

# NUMBER SYSTEM

UNIT DIGIT

CLASS NOTES

BY ADITYA RANJAN



#

213

→ Unit digit

Q. 213 + 514 =

~~$$\begin{array}{r} 213 \\ + 514 \\ \hline 727 \\ \hline \end{array}$$~~

$$\begin{array}{r} 213 \\ + 514 \\ \hline 727 \\ \hline \end{array}$$

Q. 213 x 514 = . . . =

~~$$\begin{array}{r} 213 \\ \times 514 \\ \hline 852 \\ 2130 \\ \hline 109482 \\ \hline \end{array}$$~~

$$\textcircled{0}. (234)^{121}$$

# Meaning of Unit Digit

# How to Find Unit Digit of a given Expression

किसी दिए गए व्यंजक का इकाई अंक निकालने के लिए हमें संपूर्ण व्यंजक को हल नहीं करना है बल्कि सभी संख्याओं के इकाई अंक पर ऑपरेट कर देने पर परिणामित व्यंजक का इकाई अंक ज्ञात हो जाता है।

# Case-01

Let us consider  $N = a \times b$ ,  $N = a + b$ ,  $N = a - b$ ,

To calculate the unit digit of  $N$ , We only consider the unit digit of number  $a$  and  $b$ .

E.g. Find the unit digit of  $232 \times 235 = 0$

E.g. Find unit digit of  $628 + 493 + 589 = 0$

E.g. Find the unit digit of  $2383 - 1689 = 5$

Handwritten notes:  $10 \mid 10$  and  $10 \mid 332$

# Concept of Cyclicity (चक्रीयता की अवधारणा)

After a certain frequency or cycle length, the unit digit starts repeating for a given number.



## Case-02

Let us consider  $N = x^y$

To calculate the unit digit of  $N$ , We only consider the unit digit of number  $x$ .

E.g. Find the unit digit of  $237^{43}$

# 5x even = 0

# 5x odd = 5

① 235x142  
= 110

①. 1575x433  
= 1107

1. **The digit in unit's place of the product**

निम्नलिखित गुणनफल का इकाई अंक ज्ञात करें।

**$49237 \times 3995 \times 738 \times 83 \times 9$  is :**

- (a) 0
- (b) 7
- (c) 6
- (d) 8

2. The unit digit in  $3 \times 38 \times 537 \times 1256$  is :

3  $\times$  38  $\times$  537  $\times$  1256 का इकाई अंक ज्ञात करें।

(a) 4

(b) 2

(c) 6

(d) 8

$$\begin{aligned} & \underbrace{3 \times 8} \times \underbrace{7 \times 6} \\ = & \underbrace{4 \times 2} \\ = & 8 \end{aligned}$$

3. Find the unit digit of the product of all the odd prime number.

सभी विषम अभाज्य संख्याओं के गुणनफल का इकाई अंक ज्ञात कीजिए।

- (a) 0
- (b) 1
- (c) 2
- (d) 5

~~2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, ...~~

$3 \times 5 \times 7 \times 11 \times 13 \times 17 \dots$

= 1105

4. Find the unit digit of the product of all the prime number.

सभी अभाज्य संख्याओं के गुणनफल का इकाई अंक ज्ञात कीजिए।

- (a) 0
- (b) 1
- (c) 2
- (d) 5

$$2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 11 \times 13 \times 17 \times 19 \dots = 0$$

# Cyclicity

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

0, 1, 5, 6

$$(0)^n = 0$$

$$(1)^n = 1$$

$$(5)^3 = 5$$

$$(6)^n = 6$$

4, 9

$$(4)^{\text{odd}} = 4$$

$$(4)^{\text{even}} = 6$$

$$(9)^{\text{odd}} = 9$$

$$(9)^{\text{even}} = 1$$

$$\begin{aligned} 2^1 &= 2 \\ 2^2 &= 4 \\ 2^3 &= 8 \\ 2^4 &= 16 \end{aligned}$$

2, 3, 7, 8

**Cyclicity = 4**

$$2^5 = 32$$

$$2^6 = 64$$

$$2^7 = 128$$

$$2^8 = 256$$

$n \rightarrow 1, 2, 3, - - -$

5. For any natural number  $n$ , what is always the last digit of the result  $6^n - 5^n$ ?

किसी भी प्राकृत संख्या  $n$  के लिए,  $6^n - 5^n$  के परिणाम का अंतिम अंक हमेशा क्या होता है?

