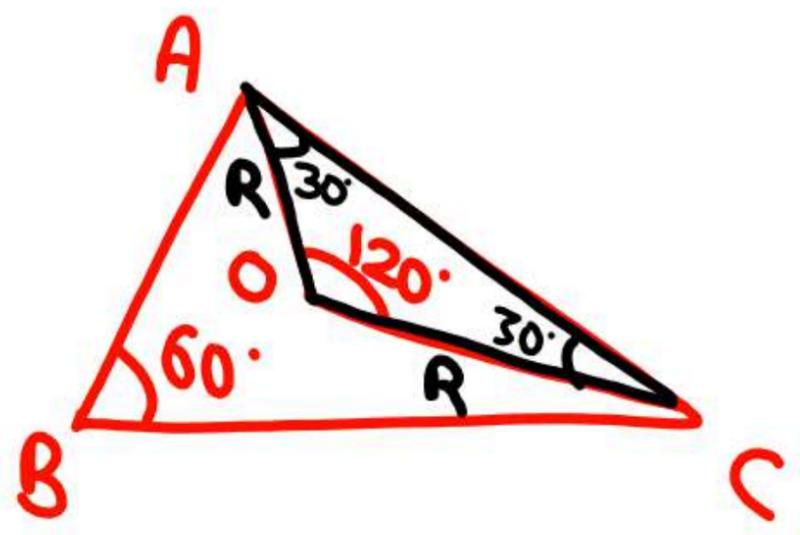
- (a) 75°
- (b) 45°
- (c) 50° ✓
- (d) 60°

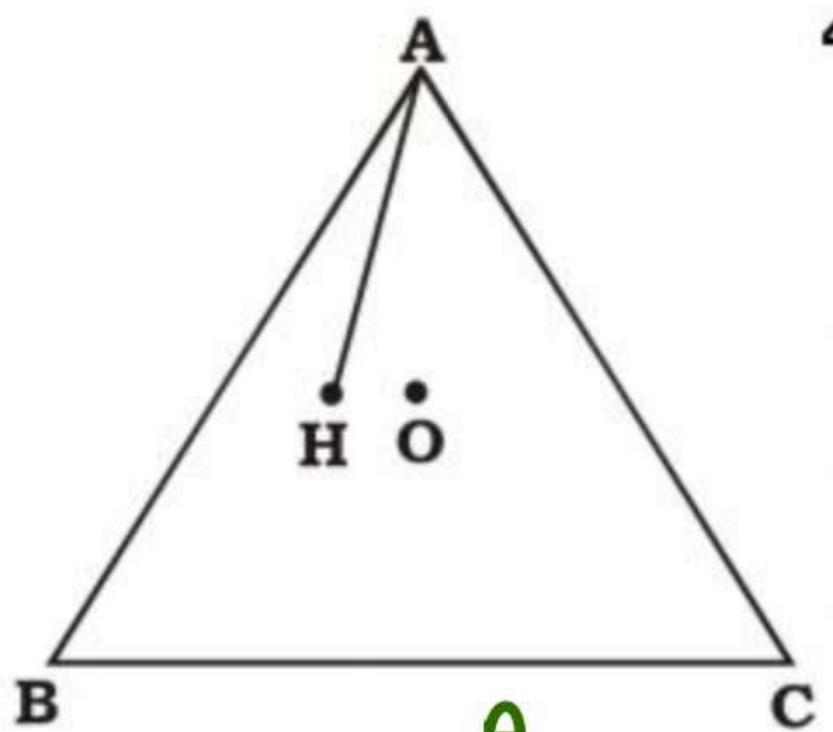


47. In $\triangle ABC$, H is the orthocenter, O is circumcenter. If $\angle BAH = 30^\circ$ then find $\angle OAC$?

त्रिभुज ABC में, बिंदु H त्रिभुज का लम्बकेन्द्र है तथा O परिकेन्द्र है। यदि $\angle BAH = 30^\circ$ तब $\angle OAC$ का मान होगा?

- (a) 15°
- (b) 45°
- (c) 30°
- (d) 60°

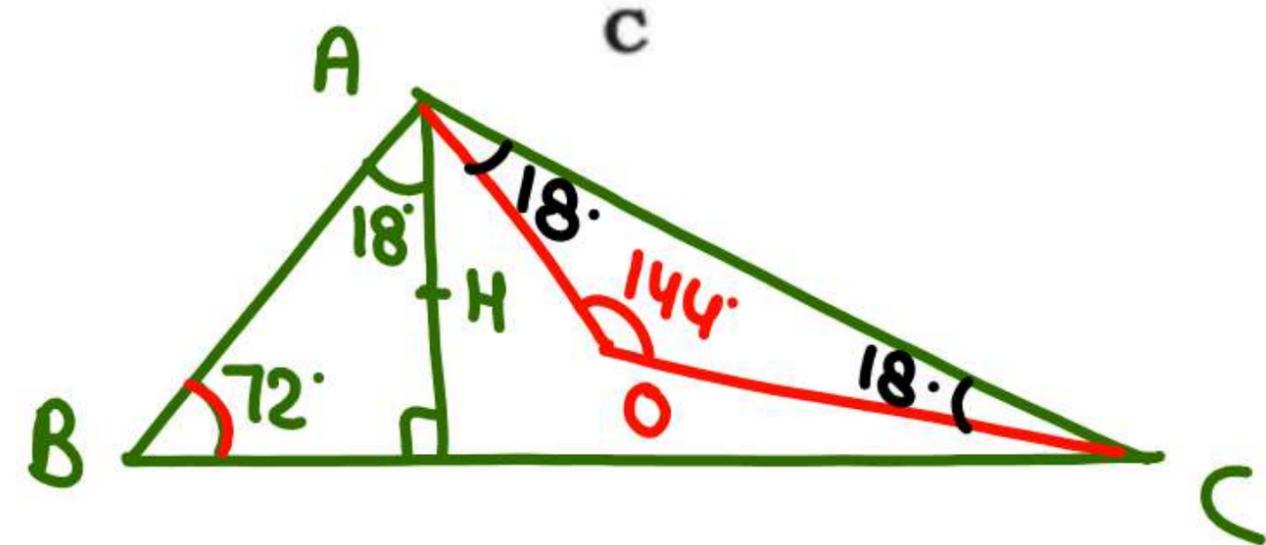


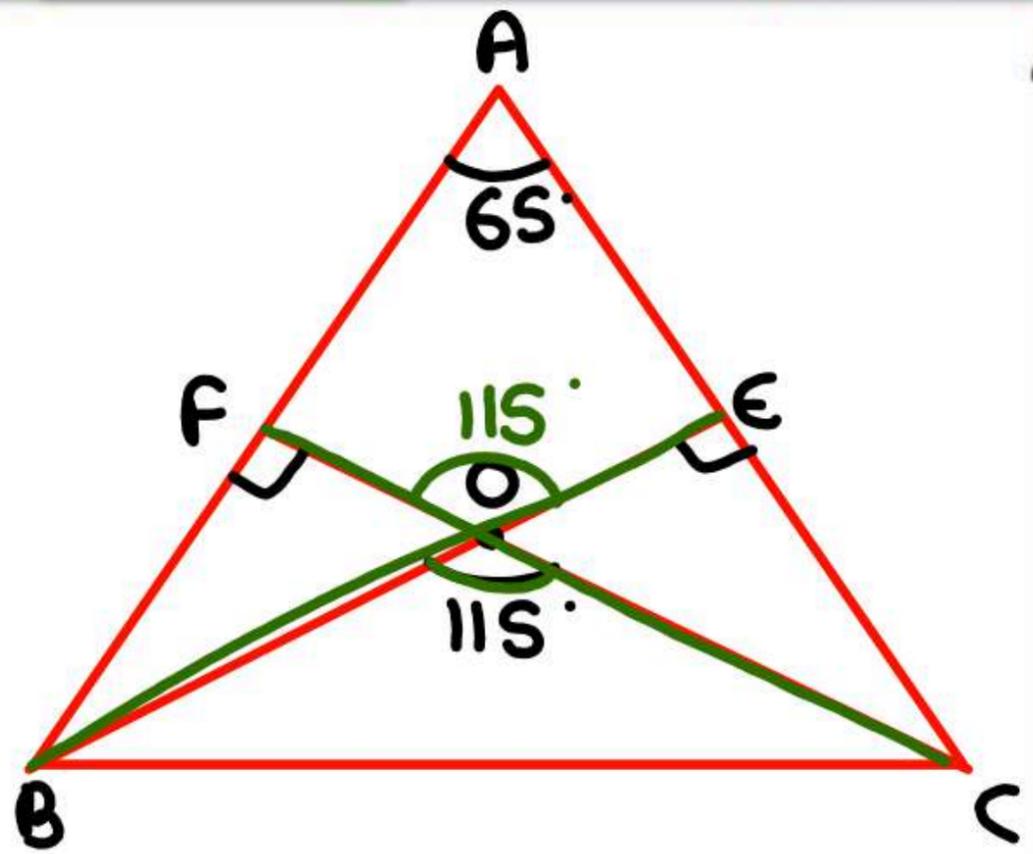


48. In the given triangle, H is the orthocentre and O is the circumcentre of the triangle. $\angle HAB = 18^\circ$, find $\angle OCA$?

दिए गये त्रिभुज में, H, लम्बकेंद्र है और O, त्रिभुज का परिकेंद्र है।
 $\angle HAB = 18^\circ$, तो $\angle OCA$ ज्ञात कीजिये।

- (a) 36°
- (b) 9°
- (c) 18°
- (d) 12°

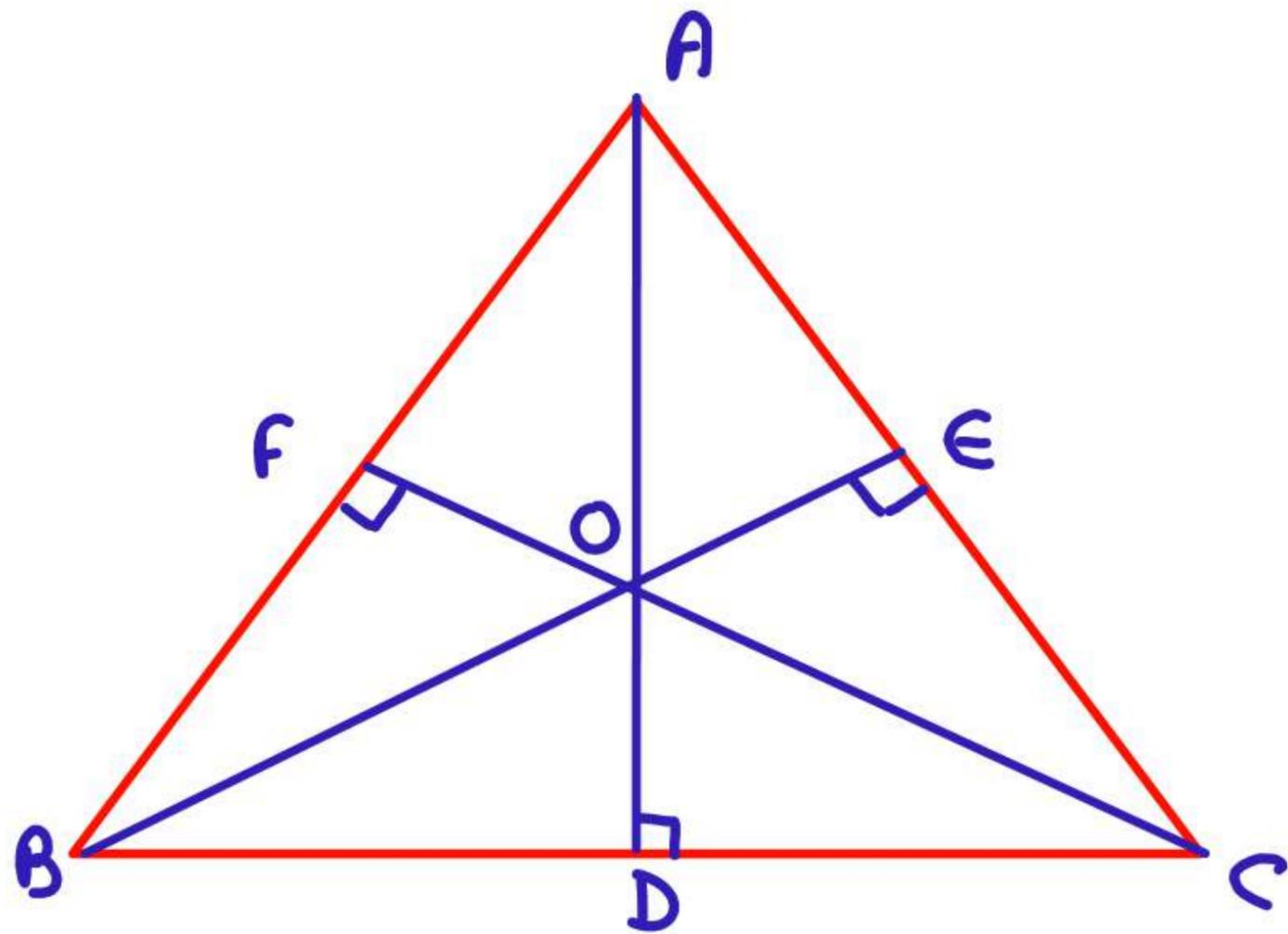




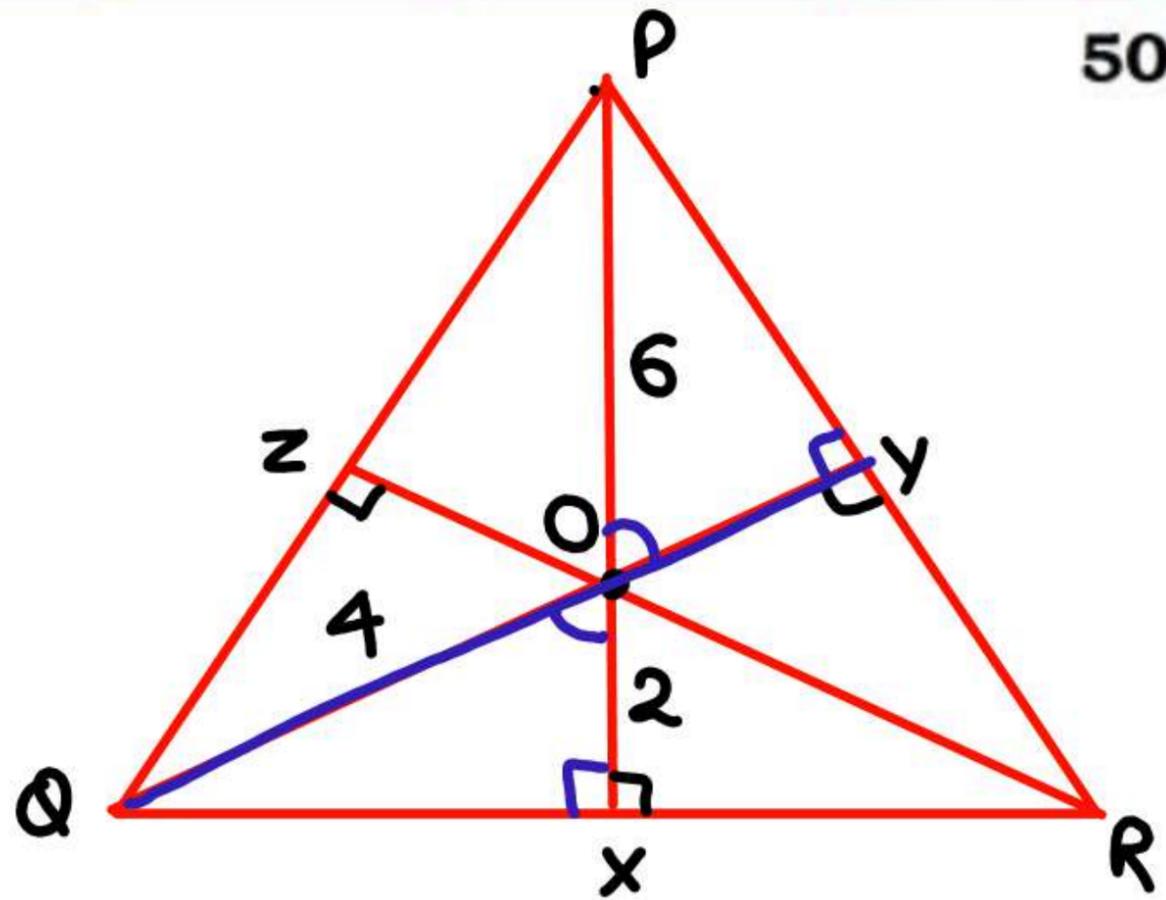
49. In the triangle ABC, BE and CF are the altitudes of the triangle meeting AC and AB at E and F and intersect each other at O. Find the $\angle FOE$ if $\angle A = 65^\circ$

त्रिभुज ABC में, BE और CF, त्रिभुज के शीर्षलम्ब हैं जो AC और AB से E और F पर मिलते हैं और एक दूसरे को O पर प्रतिच्छेदित करते हैं। $\angle FOE$ ज्ञात कीजिये, यदि $\angle A = 65^\circ$ है।

- (a) 115°
- (b) 125°
- (c) 105°
- (d) 95°



$$AO \times OD = BO \times OE = CO \times OF$$



50. In a triangle PQR, PX, QY and RZ be altitudes intersecting at O. If $PO=6\text{cm}$, $PX = 8\text{cm}$ and $QO=4\text{cm}$, then what is the value (in cm) of QY?

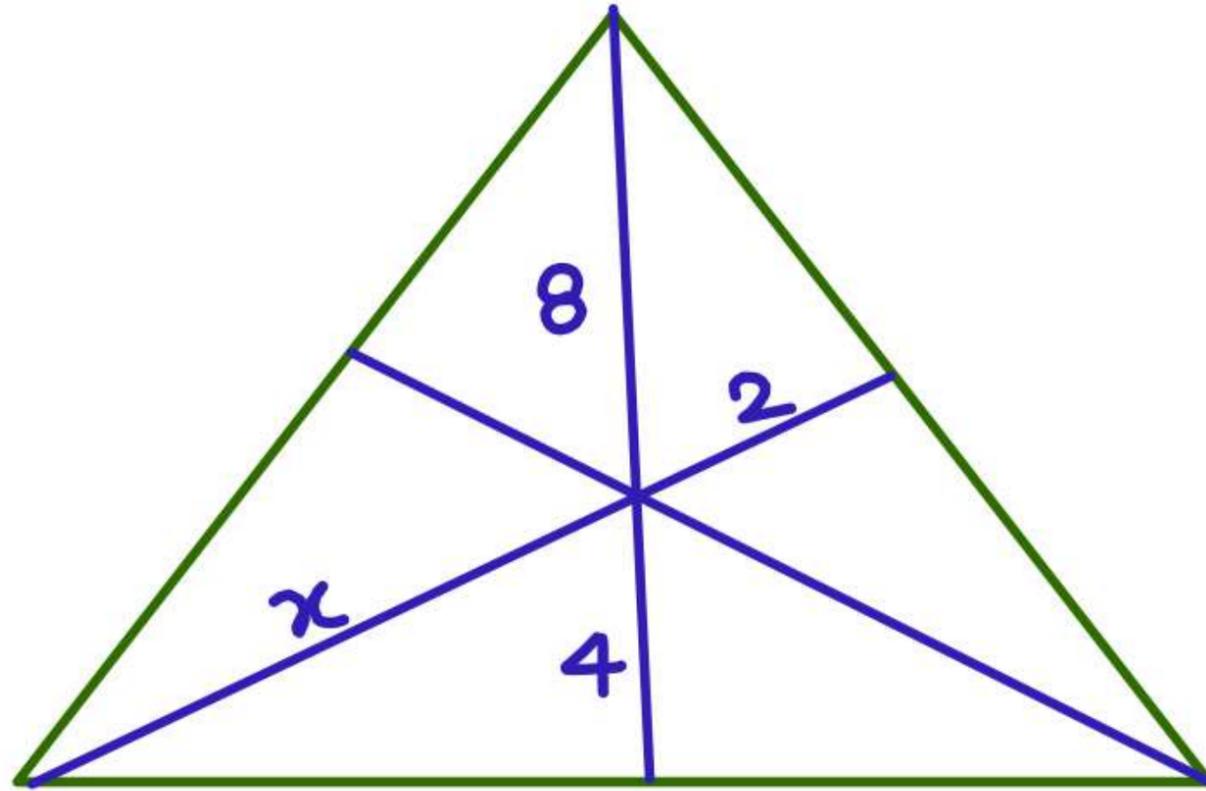
त्रिभुज PQR में, तीनो शीर्षलम्ब क्रमशः PX, QY और RZ एक दूसरे को बिंदु O पर काटते है। यदि $PO = 6\text{cm}$, $PX = 8\text{cm}$ और $QO = 4\text{cm}$ है तब QY का मान होगा-

- (a) 6.3
- (b) 5.8
- (c) 6
- (d) 7

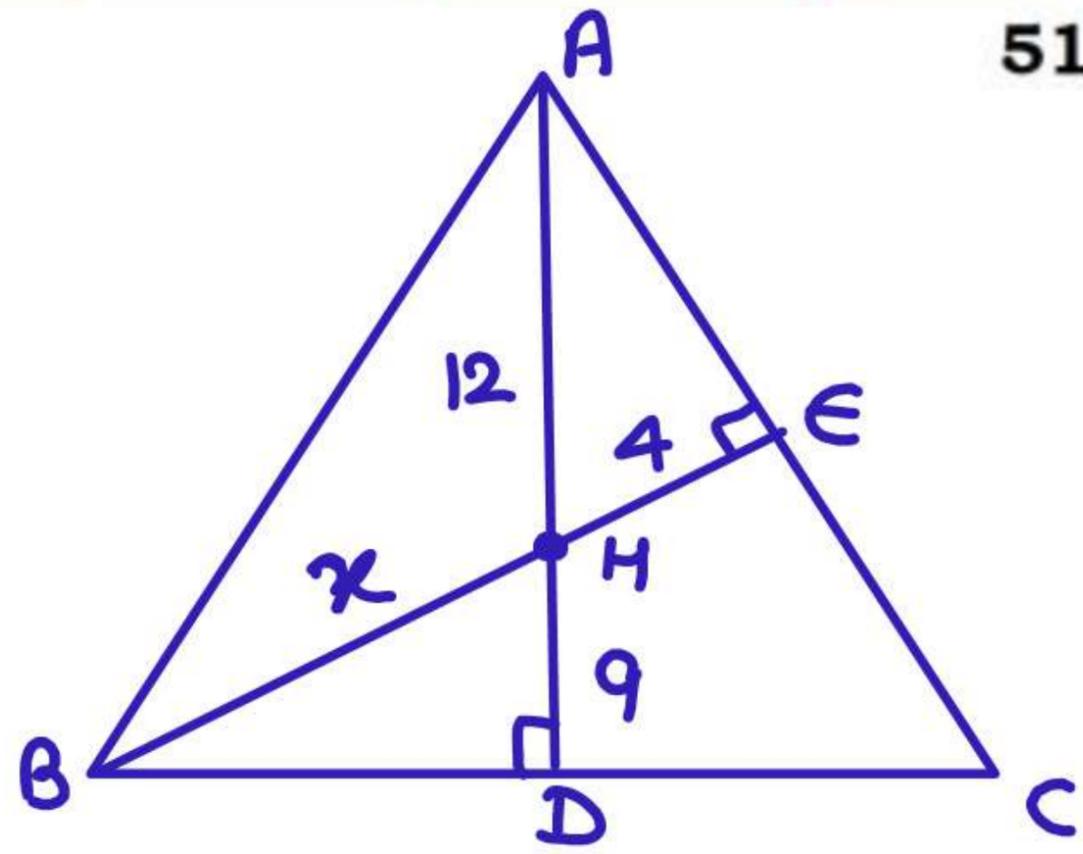
$$6 \times 2 = 4 \times OY$$

$$3 = OY$$

$$OY = 4 + 3 = 7$$



$$16 \cdot 32 = 2 \cdot x \cdot x$$

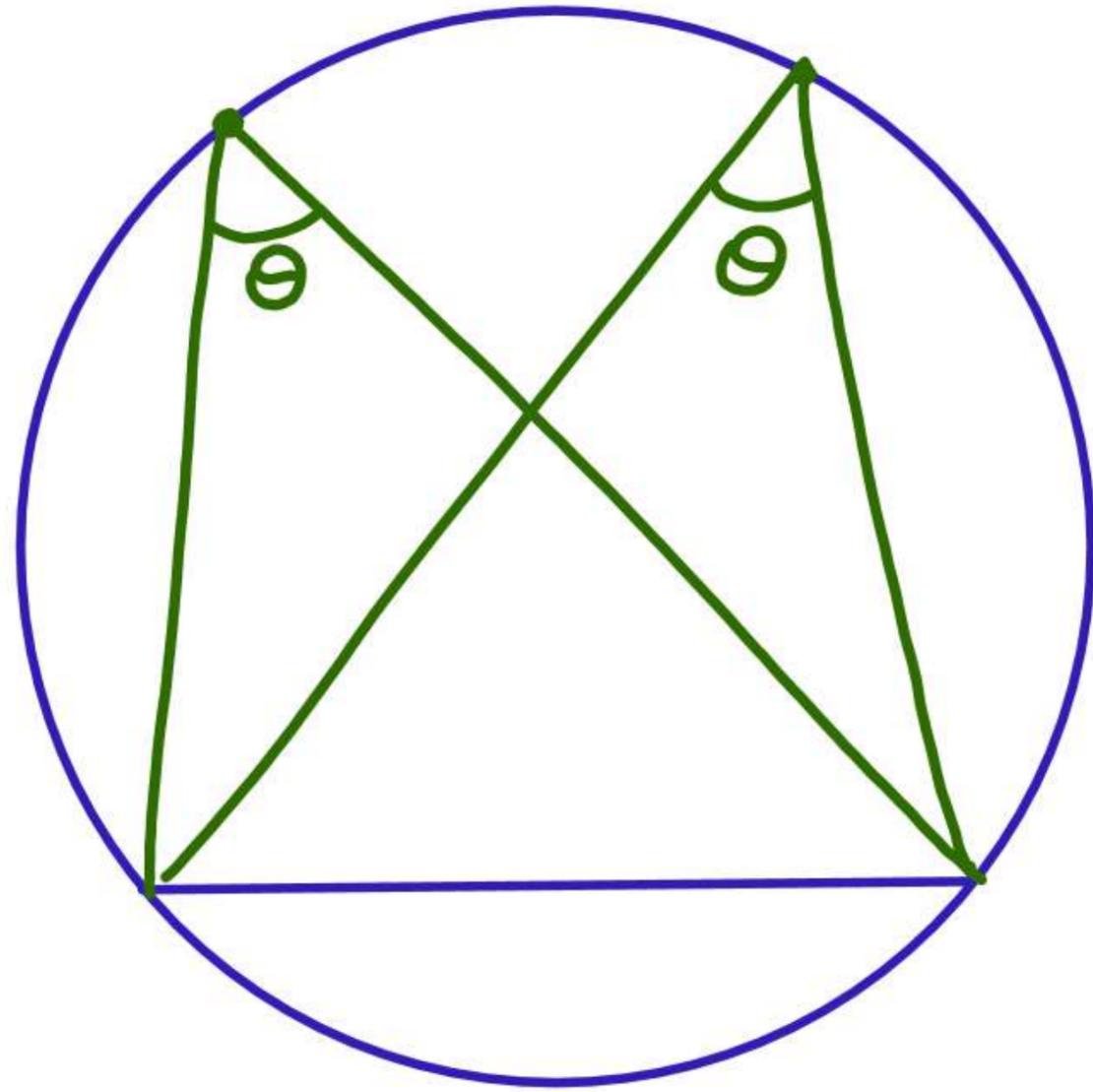


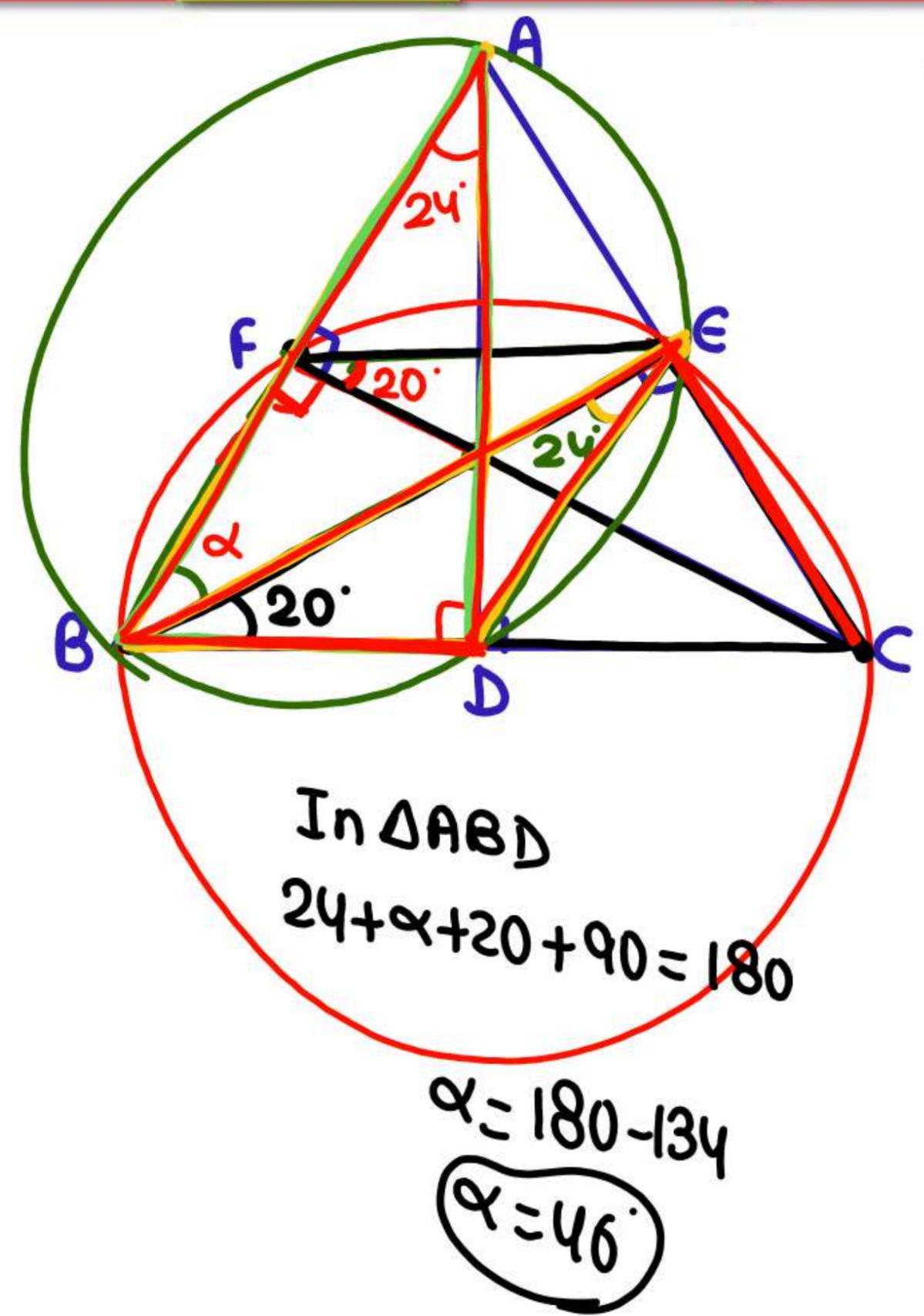
51. In the triangle ABC, AD and BE are the altitude of the triangle meets at H such that AH = 12 cm, HD = 9 cm, and HE = 4 cm. Find BH?

त्रिभुज ABC में, AD और BE, त्रिभुज के शीर्षलम्ब हैं जो H पर इस प्रकार मिलते हैं कि AH = 12 सेमी, HD = 9 सेमी, और HE = 4 सेमी है। BH ज्ञात कीजिये।

- (a) 27 cm
- (b) 18 cm
- (c) 9cm
- (d) 36 cm

$12 \times 9 = x \times 4$
 $27 = x$





52. D, E and F are the feet of the perpendiculars from the vertices A, B and C respectively of triangle ABC. If angle BED and angle BFE are 24° and 110° respectively, what is the measure (in degree) of angle EBF? **(HSL 2021)**

D, E और F त्रिभुज ABC के क्रमशः A, B और C से लंबवत के बिंदु हैं। यदि कोण BED और कोण BFE क्रमशः 24° और 110° हैं, तो EBF कोणों का मापक (डिग्री में) क्या है?

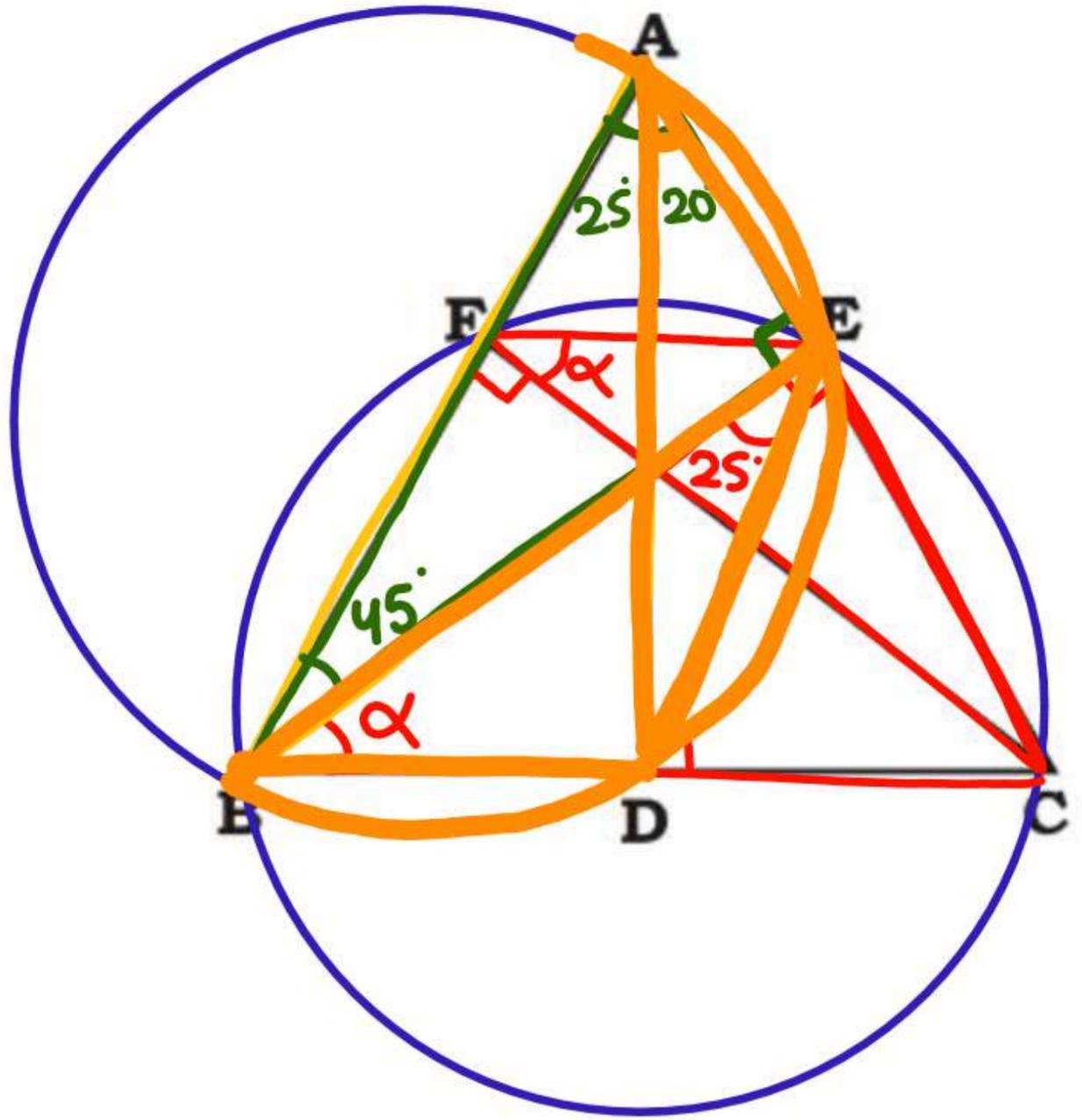
- (a) 46°
- (b) 44°
- (c) 48°
- (d) 42°

53. If AD, BE, CF are altitudes in given triangle and angle BED = 25°, angle BAC = 45°, then find angle DBE?

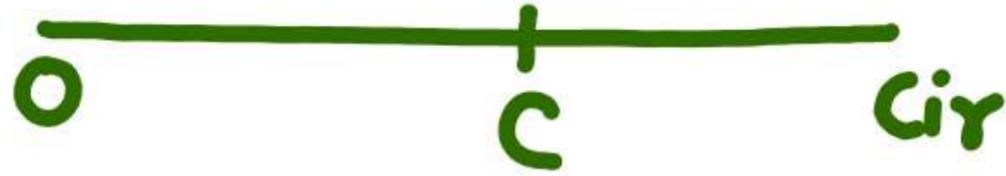
यदि दिए गए त्रिभुज में AD, BE, CF शीर्षलंब हैं और कोण BED = 25°, कोण BAC = 45° है, तो कोण DBE ज्ञात कीजिए?

- (a) 20°
- (b) 25°
- (c) 22.5°
- (d) 18°

$\alpha = 20^\circ$



Euler's Line/ यूलर रेखा



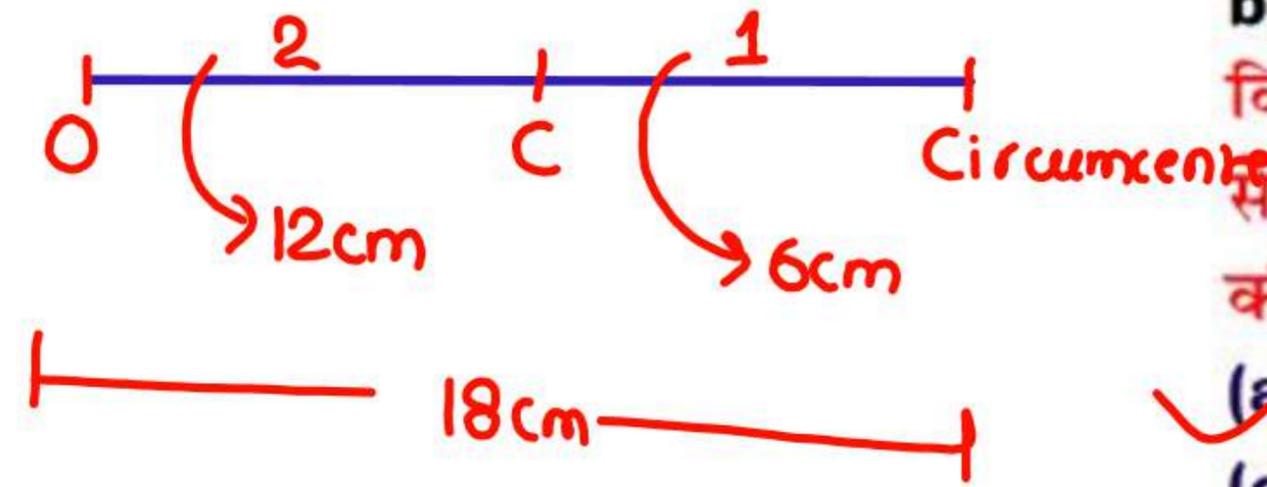
The centroid, the orthocentre and the circumcentre of a triangle are collinear and the centroid divides the line joining the orthocentre and the circumcentre in the ratio 2 : 1.

किसी त्रिभुज के केन्द्रक, लम्ब केन्द्र और परिकेन्द्र संरेखीय होते हैं तथा केन्द्रक, लम्ब केन्द्र और परिकेन्द्र को मिलाने वाली रेखा को 2 : 1 के अनुपात में विभाजित करता है।

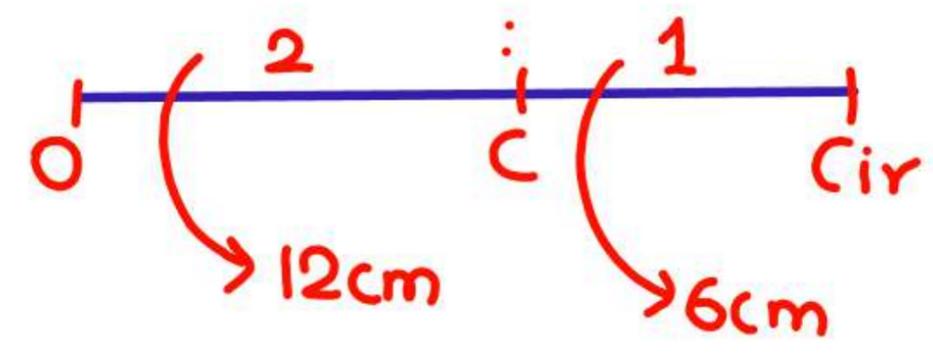


54. In a triangle the distance between the centroid and ortho-centre is 12 cm. Find the distance between ortho-centre and circum-centre.