**NTPC CBT-1, 28/12/2020 (Shift-02)**

- (a) 1
- (b) 3
- (c) 7
- (d) 5

$$\begin{aligned} &= 6^n - 5^n \\ &= 6 - 5 \\ &= 1 \end{aligned}$$

6. Find the unit digit in given factor of  $(345\underline{1})^{51} \times (53\underline{1})^{43}$ .

~~$(345\underline{1})^{51} \times (53\underline{1})^{43}$~~  के दिए गए गुणनखंड में इकाई अंक ज्ञात कीजिए।

✓ RPF SI - 11/01/2019 (Shift-01)

- (a) 6
- (c) ~~1~~

- (b) 4
- (d) 9

→  $(1)^{51} \times (1)^{43}$   
 $= 1 \times 1$   
 $= 1$

7. The digit in unit place of the number

परिणामी संख्या में इकाई अंक ज्ञात करें।

~~(1570)~~<sup>2</sup> + ~~(1571)~~<sup>2</sup> + ~~(1572)~~<sup>2</sup> + ~~(1573)~~<sup>2</sup> is :

- (a) 1
- (b) 2
- (c) 3
- (d) 4

= 0 + 1 + 4 + 9  
= 14

$$\begin{array}{r} 4)6(1 \\ \underline{4} \\ \textcircled{2} \end{array}$$

$$\begin{aligned} &= (213)^6 \\ &= (3)^6 \\ &= 3^2 \\ &= 9 \end{aligned}$$

8. Find the last digit of  $213^6$ ?  
 $213^6$  का अंतिम अंक ज्ञात कीजिए?

Group D 05/12/2018 (Shift-02)

- (a) 6
- (b) 3
- (c) 7
- (d) 9

$$\begin{array}{r}
 4) 54(13 \\
 \underline{4} \\
 14 \\
 \underline{-12} \\
 29
 \end{array}$$

9. The units digit of the expression

परिणामी संख्या में इकाई अंक ज्ञात करें।

$$\cancel{25}^{6251} + \cancel{36}^{528} + \cancel{73}^{54} \text{ is :}$$

- (a) 6
- (b) 5
- (c) 4
- (d) 0

$$\begin{aligned}
 &= 5^{6251} + 6^{528} + 3^{54} \\
 &= 5 + 6 + 3^2 \\
 &= 5 + 6 + 9 \\
 &= 20
 \end{aligned}$$

$$2^1 = 2$$

$$2^2 = 4$$

$$2^3 = 8$$

$$2^4 = 16$$

$$2^5 = 32$$

$$2^6 = 64$$

$$2^7 = 128$$

$$2^8 = 256$$

$$2^{12} = 4096$$

$$2^{16} = 65536$$

$$2^{18} = 262144$$

10. What is the unit digit in the Expansion of  $67^{32}$ ?

$67^{32}$  के व्यंजक में इकाई अंक क्या है?

[CDS - 2021 (I)]

- (a) 1
- (c) 7

- (b) 3
- (d) 9

$$\begin{aligned} &= \cancel{67}^{32} \\ &= 7^{32} \\ &= 7^4 \\ &= \underbrace{7 \times 7}_{9} \times \underbrace{7 \times 7}_{9} \\ &\quad \quad \quad \underbrace{\quad \quad \quad}_1 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 4) 32 (8 \\ \underline{32} \\ 0 \end{array}$$

11. What is the digit in the unit place of  $3^{99}$  ?

$3^{99}$  के इकाई स्थान पर कौन-सा अंक होगा?

[CDS - 2020 (II)]

- (a) 1
- (b) 3
- (c) 7
- (d) 9

$$\begin{aligned}
 &= 3^{99} \\
 &= 3^3 \\
 &= 27
 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r}
 4 \overline{) 99} \quad (24) \\
 \underline{8} \phantom{0} \\
 19 \\
 \underline{16} \\
 3
 \end{array}$$

12. What is the unit place digit in the expansion of  $7^{73}$ ?

$7^{73}$  के प्रसार में इकाई का अंक क्या है?

[CDS - 2019 (I)]

- (a) 1
- (b) 3
- (c) 7
- (d) 9

$$\begin{aligned} &= 7^{73} \\ &= 7^1 \\ &= 7 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 4) 73(18 \\ \underline{4} \\ 33 \\ \underline{32} \\ 1 \end{array}$$

Rem.

$$\begin{array}{r} 2313 \\ \hline 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4) 2313 \text{ (578)} \\ \underline{- 20} \\ 31 \\ \underline{- 28} \\ 33 \\ \underline{- 32} \\ 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4) 13(3) \\ \underline{- 12} \\ 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6712 \\ \hline 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ \hline 4 \end{array} \checkmark$$

Q.  $\underline{1315} \times \underline{1317} + 1 = (x)^2$

find  $x$

- (a) 1315
- (b) 1316
- (c) 1317
- (d) 1318

- $3 \times 5 + 1 = 16 = (4)^2$
- $5 \times 7 + 1 = 36 = (6)^2$
- $9 \times 11 + 1 = 100 = (10)^2$

$$17^{174} = (7)^{74} = 7^2 = \underline{49}$$

$$3^2 - 1^2 = 8 \quad \checkmark$$

$$5^2 - 3^2 = 16 \quad \checkmark$$

13. Consider the following statements:

निम्नलिखित कथनों पर विचार कीजिए :

- 1. Unit digit in  $17^{174}$  is 7  
17<sup>174</sup> में इकाई अंक 7 है।
- 2. Difference of the squares of any two odd numbers is always divisible by 8  
किन्हीं भी दो विषम संख्याओं के वर्गों का अंतर हमेशा 8 से विभाज्य है।
- 3. Adding 1 to the product of two consecutive odd numbers makes it a perfect square.  
दो क्रमागत विषम संख्याओं के गुणनफल में 1 जोड़ने पर एक पूर्ण वर्ग प्राप्त होता है।

Which of the above statements are correct?