किसी त्रिभुज में केन्द्रक और लम्ब केन्द्र के बीच की दूरी 12 सेमी है। लम्ब केन्द्र तथा परिकेन्द्र के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए।



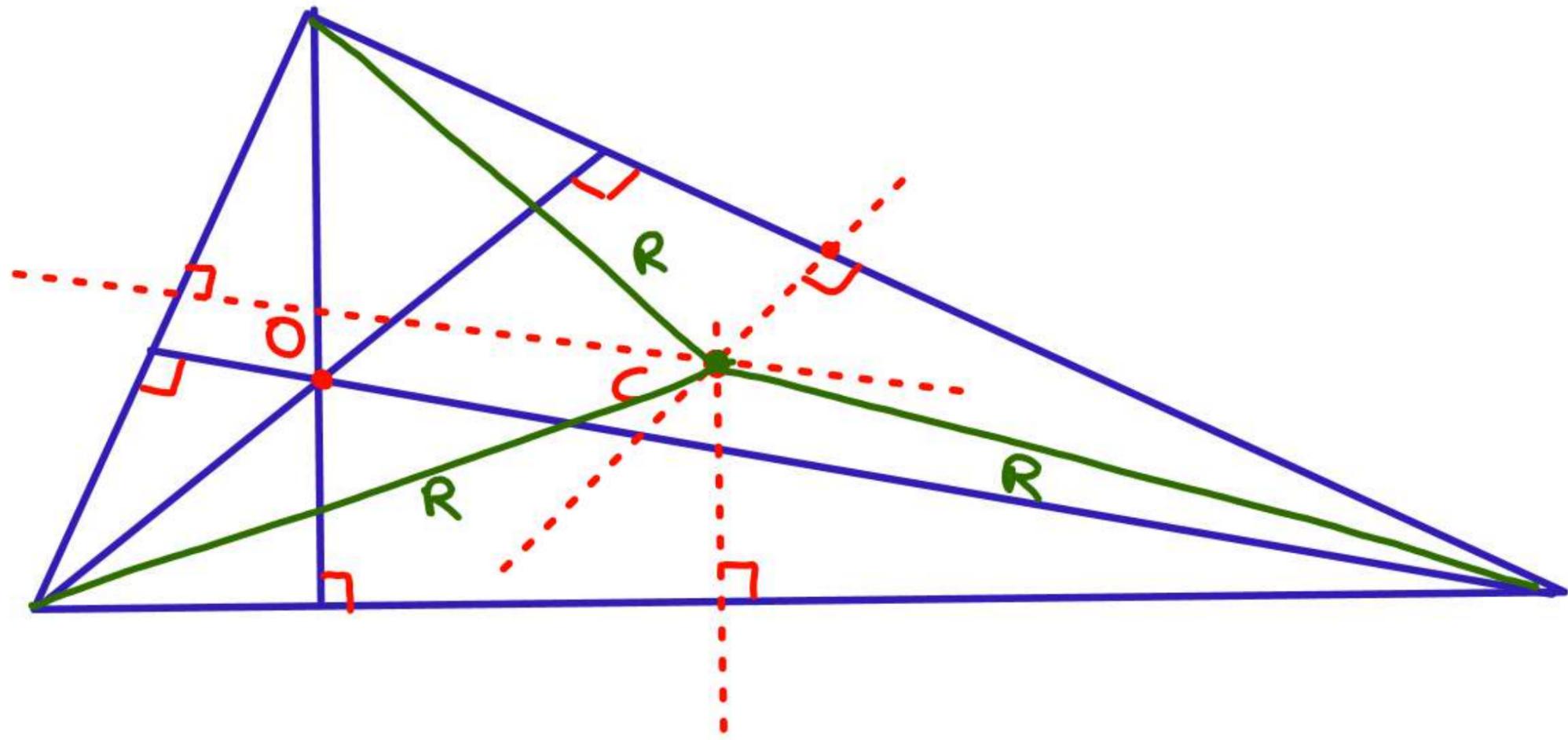
- (a) 18 cm
- (b) 20 cm
- (c) 14 cm
- (d) 22 cm

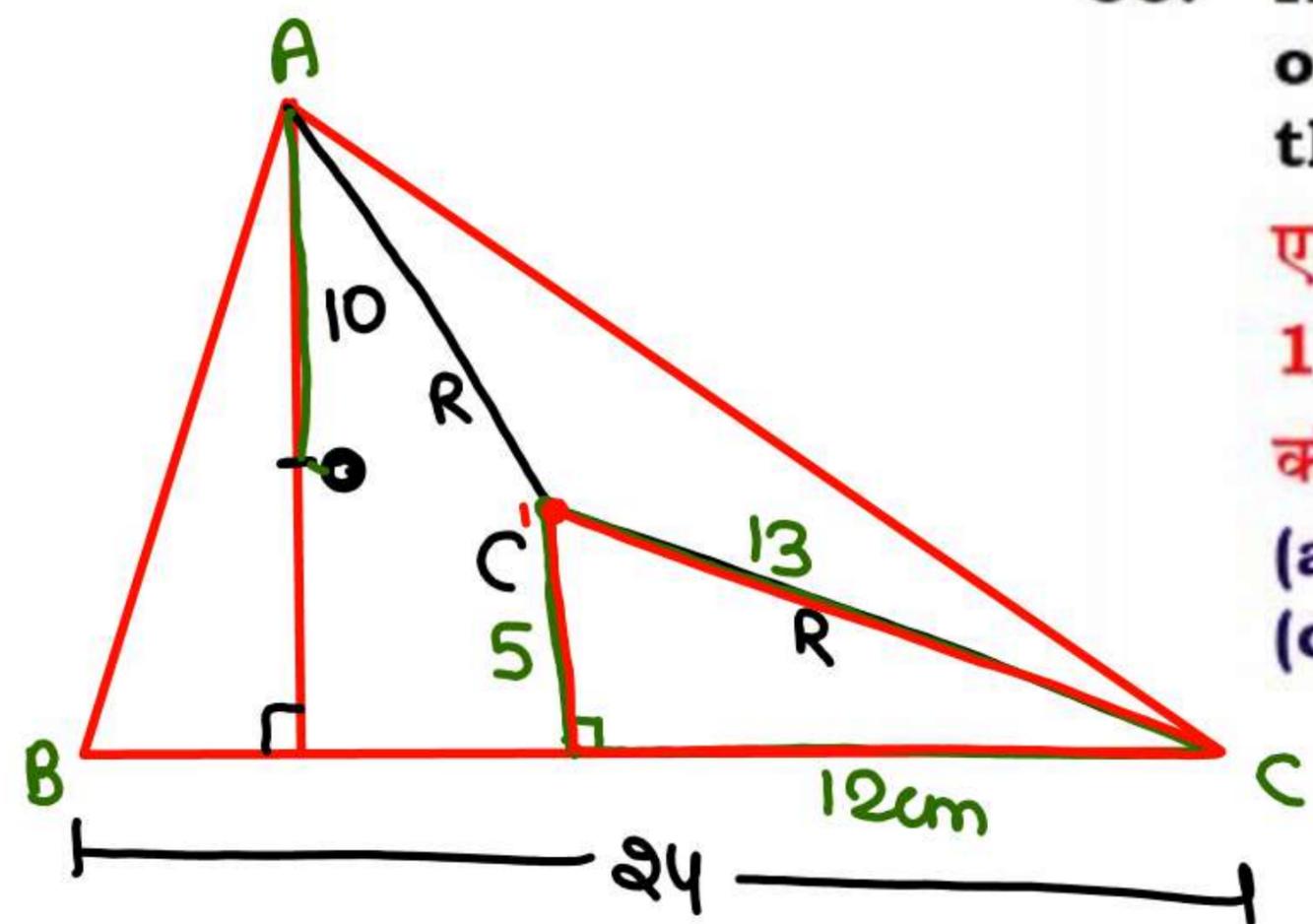


55. If the distance between centroid and circumcentre of a triangle is 6cm then find distance between orthocentre and circumcentre ?

यदि किसी त्रिभुज के केन्द्रक और परिकेन्द्र के बीच की दूरी 6 सेमी है, तो लंबकेन्द्र और परिकेन्द्र के बीच की दूरी है?

- (a) 12 cm
- (b) 18 cm
- (c) 6 cm
- (d) 7.5 cm



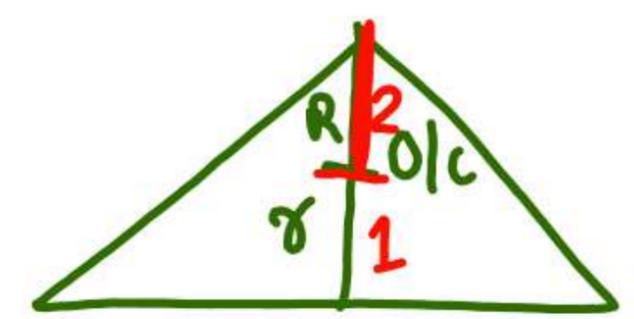


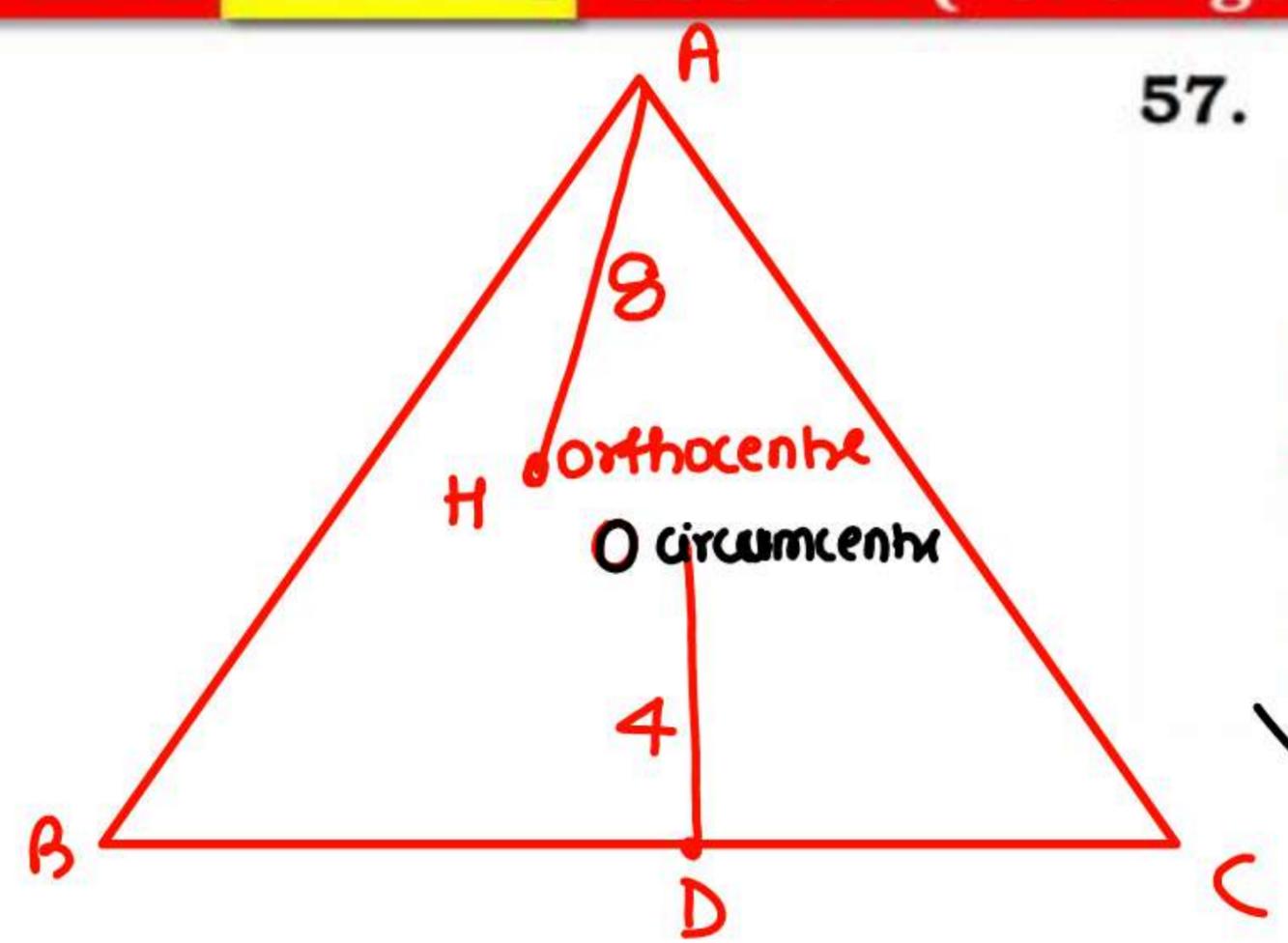
$$CC' = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13$$

56. In an acute angle triangle ABC, O is the orthocenter. If AO = 10 unit, BC = 24 unit, then find the circum-radius of the triangle?

एक न्यून कोण त्रिभुज ABC में, O लंबकेन्द्र है। यदि AO = 10 इकाई, BC = 24 इकाई, तो त्रिभुज की परित्रिज्या ज्ञात कीजिए?

- (a) 12 unit
- (b) 13 unit
- (c) 16 unit
- (d) 14 unit

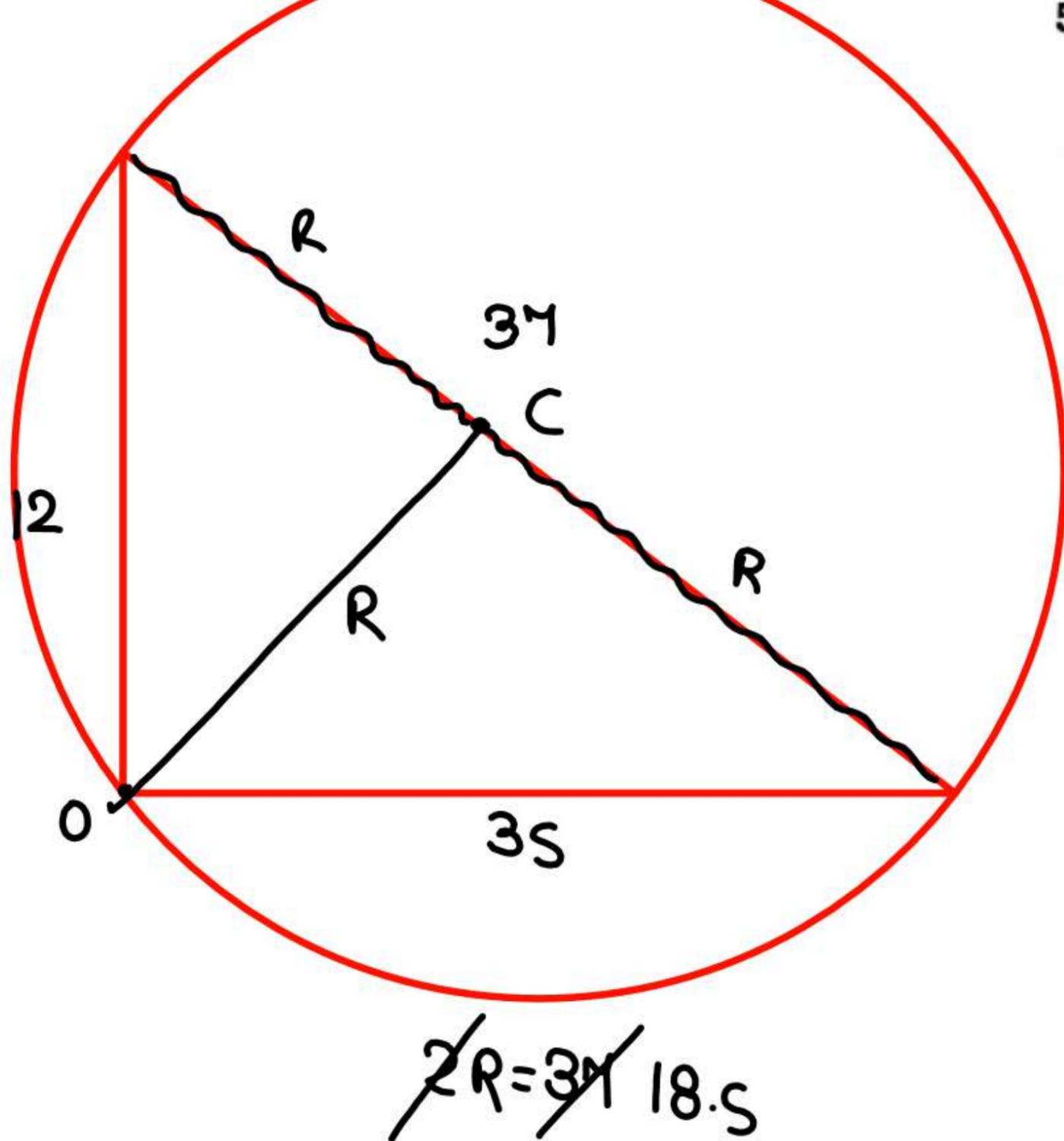




57. In the triangle ABC, H is the orthocentre, and O is the circumcentre. $BD = DC$ and $OD = 4$ cm. Find AH?

त्रिभुज ABC में, H, लम्बकेंद्र है, और O, परिकेंद्र है। $BD = DC$ और $OD = 4$ सेमी है। AH ज्ञात कीजिये।

- (a) 2 cm
- (b) 6 cm
- (c) 8 cm
- (d) 4 cm



58. What is the distance between the orthocenter and the circumcenter of a triangle whose sides measure 12cm, 35cm and 37cm ?

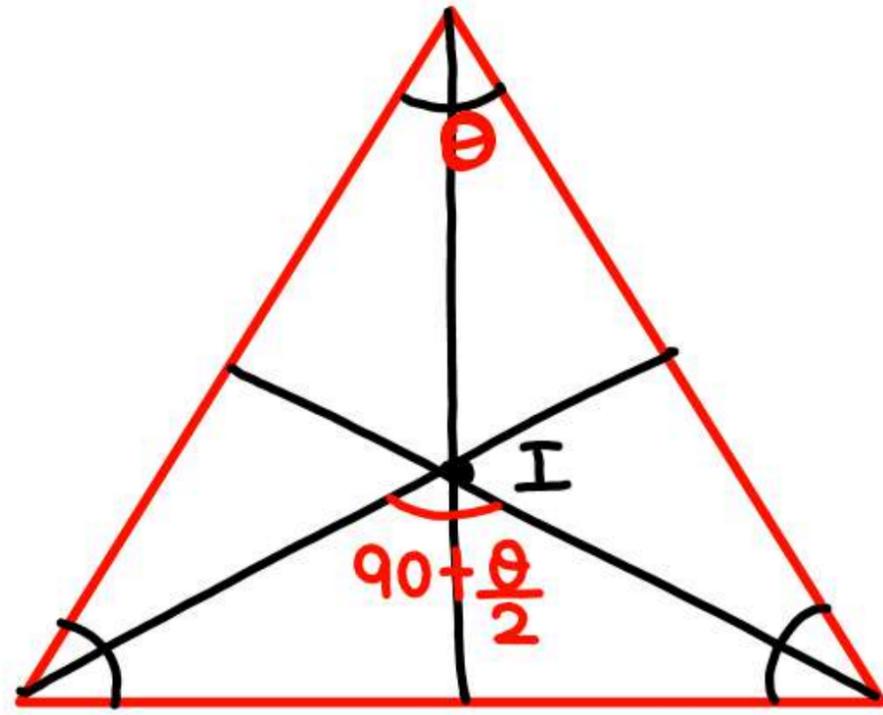
एक त्रिभुज जिसकी भुजाएँ 12 सेमी, 35 सेमी तथा 37 सेमी हैं तो उसके लम्ब केंद्र व परिकेन्द्र के मध्य दूरी ज्ञात कीजिये?

(a) 17.5 cm

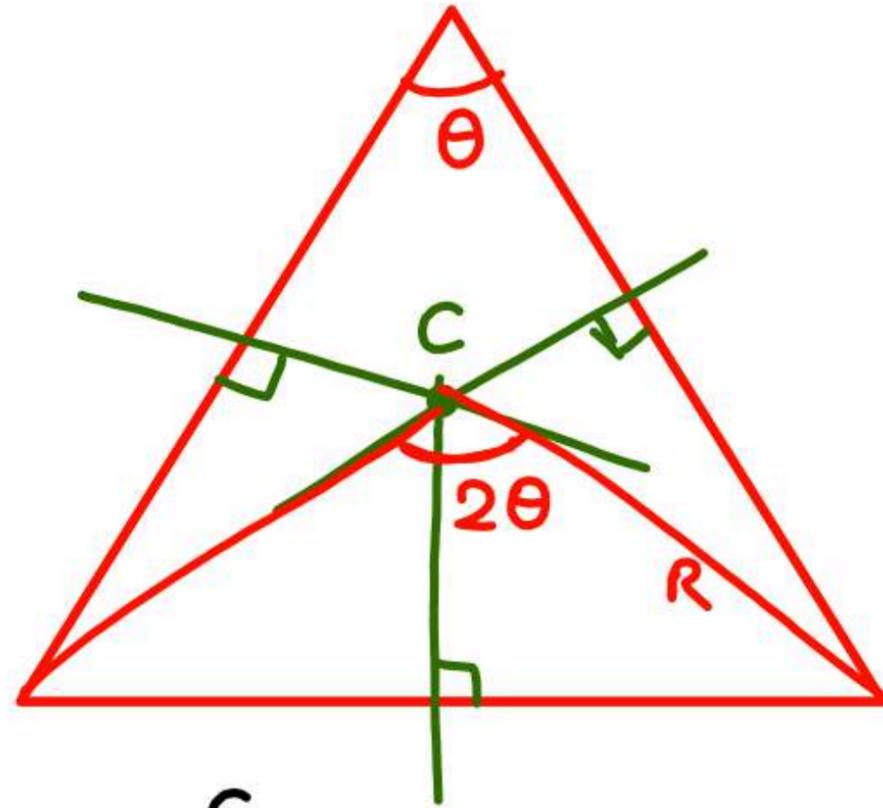
(b) 15 cm

(c) 18.5 cm

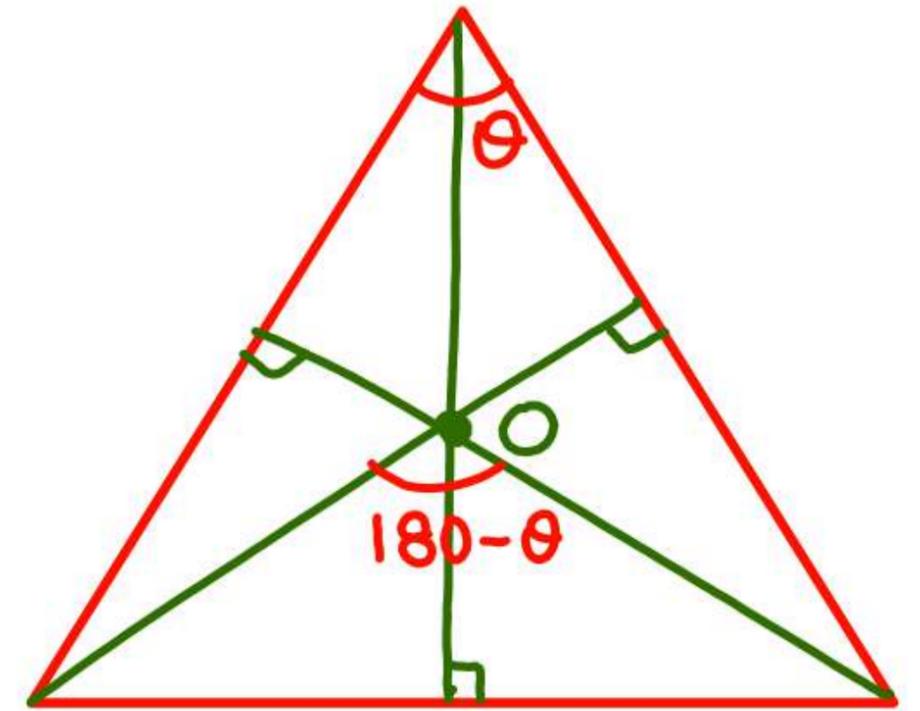
(d) $8\sqrt{5}$ cm



Incentre
(अंश: केंद्र)



Circumcentre
(परि केंद्र)



Orthocentre
(लम्ब केंद्र)

CENTROID / केन्द्रक

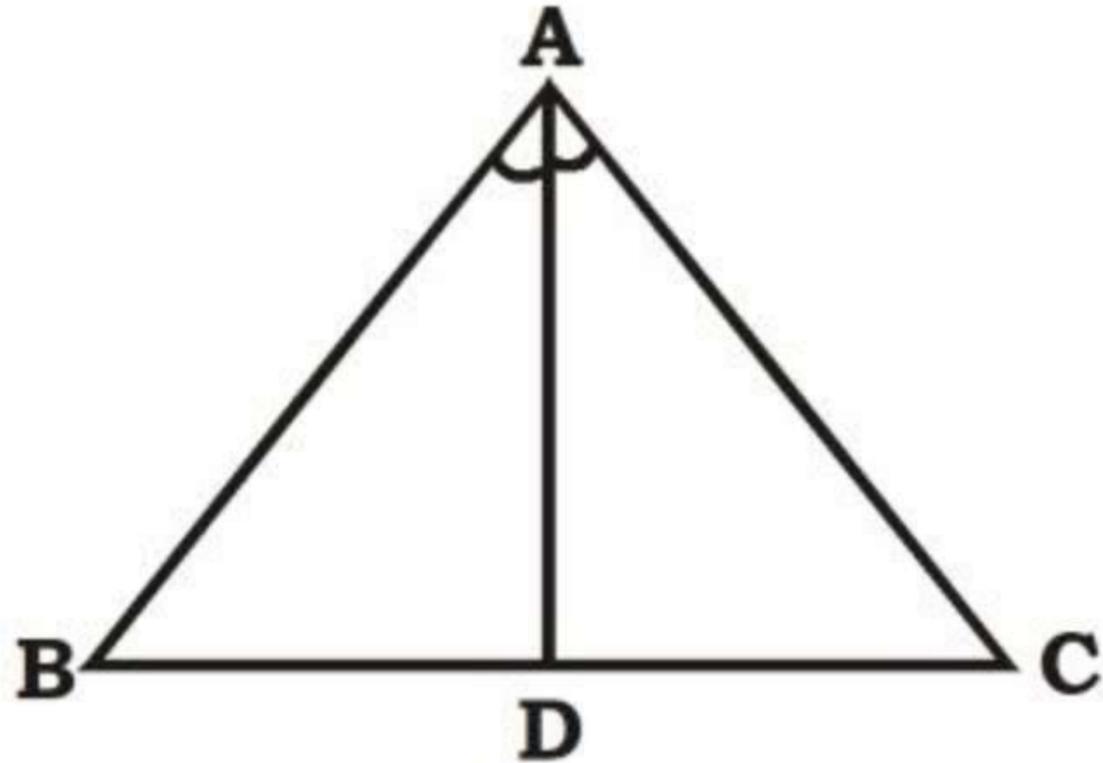
Median / माध्यिका

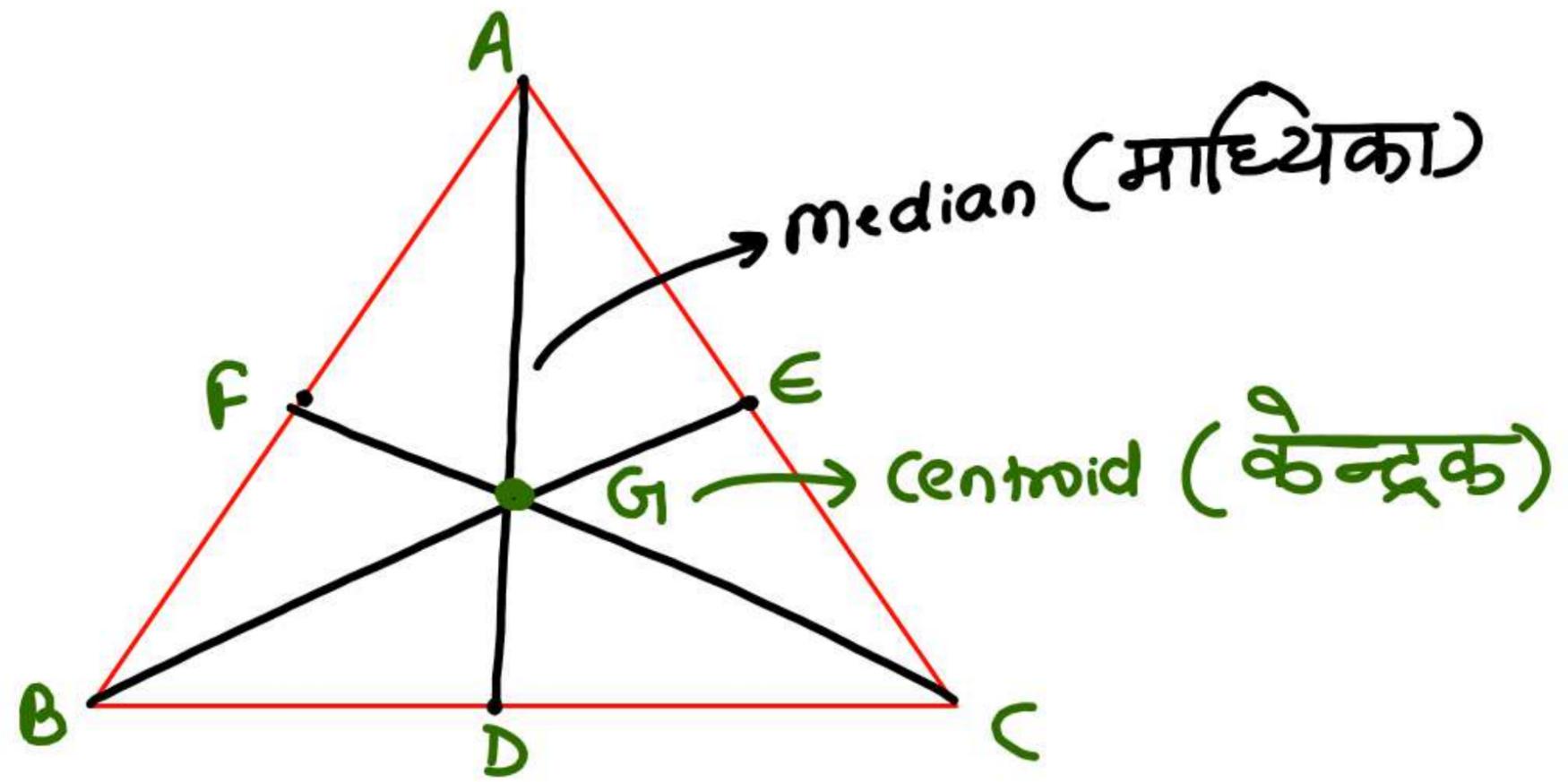
If a line segment from a vertex of a triangle bisects the opposite side, the line segment is called the median of the triangle.

यदि किसी त्रिभुज के एक शीर्ष से खींचा गया रेखाखंड विपरीत भुजा को समद्विभाजित करता हो, तो रेखाखंड त्रिभुज की माध्यिका कहलाती है।

If line segment AD bisects BC , then AD is the median.

यदि रेखाखंड AD भुजा BC को समद्विभाजित करे तो AD माध्यिका होती है।





Centroid of a Triangle/ त्रिभुज का केन्द्रक

The point of intersection of the medians of the triangle is called the centroid. It is denoted by G.

किसी त्रिभुज की माध्यिकाओं का प्रतिच्छेद बिन्दु केन्द्रक कहलाता है। इसे **G** द्वारा निरूपित करते हैं।

Properties of Centroid / केन्द्रक की विशेषताएँ

(i) All the three median of a triangle pass through a point (Centroid).

किसी त्रिभुज की तीनों माध्यिकाएँ एक बिन्दु (केन्द्रक) से होकर गुजरती हैं।

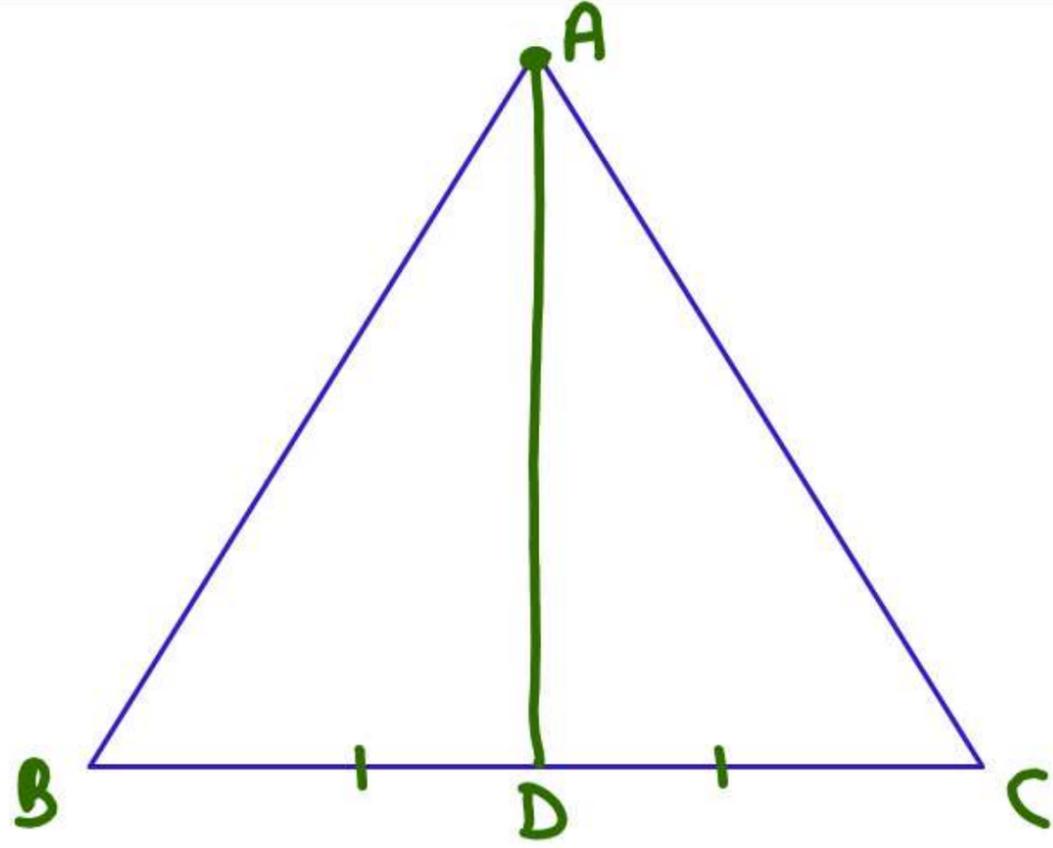
(ii) Centroid of all types of triangles are always inside the triangle.

सभी प्रकार के त्रिभुजों के केन्द्रक हमेशा त्रिभुज के भीतर होते हैं।

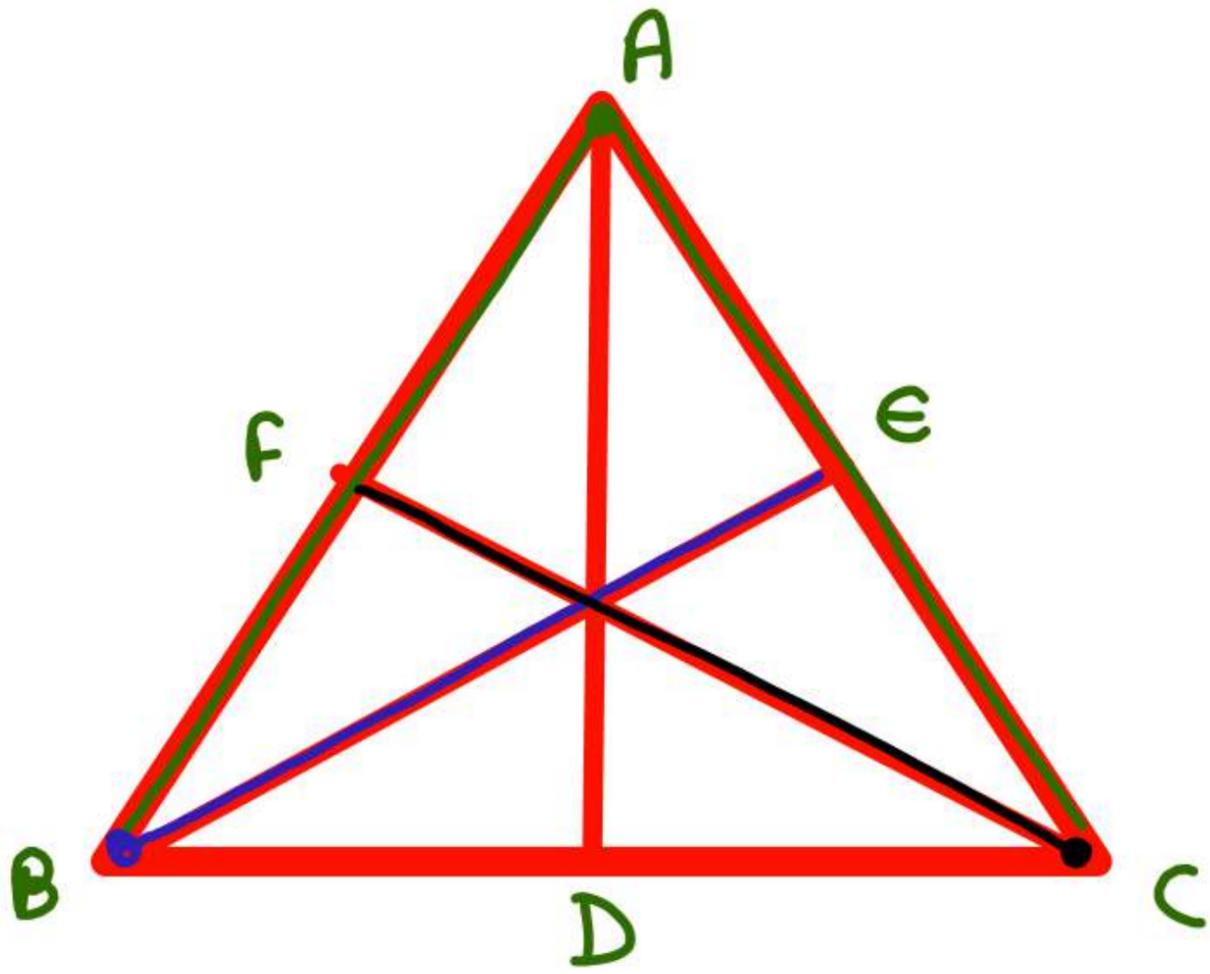
(iii) If AD is median of $\triangle ABC$, then

यदि **AD**, $\triangle ABC$ की माध्यिका हो, तो

Apollonius' Theorem/ अपोलोनियस प्रमेय



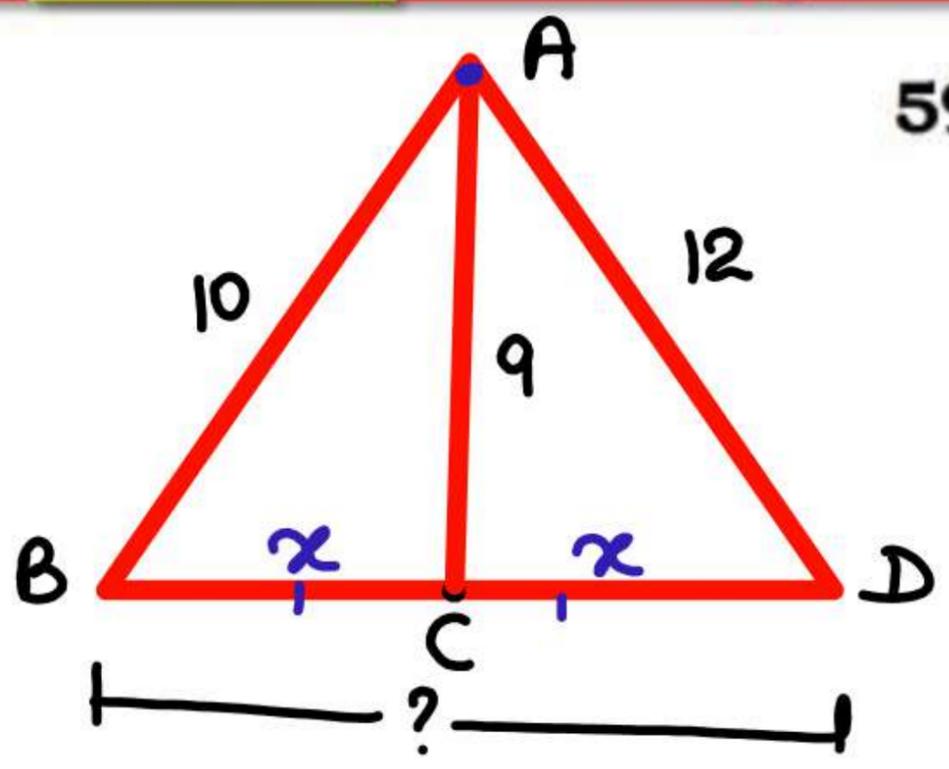
$$\underline{AB^2} + \underline{AC^2} = 2 (AD^2 + DC^2) \text{ OR}$$



$$AD = \frac{1}{2} \sqrt{2AB^2 + 2AC^2 - BC^2}$$

$$BE = \frac{1}{2} \sqrt{2AB^2 + 2BC^2 - AC^2}$$

$$CF = \frac{1}{2} \sqrt{2AC^2 + 2BC^2 - AB^2}$$



59. In $\triangle ABD$, C is the midpoint of BD. IF $AB = 10$ cm, $AD = 12$ cm and $AC = 9$ cm, then $BD = ?$

त्रिभुज $\triangle ABD$ में, BD का मध्य बिन्दु C है। यदि $AB = 10$ सेमी, $AD = 12$ सेमी और $AC = 9$ सेमी है, तो $BD = ?$

SSC CGL TIER-II (13/09/2019)

- (a) $2\sqrt{41}$
- (b) $2\sqrt{10}$
- (c) $\sqrt{41}$
- (d) $\sqrt{10}$

Apollonius Theorem

$$AB^2 + AD^2 = 2(AC^2 + CD^2)$$

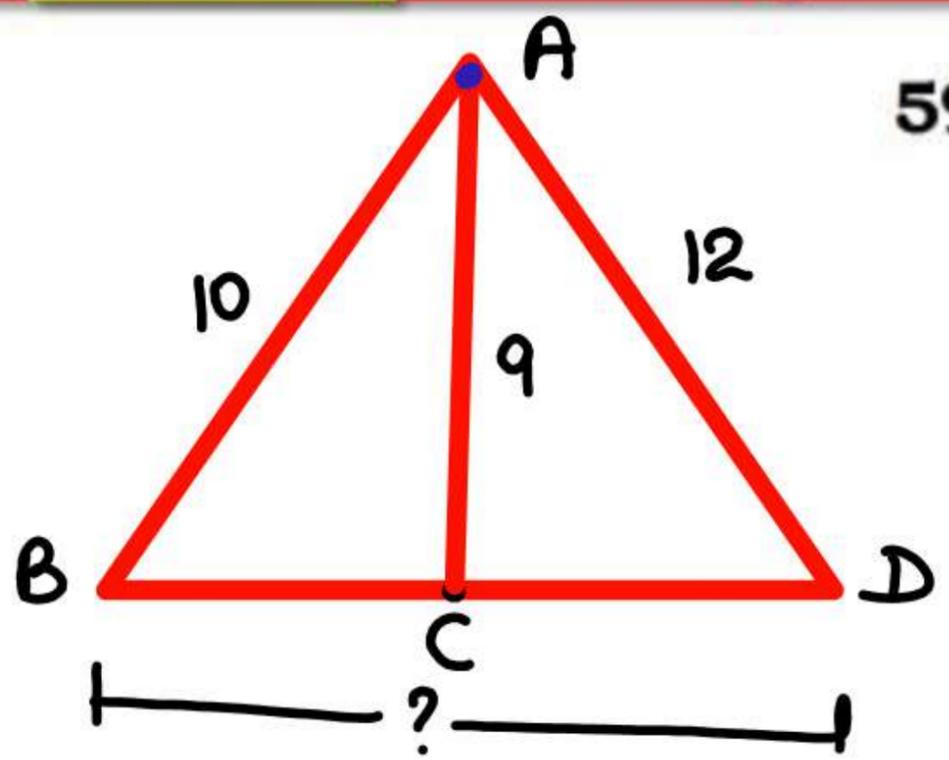
$$\Rightarrow 100 + 144 = 2(81 + x^2)$$

$$\Rightarrow 222 = 81 + x^2$$

$$\Rightarrow \sqrt{41} = x$$

$$BD = 2x$$

$$= 2\sqrt{41}$$



59. In $\triangle ABD$, C is the midpoint of BD. IF $AB = 10$ cm, $AD = 12$ cm and $AC = 9$ cm, then $BD = ?$

त्रिभुज $\triangle ABD$ में, BD का मध्य बिन्दु C है। यदि $AB = 10$ सेमी, $AD = 12$ सेमी और $AC = 9$ सेमी है, तो $BD = ?$

SSC CGL TIER-II (13/09/2019)

(a) $2\sqrt{41}$

(b) $2\sqrt{10}$

(c) $\sqrt{41}$

(d) $\sqrt{10}$

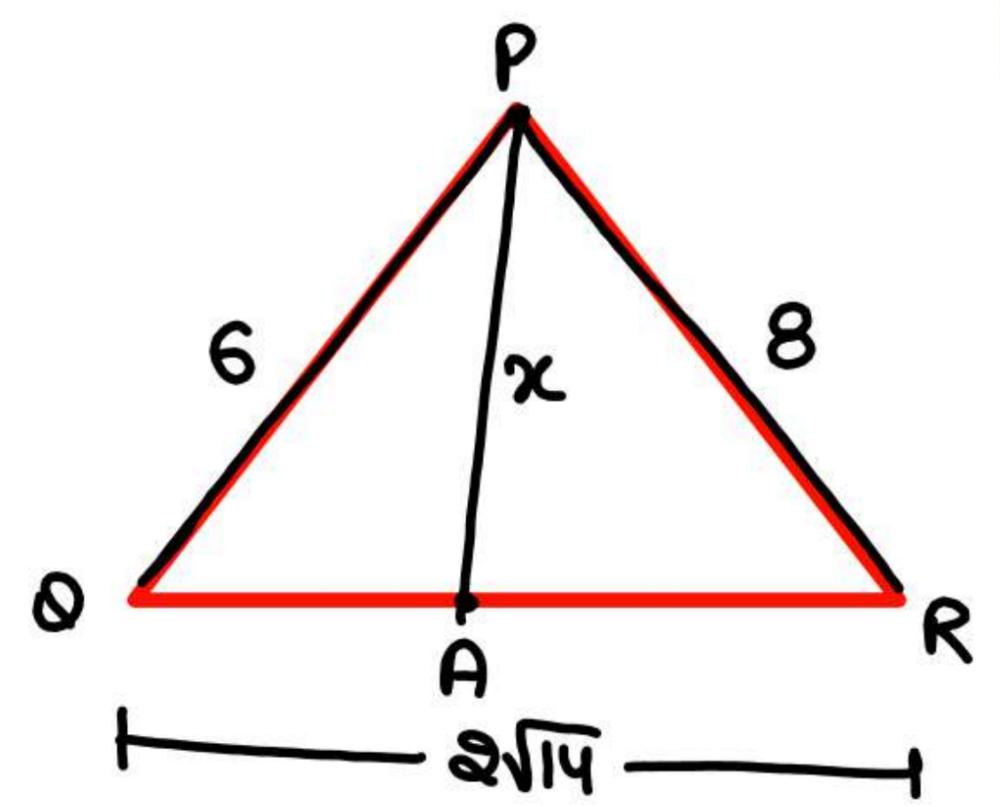
$$9 = \frac{1}{2} \sqrt{2 \times 100 + 2 \times 144 - BD^2}$$

$$\Rightarrow 18 = \sqrt{200 + 288 - BD^2}$$

$$\Rightarrow 324 = 488 - BD^2$$

$$\Rightarrow BD^2 = 164$$

$$\Rightarrow BD = 2\sqrt{41}$$



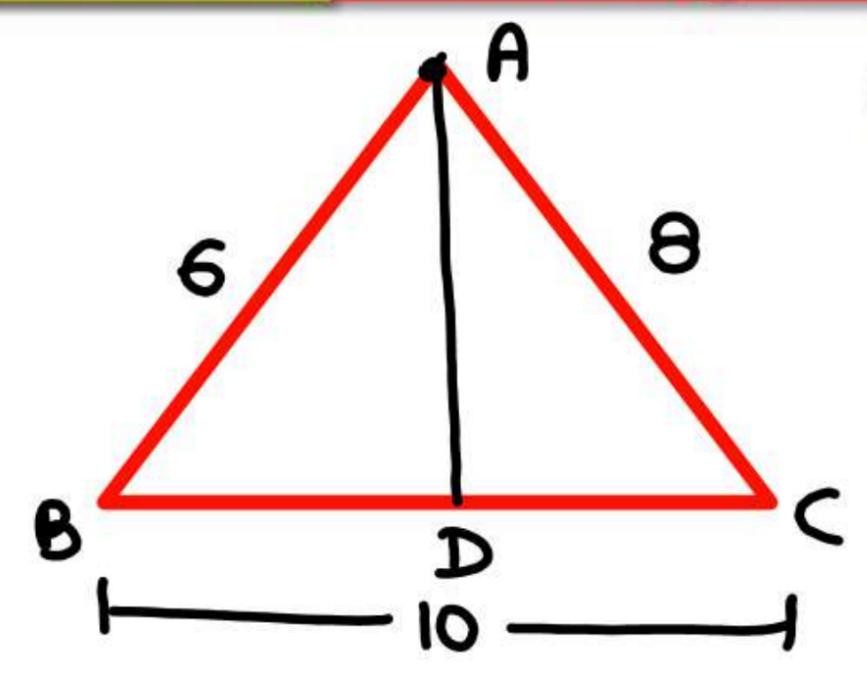
$$x = \frac{1}{2} \sqrt{72 + 128 - 56}$$

$$= \frac{1}{2} \times 12 = 6$$

60. In a triangle PQR, A is any point on side QR such that PA is median. If PQ = 6 cm, PR = 8 cm and QR = $2\sqrt{14}$ cm, then find the length of median PA.

यदि त्रिभुज PQR में, भुजा QR पर कोई बिन्दु A इस प्रकार है कि PA माध्यिका है। यदि PQ = 6 सेमी, PR = 8 सेमी और QR = $2\sqrt{14}$ सेमी है, तो माध्यिका PA की लंबाई ज्ञात कीजिए।

- (a) 8 cm
- (b) 6 cm
- (c) 2 cm
- (d) 10 cm



$$AD = \frac{1}{2} \sqrt{72 + 128 - 100}$$

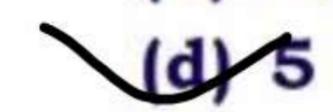
$$= \frac{1}{2} \times 10 = 5$$

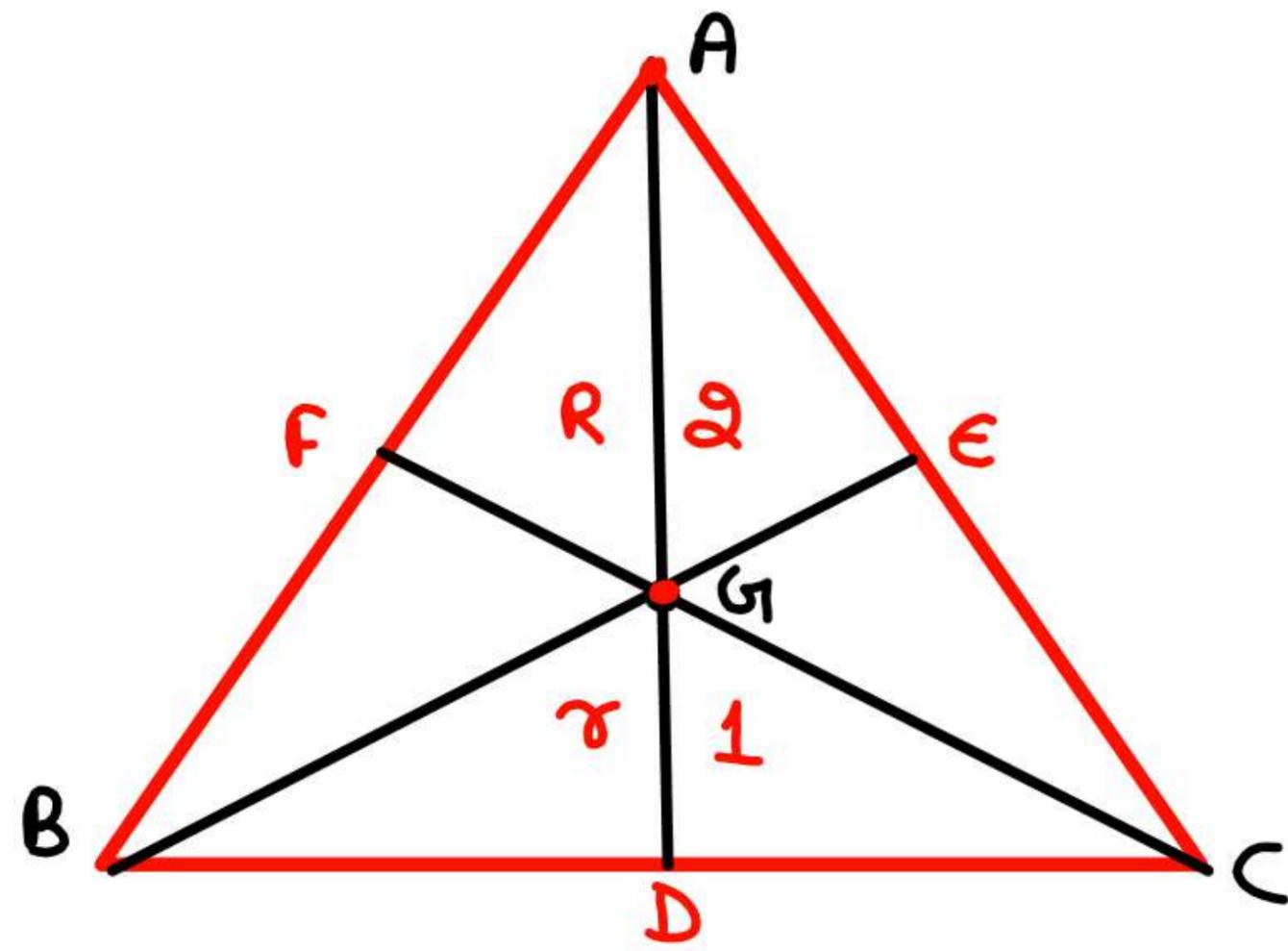
61. In ΔABC , D is a median from A to BC, AB = 6 cm, AC = 8 cm and BC = 10 cm. The length of median AD (in cm) is

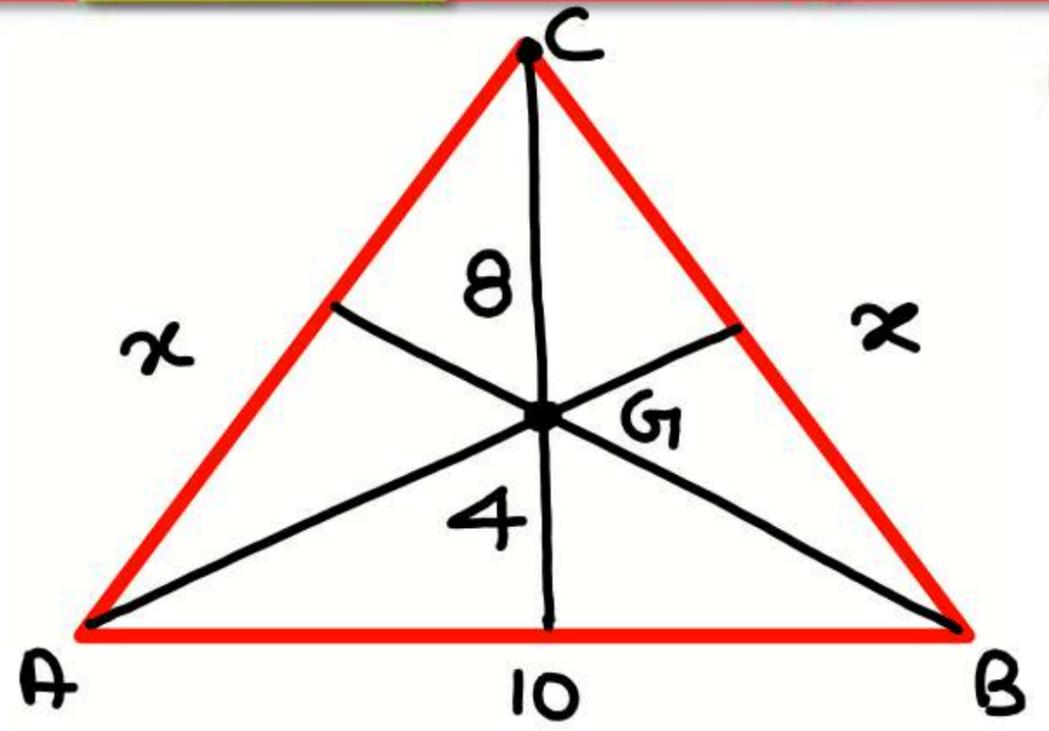
ΔABC में D, A से BC पर स्थित एक माध्यिका है। AB = 6 सेमी, AC = 8 सेमी और BC = 10 सेमी है। माध्यिका AD की लंबाई (सेमी में) है :

SSC CPO 24/11/2020 (Shift- 03)

- (a) 3
- (b) 4.5
- (c) 4
- (d) 5







62. In $\triangle ABC$, $AC = BC$, and the length of the base AB is 10 cm. If $CG = 8$ cm, where G is the centroid, then what is the length of AC ?

$\triangle ABC$ में $AC = BC$ और आधार AB की लंबाई 10 cm है। यदि $CG = 8$ सेमी है, जहाँ G केन्द्रक है, तो AC की लंबाई ज्ञात करें।

SSC CHSL 12/08/2021 (Shift - 03)

$$12 = \frac{1}{2} \sqrt{2x^2 + 2x^2} = 100$$

$$\Rightarrow 24 = \sqrt{4x^2 - 100}$$

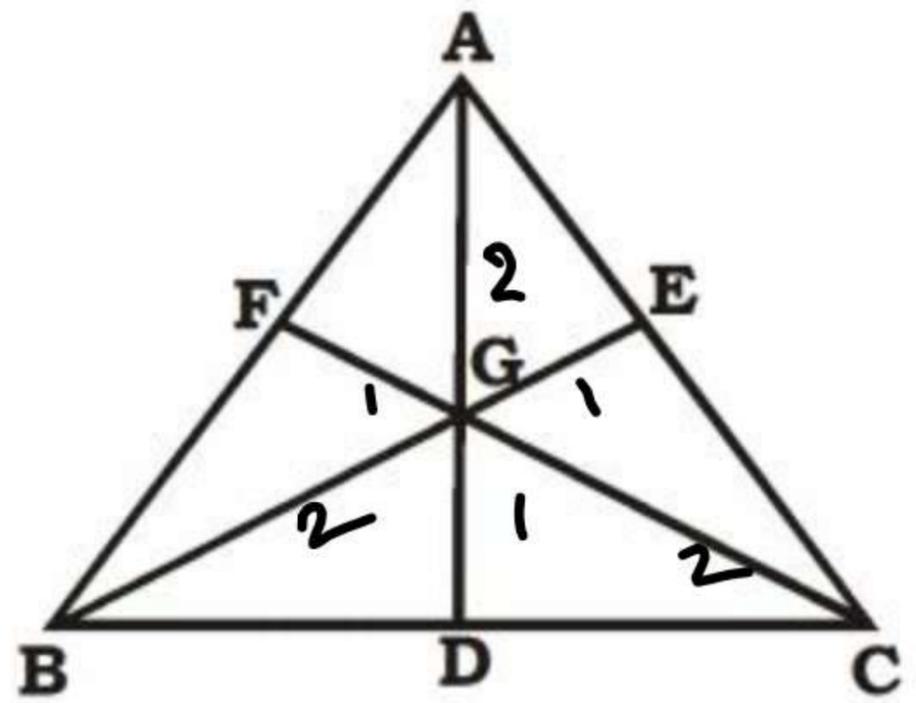
$$\Rightarrow 576 = 4x^2 - 100$$

$$\Rightarrow \cancel{576} = \cancel{4}x^2$$

$$169 = x^2$$

$$\therefore x = 13$$

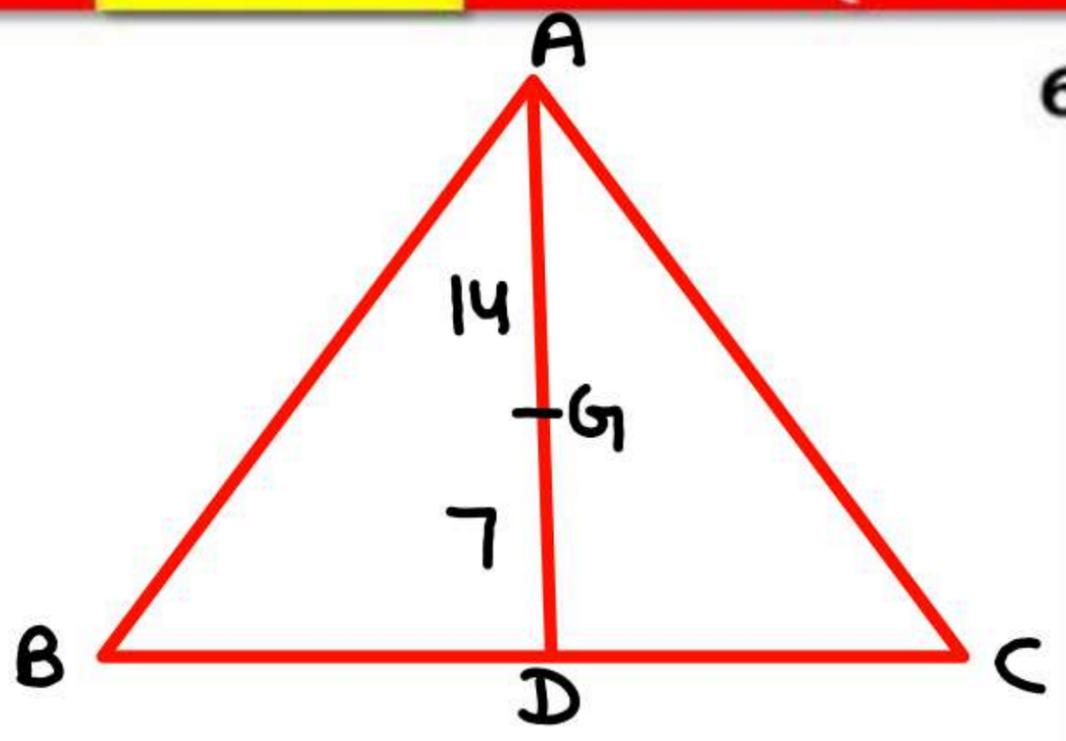
- (a) 13 cm
- (b) 15 cm
- (c) 10 cm
- (d) 12 cm



(iv) If AD, BE and CF are medians of $\triangle ABC$ and G is the centroid, then

यदि AD, BE और CF, $\triangle ABC$ की माध्यिका है और G केन्द्रक हो, तो

(a)
$$\frac{AG}{GD} = \frac{BG}{GE} = \frac{CG}{GF} = \frac{2}{1}$$



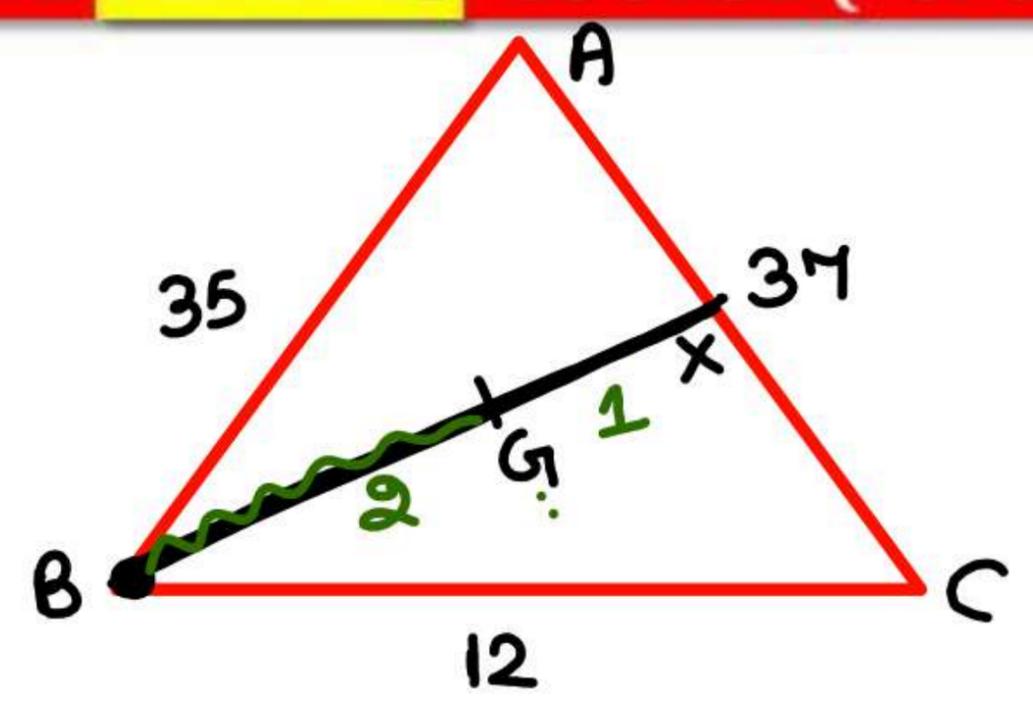
63. **AD is the median of $\triangle ABC$. G is the centroid of $\triangle ABC$. If $AG = 14$ cm, then what is the length of AD?**

$\triangle ABC$ की माध्यिका **AD** है। $\triangle ABC$ का केन्द्रक **G** है। यदि **AG = 14** सेमी. है, तो **AD** की लंबाई कितनी है?

SSC CHSL 13/03/2023 (Shift-01)

- (a) 42 cm
- (b) 28 cm
- (c) 35 cm
- (d) 21 cm

1



64. G is the centroid of a triangle ABC, whose sides AB = 35 cm, BC = 12 cm, and AC = 37 cm. The length of BG is (correct to one decimal place):

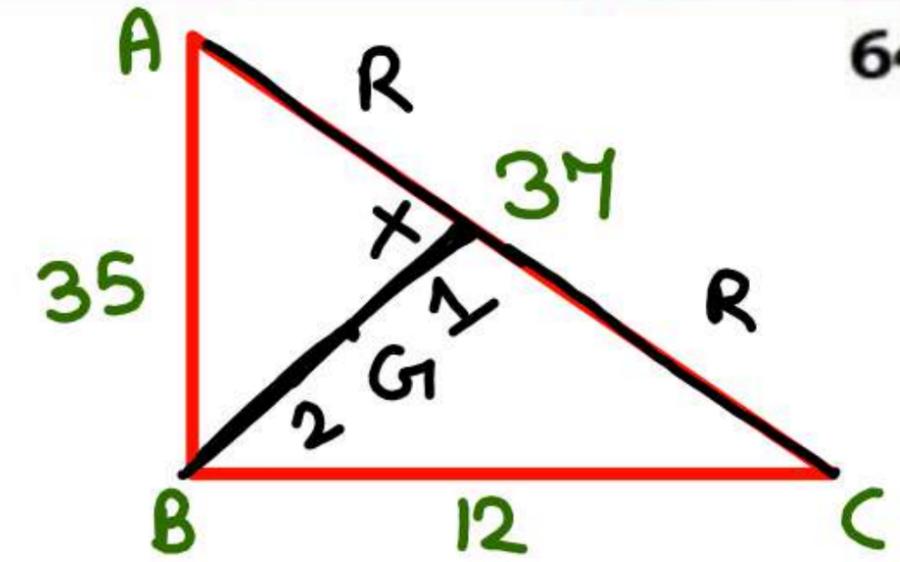
G एक ऐसे त्रिभुज ABC का केंद्रक है, जिसकी भुजाएं AB = 35 सेमी, BC = 12 सेमी और AC = 37 सेमी है। BG की लंबाई (दशमलव के एक स्थान तक सही) कितनी है?

SSC CGL TIER-II 29/01/2022

$$\begin{aligned}
 BX &= \frac{1}{2} \sqrt{288 + 2450 - 1369} \\
 &= \frac{1}{2} \sqrt{1369} \\
 &= \frac{1}{2} \times 37
 \end{aligned}$$

- (a) 11.7 cm
- (b) 12.3 cm
- (c) 12.9 cm
- (d) 17.5 cm

$$BG = \frac{BX}{3} \times 2 = \frac{37}{3} \times \frac{2}{3} = 12.3$$



64. G is the centroid of a triangle ABC, whose sides AB = 35 cm, BC = 12 cm, and AC = 37 cm. The length of BG is (correct to one decimal place):

G एक ऐसे त्रिभुज ABC का केंद्रक है, जिसकी भुजाएं AB = 35 सेमी, BC = 12 सेमी और AC = 37 सेमी है। BG की लंबाई (दशमलव के एक स्थान तक सही) कितनी है?

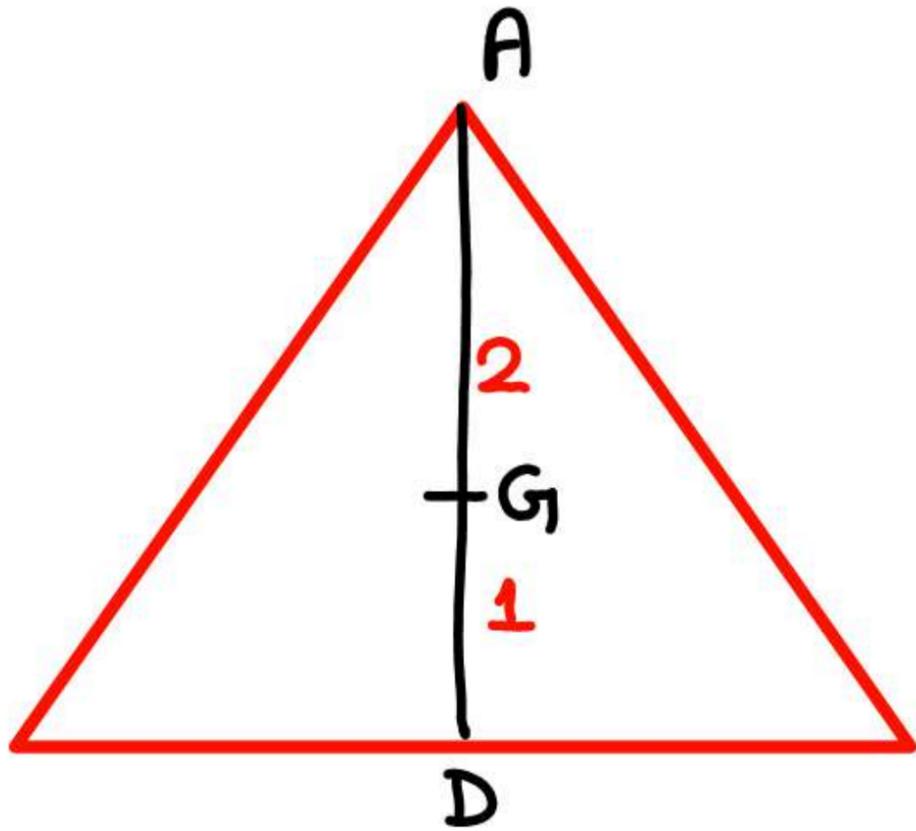
$$BG = \frac{2}{3} \times \text{Hyp} = \frac{2}{3} \times 37$$

$$BG = \frac{2}{3} \times 37 = 24.66 \approx 12.3$$

SSC CGL TIER-II 29/01/2022

- (a) 11.7 cm
- (c) 12.9 cm

- (b) 12.3 cm
- (d) 17.5 cm



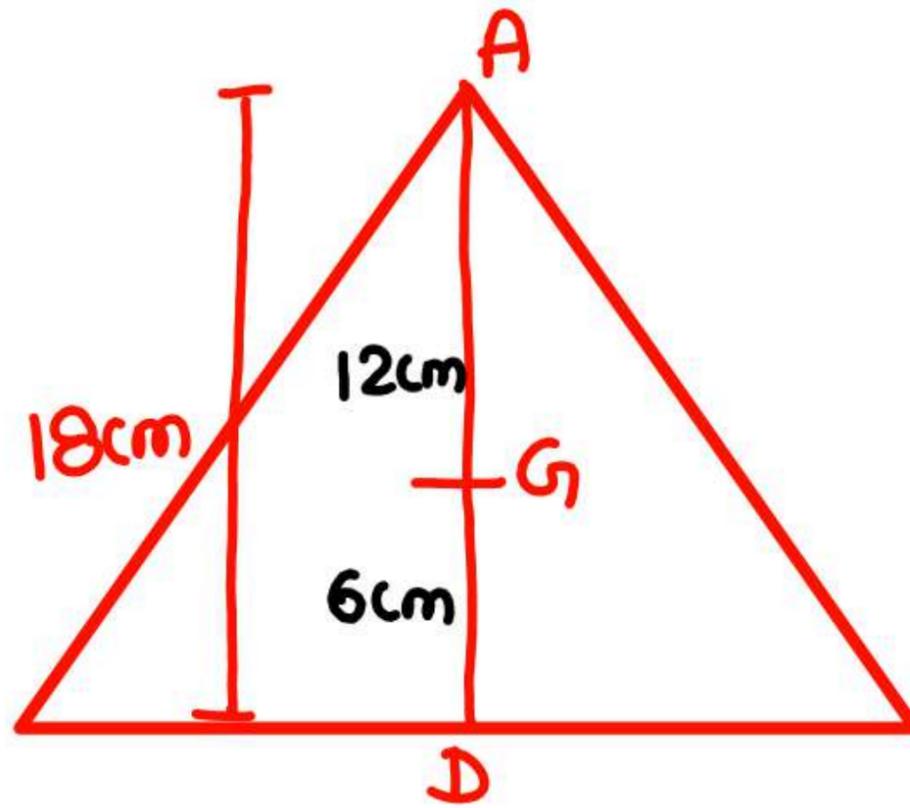
$$AD = 30\text{cm}$$

$$AG = ?$$

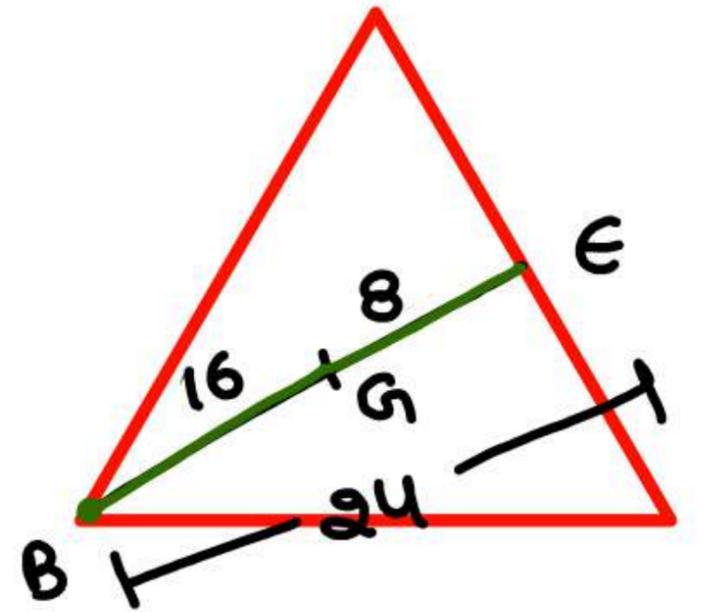
$$GD = ?$$

$$AG = \frac{10}{30} \times 2 = 20$$

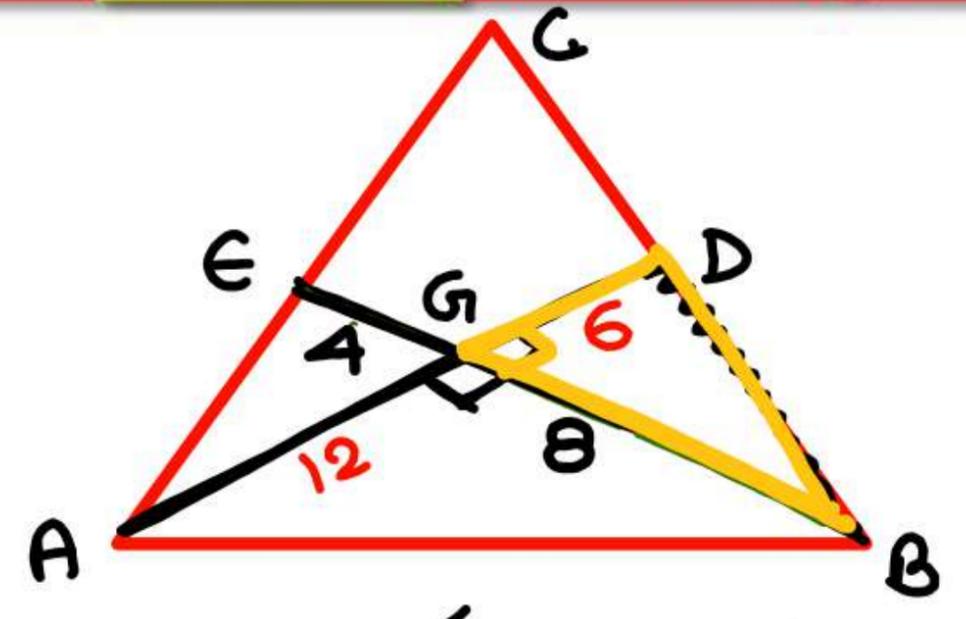
$$GD = \frac{10}{30} \times 1 = 10$$



$$\frac{1}{3} \text{ unit} = 18\text{cm} \quad 6\text{cm}$$



$$\frac{1}{3} \text{ unit} = 24\text{cm}$$



~~3 unit = 18 cm~~ 6 cm
 1 unit = 12 cm / 4

$$BD = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$$

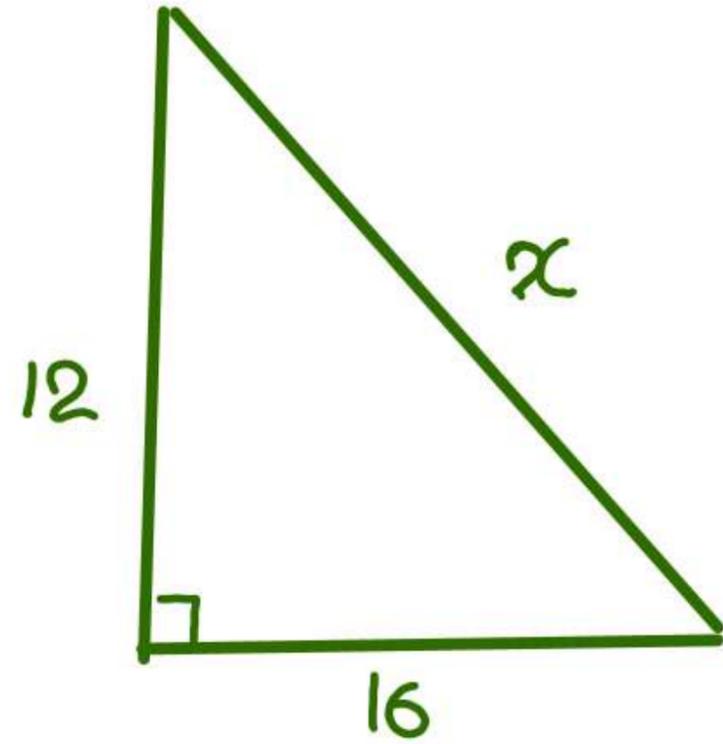
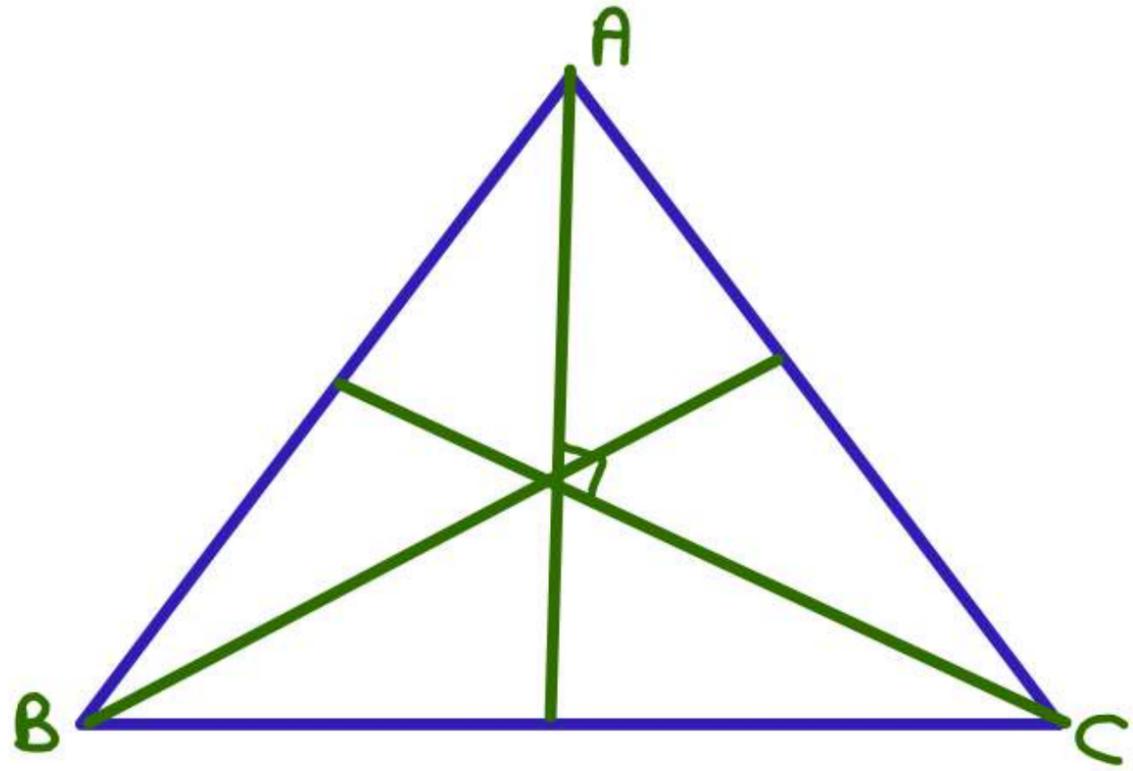
65. In a ΔABC , two medians AD and BE intersect at G at right angles. If AD = 18 cm and BE = 12 cm, then the length of BD is equal to:

ΔABC में, दो माध्यिकाएँ AD और BE, G पर प्रतिच्छेद करती हैं। यदि AD = 18 cm और BE = 12 cm है, तो BD की लंबाई किसके बराबर है।

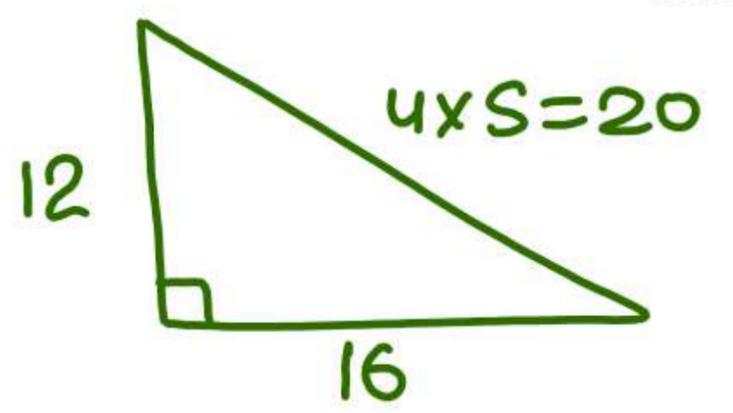
SSC CHSL 01/07/2024 (Shift-02)

- (a) 10 cm
- (c) 8 cm

- (b) 15 cm
- (d) 20 cm



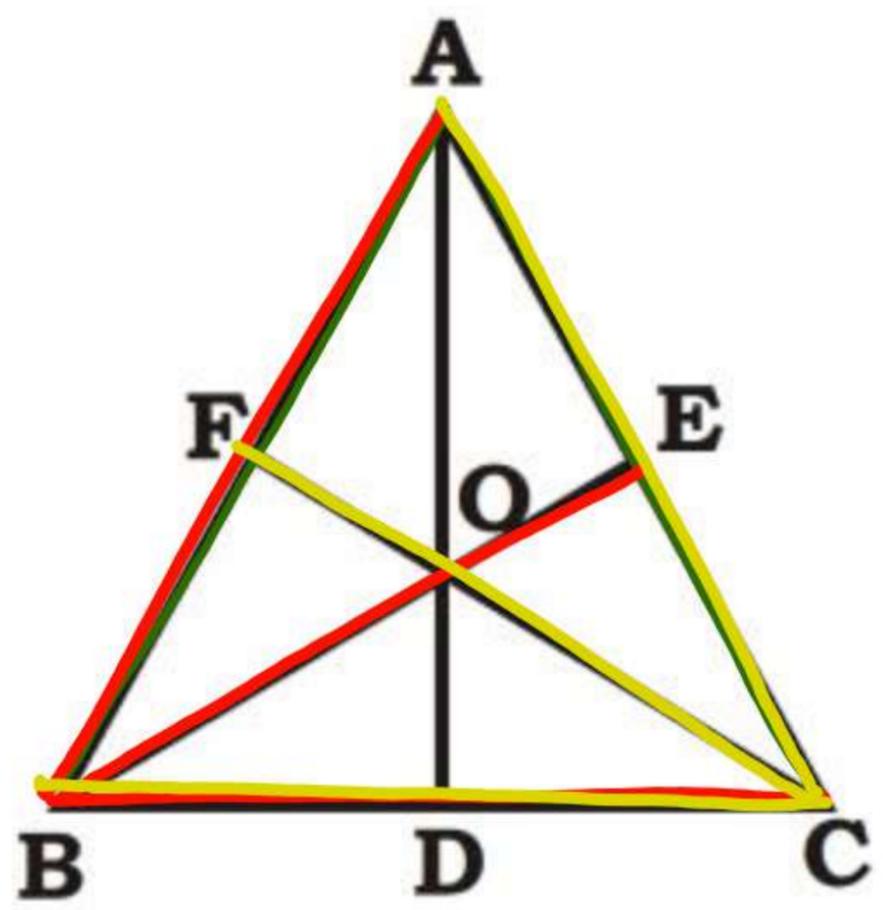
$$\begin{aligned}x &= \sqrt{12^2 + 16^2} \\&= \sqrt{144 + 256} \\&= \sqrt{400} \\&= 20.\end{aligned}$$



66. In a triangle ABC, medians AD and BE are perpendicular to each other and have lengths of 12 cm and 16 cm respectively. What is the length of the third median CF?

एक त्रिभुज ABC में, माध्यिकाएँ AD और BE एक दूसरे के लंबवत हैं और इनकी लंबाई क्रमशः 12 सेमी और 16 सेमी है। तीसरी माध्यिका CF की लंबाई क्या है?

- (a) 17
- (b) 20
- (c) 14
- (d) 18

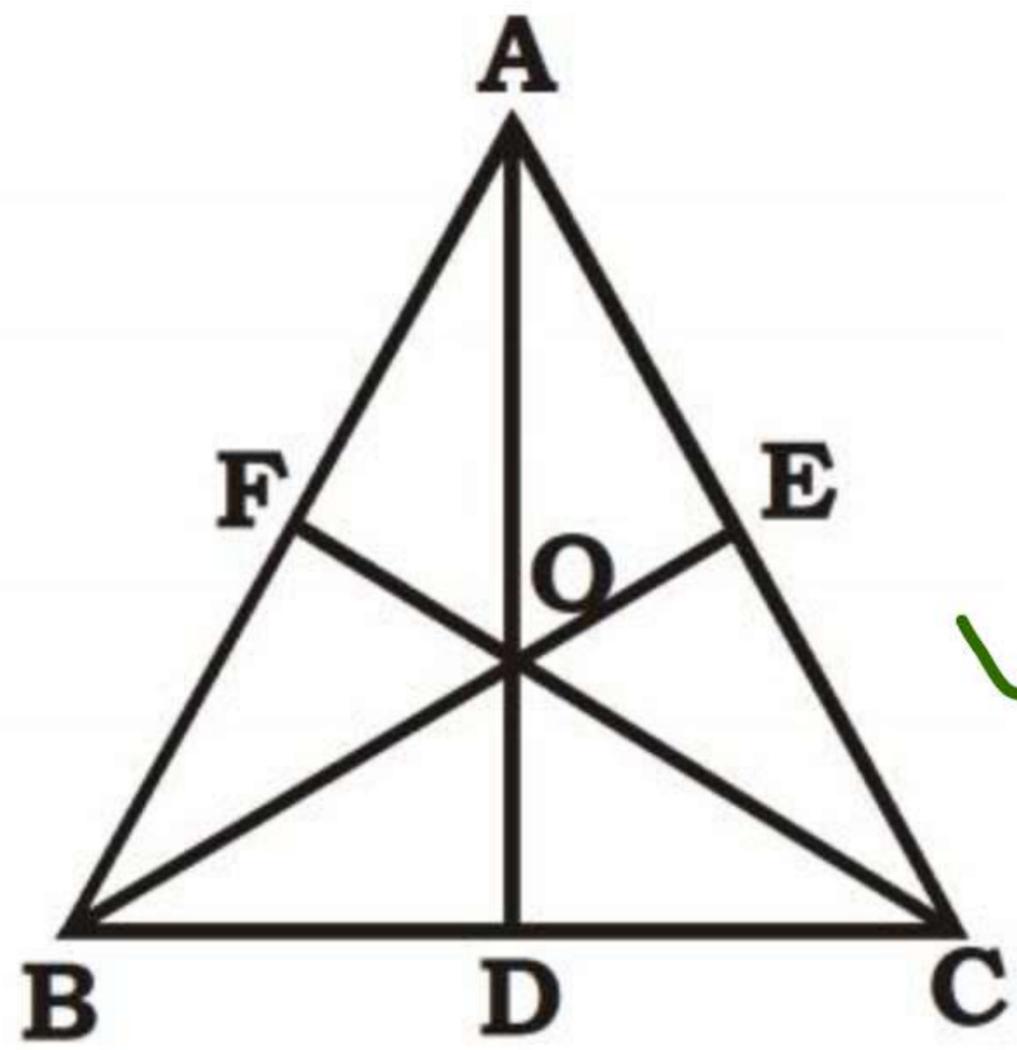


(b) The sum of any two sides of a triangle is greater than twice the median drawn to the third side.

त्रिभुज की किन्हीं दो भुजाओं का योगफल तीसरी भुजा पर खींची गई माध्यिका के दोगुने से अधिक होता है।

$$\begin{aligned}
 AB + AC &> 2AD \\
 AB + BC &> 2BE \\
 AC + BC &> 2CF
 \end{aligned}$$

$$\underline{\underline{\cancel{2}(AB + BC + AC) > \cancel{2}(AD + BE + CF)}}$$



$$AB + AC > 2AD \quad \dots(1)$$

$$AB + BC > 2BE \quad \dots(2)$$

$$AC + BC > 2CF \quad \dots(3)$$

Adding (1), (2) and (3)

$$2(AB + AC + BC) > 2(AD + BE + CF)$$

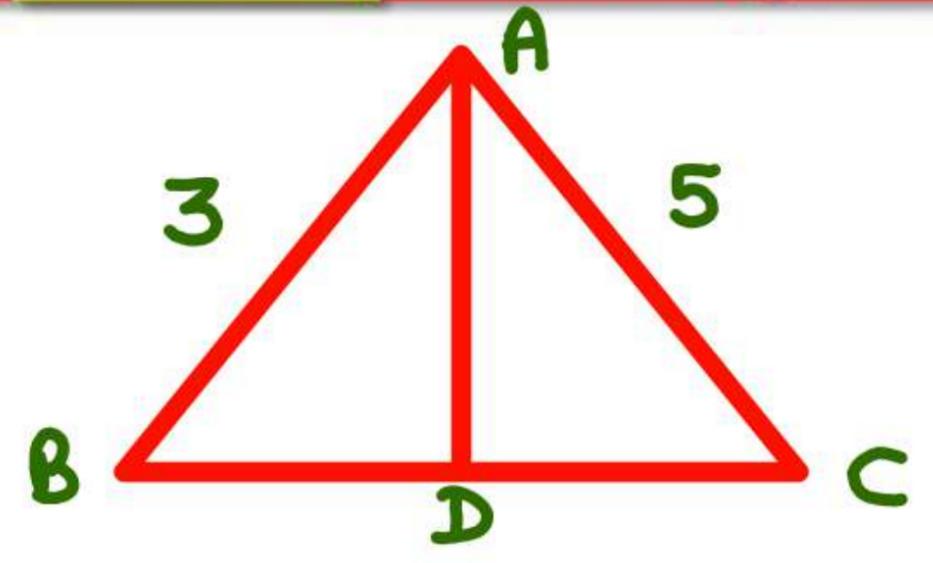
$$AB + AC + BC > AD + BE + CF$$

Sum of sides (perimeter) is always greater than sum of all median.

भुजाओं का योगफल (परिमाप) हमेशा माध्यिकाओं के योगफल से अधिक होता है।

(c)

$$3(AB^2 + BC^2 + CA^2) = 4(AD^2 + BE^2 + CF^2)$$



(i) $3 + 5 > 2AD$
 ~~$4 + 8 > 2AD$~~
 $4 > AD$

67. Let ABC be a triangle with AB = 3 cm and AC = 5 cm. If AD is a median drawn from the vertex A to the side BC, then which one of the following is correct?

त्रिभुज ABC में AB = 3 सेमी और AC = 5 सेमी है। यदि AD शीर्ष A से भुजा BC पर खींची गई माध्यिका हो, तो निम्न में से कौन-सा सही है?

(a) AD is always greater than 4 cm but less than 5 cm.

AD हमेशा 4 सेमी से अधिक और 5 सेमी से कम होगी।

(b) AD is always greater than 5 cm.

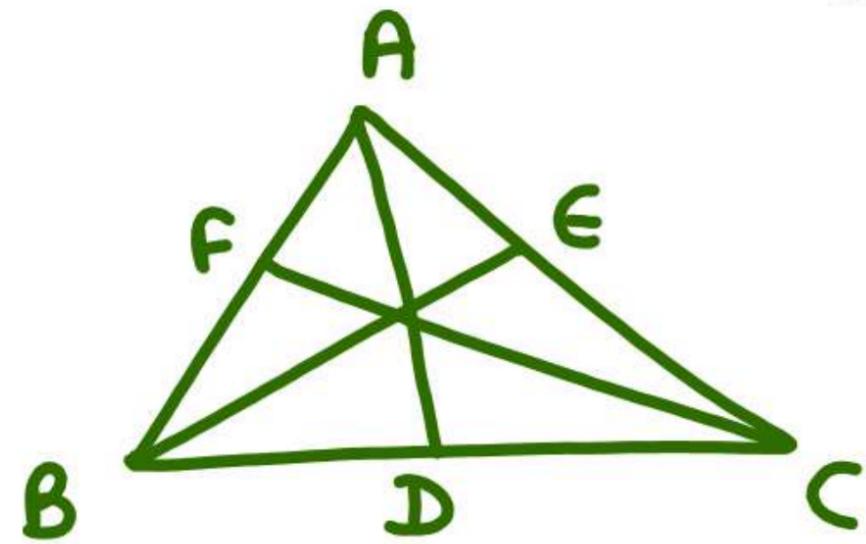
AD हमेशा 5 सेमी से अधिक होगी।

✓ (c) AD is always less than 4 cm.

AD हमेशा 4 सेमी से कम होगी

(d) None of the above

उपर्युक्त में से कोई नहीं

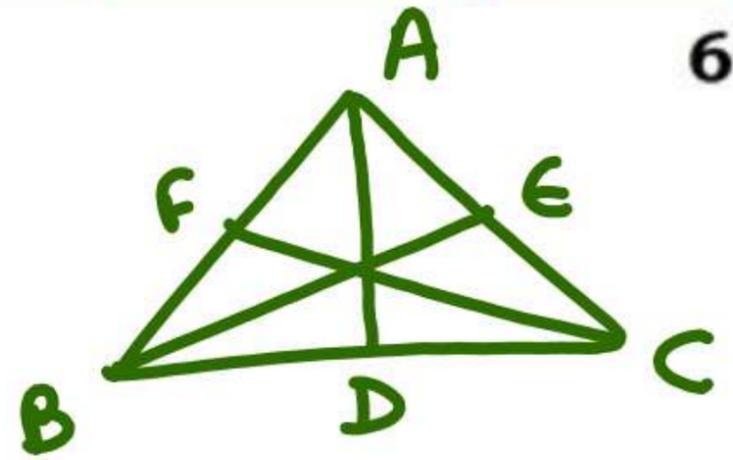


68. If AD, BE and CF are the medians of $\triangle ABC$, which one of the following statement is correct?

यदि AD, BE और CF, $\triangle ABC$ की माध्यिकाएँ हो, तो निम्न में से कौन-सा कथन सत्य है?

- (a) $AD + BE + CF < AB + BC + CA$
- (b) $AD + BE + CF > AB + BC + CA$
- (c) $AD + BE + CF = AB + BC + CA$
- (d) $AD + BE + CF = \sqrt{2} (AB + BC + CA)$

$AB + BC + CA > AD + BE + CF$



69. In the triangle ABC, the sum of square of all sides is 64 cm. Find the sum of square of all three medians.

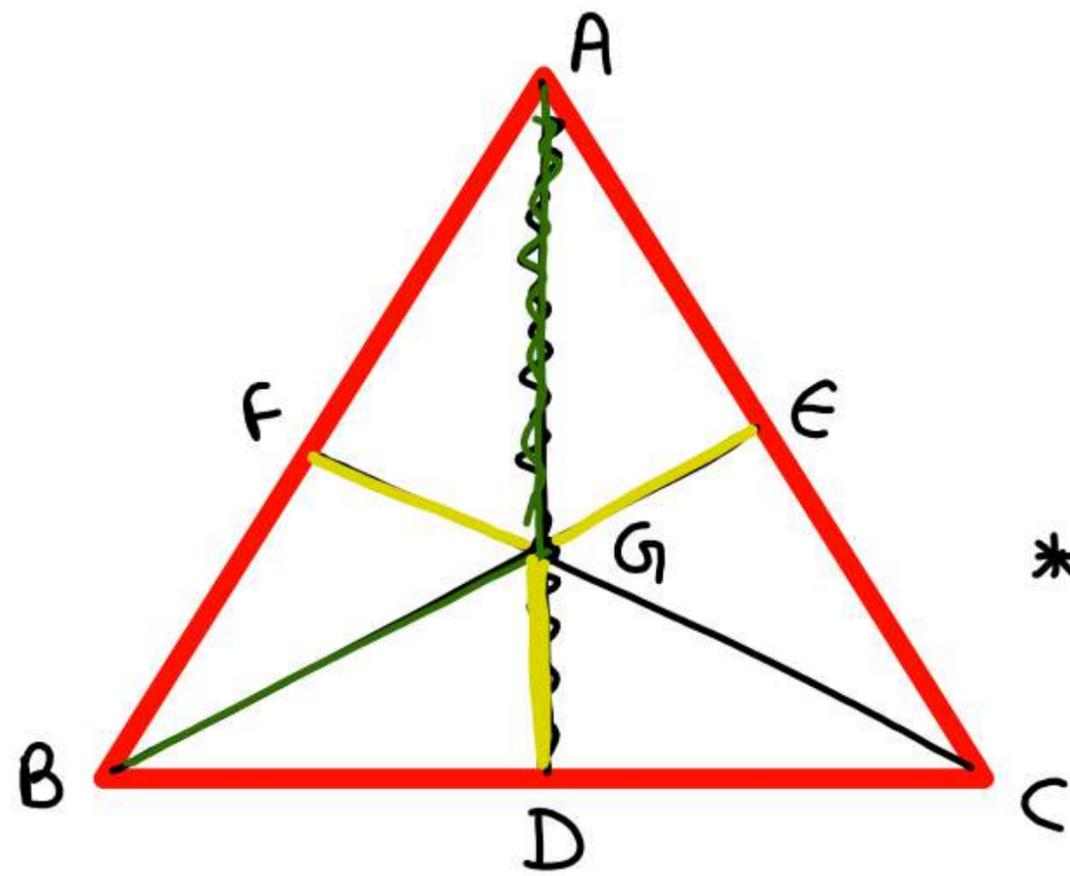
त्रिभुज ABC में, सभी भुजाओं के वर्ग का योग 64 सेमी है। सभी तीन माध्यिकाओं के वर्ग का योग ज्ञात कीजिये।

- (a) 48 cm
- (b) 80 cm
- (c) 56 cm
- (d) 128 cm

$$3 \times (AB^2 + BC^2 + AC^2) = 4 \times (AD^2 + BE^2 + CF^2)$$

$$3 \times 64 = 4 \times x$$

$$48 = x$$



$$\textcircled{i} \quad 3(AB^2 + BC^2 + AC^2) = 4 \left(\left(\frac{3}{2} AG \right)^2 + \left(\frac{3}{2} BG \right)^2 + \left(\frac{3}{2} CG \right)^2 \right)$$

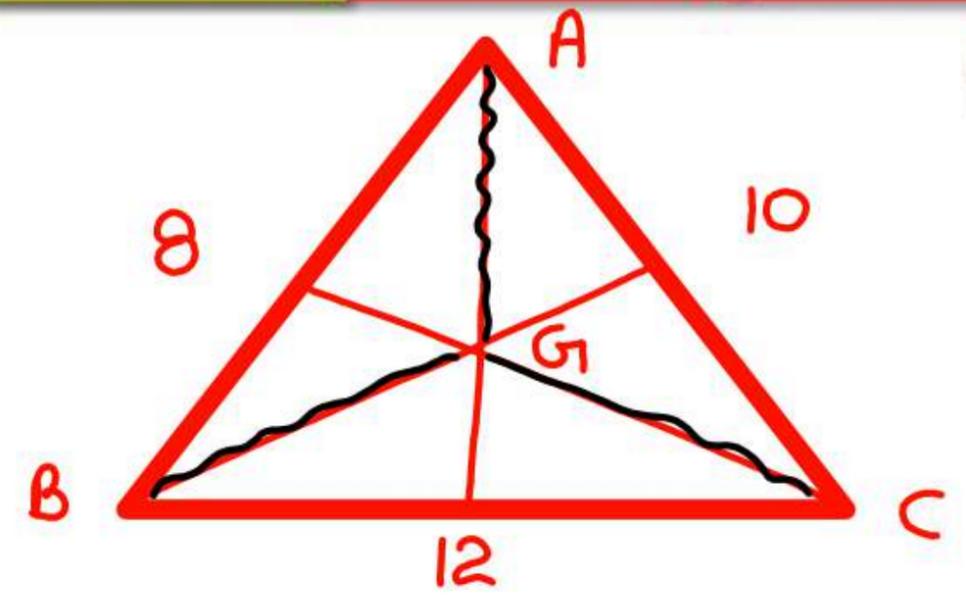
$$'' \quad = 4 \left[\frac{9}{4} AG^2 + \frac{9}{4} BG^2 + \frac{9}{4} CG^2 \right]$$

$$* \quad \Rightarrow \cancel{3}(AB^2 + BC^2 + AC^2) = \cancel{4} \times \frac{\cancel{9}^3}{\cancel{4}} (AG^2 + BG^2 + CG^2)$$

$$3(AB^2 + BC^2 + AC^2) = 4(AD^2 + BE^2 + CF^2)$$

$$AG = \frac{2}{3} AD \Rightarrow \frac{3}{2} AG = AD$$

$$GD = \frac{1}{3} AD \Rightarrow 3GD = AD$$



70. G is the centroid of triangle ABC. If the length of sides of triangle ABC are 8 cm, 10 cm, and 12 cm, then find the $AG^2 + BG^2 + CG^2$?

G, त्रिभुज ABC का केन्द्रक है। यदि त्रिभुज ABC की भुजाओं की लम्बाई 8 सेमी, 10 सेमी और 12 सेमी है, तो $AG^2 + BG^2 + CG^2$ ज्ञात कीजिये।

$$AB^2 + BC^2 + AC^2 = 3(AG^2 + BG^2 + CG^2)$$

$$\Rightarrow 64 + 144 + 100 = 3 \times K$$

$$\Rightarrow \frac{308}{3} = K$$

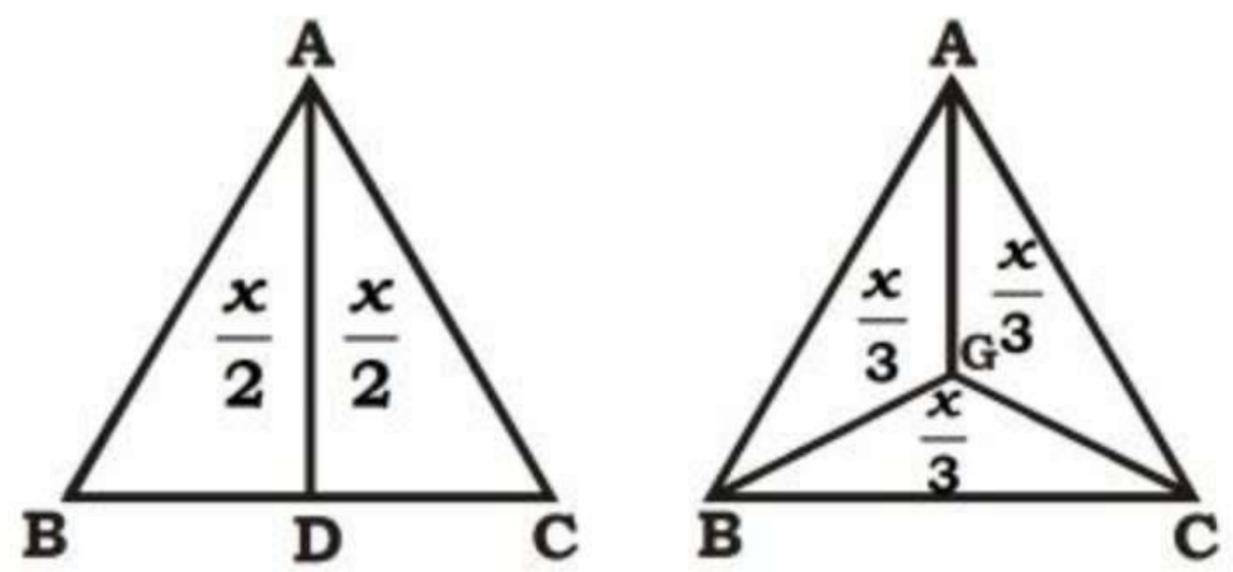
$$\Rightarrow 102\frac{2}{3} = K$$

(a) $101\frac{1}{3}$ cm

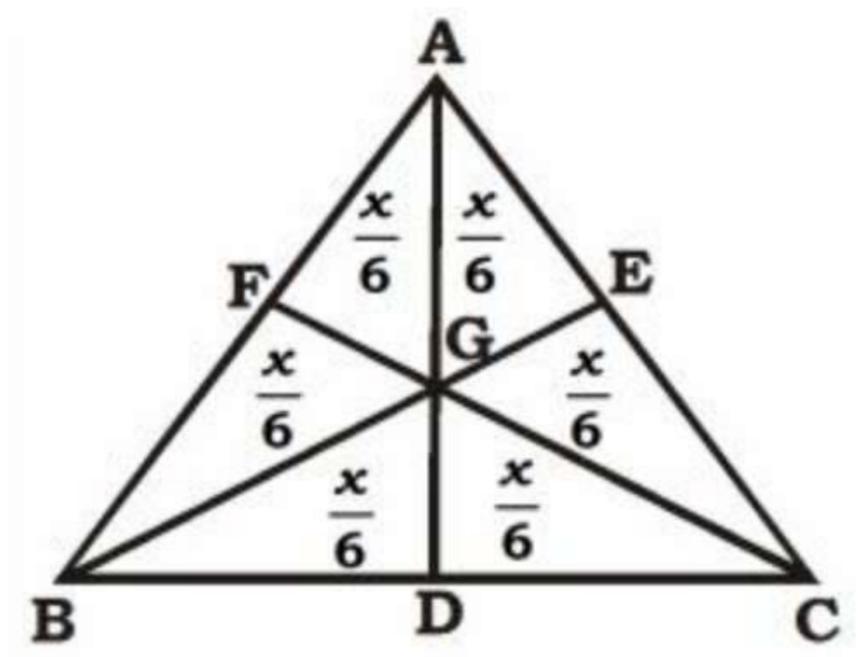
(b) $102\frac{2}{3}$ cm

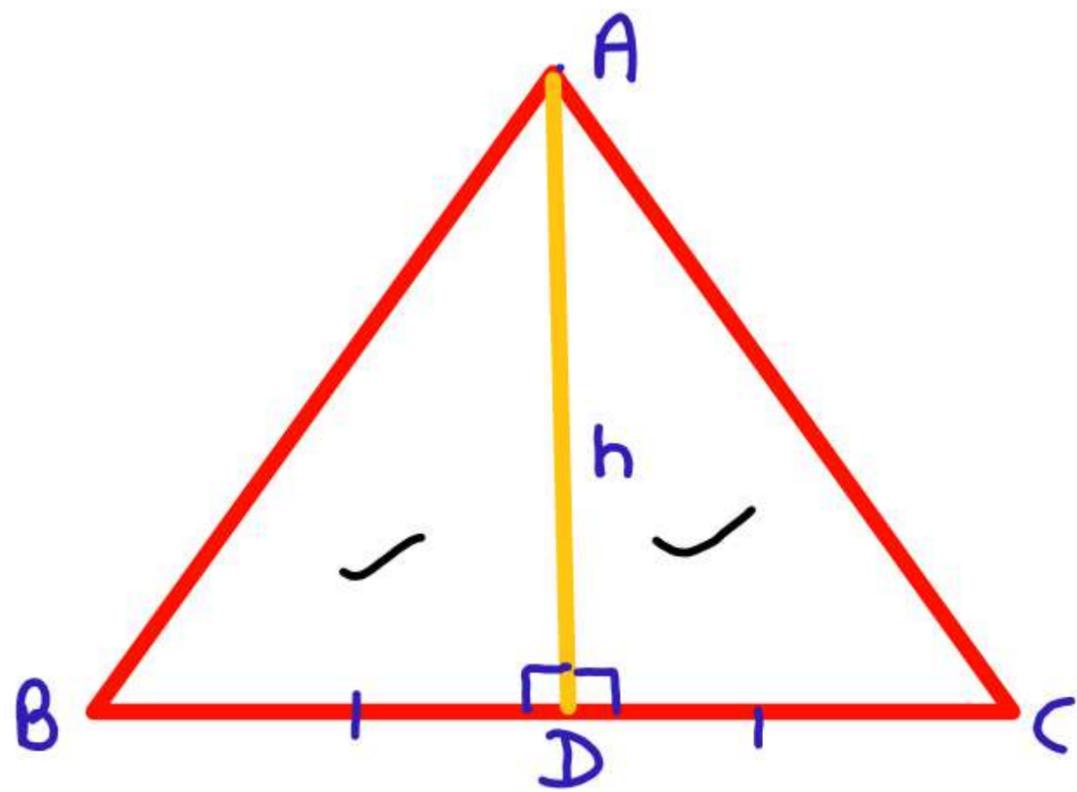
(c) $44\frac{1}{3}$ cm

(d) $55\frac{1}{4}$ cm

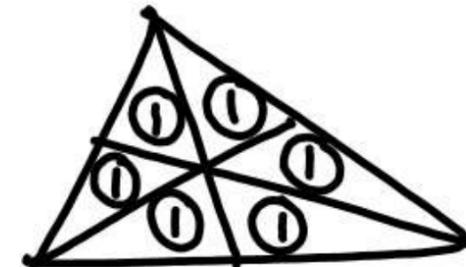
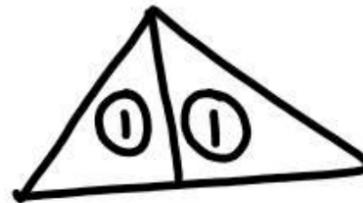


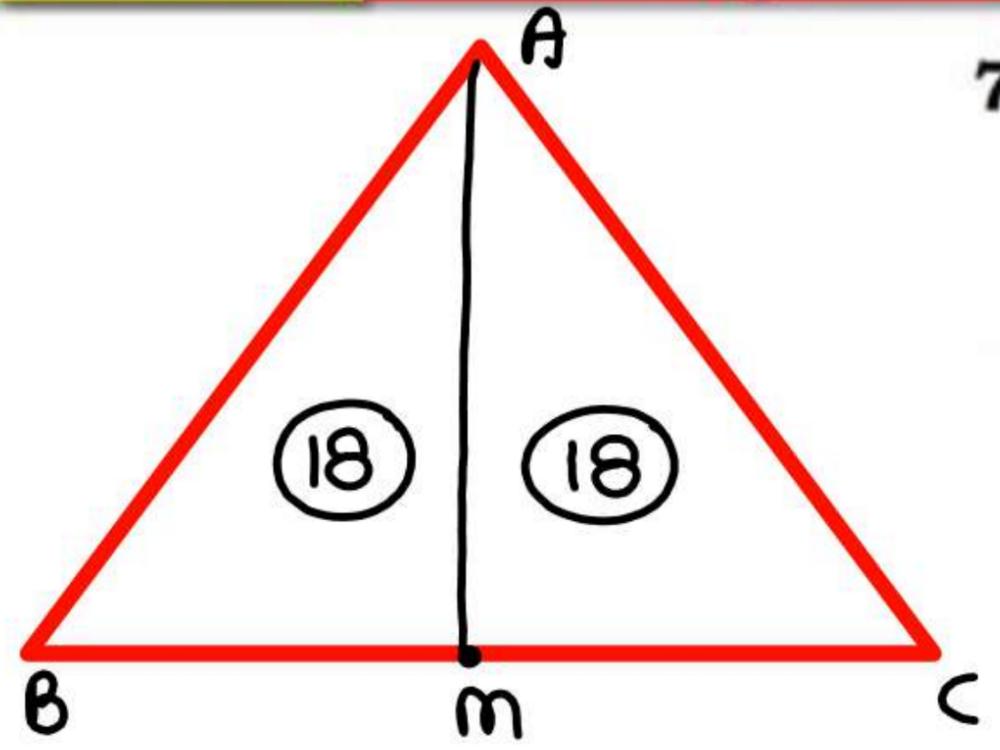
(v) If the area of $\Delta ABC = x$, AD, BE and CF are three medians and G is centroid, then यदि ΔABC का क्षेत्रफल = x हो, AD, BE और CF तीन माध्यिकाएँ और G केन्द्रक हो, तो





$\triangle ABD: \triangle ACD$
 ~~$\frac{1}{2} \times BD \times h$~~ : ~~$\frac{1}{2} \times CD \times h$~~
 ~~BD~~ : ~~CD~~
 1 : 1





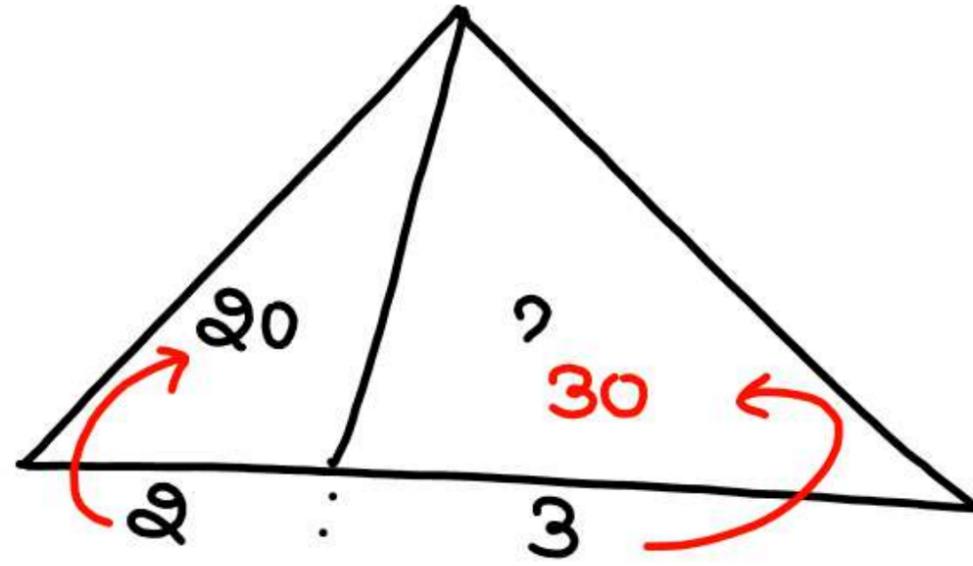
Ans = $18 + 18 = 36$

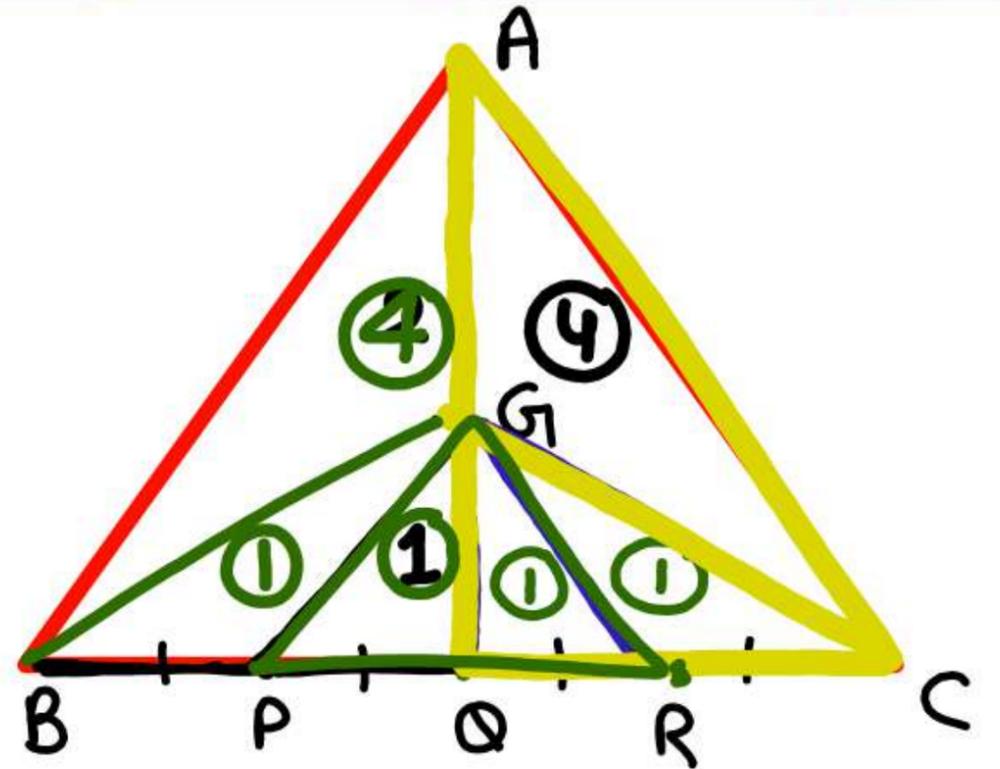
71. If M is the mid point of the side BC of $\triangle ABC$, and the area of $\triangle ABM$ is 18 cm^2 , then the area of $\triangle ABC$ is :

यदि M भुजा $\triangle ABC$ के भुजा BC के मध्य बिन्दु है और $\triangle ABM$ का क्षेत्रफल 18 वर्ग सेमी है, तो $\triangle ABC$ का क्षेत्रफल है :

SSC CHSL 17/03/2020 (Shift- 01)

- (a) 30 cm^2
- (b) 34 cm^2
- (c) 36 cm^2
- (d) 32 cm^2



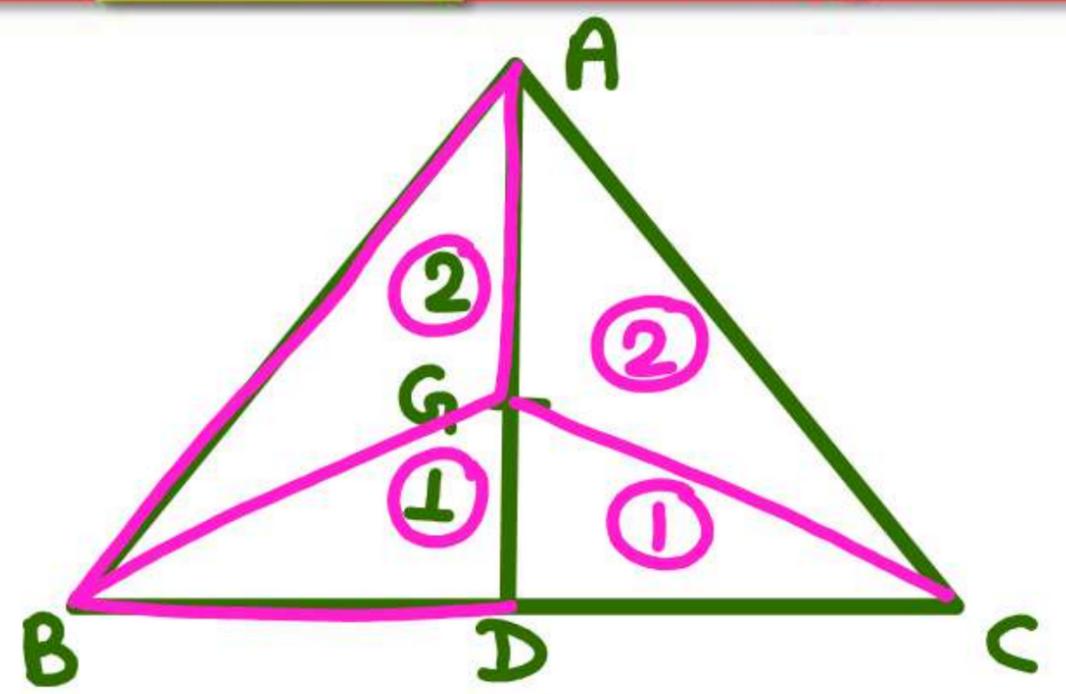


$\Delta PGR : \Delta ABC$
~~2~~ : ~~12~~
 1 : 6

72. In a triangle ABC, there are three points P, Q and R on side BC, such that $BP = PQ = QR = RC$. If G is the centroid, then find the ratio of area of ΔPGR to the area of ΔABC .

ΔABC में भुजा BC पर तीन बिन्दु P, Q और R इस प्रकार हैं कि $BP = PQ = QR = RC$ है। यदि G केन्द्रक हो, तो त्रिभुज PGR के क्षेत्रफल का ΔABC के क्षेत्रफल से अनुपात ज्ञात कीजिए।

- (a) 1 : 6
- (b) 1 : 5
- (c) 1 : 4
- (d) 1 : 3



$\Delta ABG : \Delta ABC$
~~2 : 6~~
 1 : 3

73. In ΔABC , AD is median and G is the point on AD such that $AG : GD = 2 : 1$, then $ar(\Delta ABG) : Ar(\Delta ABC)$ is equal to :

ΔABC में, AD माध्यिका है तथा G, AD पर स्थित ऐसा बिन्दु है कि $AG : GD = 2 : 1$ है, तो $ar(\Delta ABG) : Ar(\Delta ABC)$ का मान किसके बराबर होगा?

SSC CGL 10/06/2019 (Shift- 03)

- (a) 1 : 5
- (b) 1 : 4
- (c) 1 : 6
- (d) 1 : 3