उपर्युक्त में से कौन से कथन सही हैं?

**[CDS - 2019 (II)]**

- (a) 1, 2 and 3
- (b) 1 and 2 only
- (c) 2 and 3 only
- (d) 1 and 3 only

$9^{\text{odd}} = 9$   
 $9^{\text{even}} = 1$

14. What is the last digit of the sum  $S = 9^{97} + 27^9$  ?

योगफल  $S = 9^{97} + 27^9$  का अंतिम अंक क्या है?

**UPSC CDS 16/04/2023**

- (a) 3
- (c) 7

- (b) 6
- (d) 9

$$S = 9^{97} + 7^9$$
$$= 9 + 7^1$$
$$= 16$$

∴



$$\begin{aligned}
& 3^{98} - 3^{89} \\
&= 3^2 - 3^1 \\
&= 9 - 3 \\
&= 6
\end{aligned}$$

16. What is the digit in the unit's place of the number represented by  $3^{98} - 3^{89}$ ?

$3^{98} - 3^{89}$  से निरूपित संख्या के इकाई स्थान पर कौन सा अंक है?

[CDS - 2019 (II)]

- (a) 3
- (c) 7

- (b) 6
- (d) 9

$$\begin{array}{r}
4) 98(24 \\
\hline
8 \\
\hline
18 \\
2) 18 \\
\hline
16 \\
\hline
2
\end{array}$$

$$\begin{array}{r}
4) 89(22 \\
\hline
8 \\
\hline
9 \\
2) 9 \\
\hline
8 \\
\hline
1
\end{array}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{(3 \times 4)^{55}}{3^{11}} + \frac{(2^3)^{48}}{(2^4)^{18}} \\
&= \frac{3^{55} \times 4^{55}}{3^{11}} + \frac{2^{144}}{2^{72}} \\
&= 3^{44} \times 4^{55} + 2^{72} \\
&= 3^4 \times 4 + 2^4 \\
&= 1 \times 4 + 6 \\
&= \textcircled{0}
\end{aligned}$$

17. Find the unit digit of the sum:

निम्नलिखित योगफल का इकाई अंक ज्ञात करें।

$$\frac{12^{55}}{3^{11}} + \frac{8^{48}}{16^{18}}$$

- (a) 0
- (b) 2
- (c) 4
- (d) 6

$$\begin{aligned}
(a \times b)^m &= a^m \times b^m \\
\frac{a^m}{a^n} &= a^{m-n}
\end{aligned}$$

$y^{\text{odd}} = 4$   
 $y^{\text{even}} = 6$

18. Let  $x = (633)^{23} - (277)^{38} + (266)^{54}$  what is the unit digit of  $x$ ?

यदि  $x = \underline{(633)}^{23} - \underline{(277)}^{38} + \underline{(266)}^{54}$  है, तो  $x$  का इकाई अंक क्या है?

**SSC CGL Tier II 11/09/2019**

(a) 7

(c) 4

(b) 6

(d) 8

$$\begin{aligned} x &= (3)^{23} - (7)^{38} + (6)^{54} \\ &= 3^3 - 7^2 + 6 \\ &= 27 - 49 + 6 \\ &= 4 \end{aligned}$$

**19.** If  $x = (164)^{169} + (333)^{337} - (727)^{726}$  what is the unit digit of  $x$ ?  
H.W

यदि  $x = (164)^{169} + (333)^{337} - (727)^{726}$  है, तो  $x$  का इकाई अंक क्या है?

**SSC CGL Tier II, 11/09/2019**

- (a) 5
- (b) 7
- (c) 8
- (d) 9

20. Let  $x = (433)^{24} - (377)^{38} + (166)^{54}$ . What is the units digit of  $x$ ?

मान ले कि  $x = \underline{(433)}^{24} - \underline{(377)}^{38} + \underline{(166)}^{54}$  है, तो  $x$  का इकाई का अंक क्या है?

**SSC CGL MAINS 29/01/2022**

- (a) 8
- (c) 6

- (b) 7
- (d) 9

$$\begin{aligned}
 x &= 3^{24} - 7^{38} + 6 \\
 &= 3^4 - 7^2 + 6 \\
 &= 1 - 9 + 6 \\
 &= -8 + 6 \\
 &= -2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Ans} &= -2 + 10 \\
 &= 8
 \end{aligned}$$

$$\textcircled{0, 1, 5, 6}^n$$

$$= 0, 1, 5, 6$$

21. The digit in the unit's place of  
निम्न व्यंजक का इकाई अंक ज्ञात कीजिए।

~~[(251)<sup>98</sup> + (21)<sup>29</sup> - (106)<sup>100</sup> + (705)<sup>35</sup> - 16<sup>4</sup> + 259]~~ is

- (a) 1
- (b) 4
- (c) 5
- (d) 6

$$= 1^{98} + 1^{29} - 6^{100} + 5^{35} - 6^4 + 9$$

$$= 1 + 1 - 6 + 5 - 6 + 9$$

$$= 16 - 12$$

$$= 4$$

**22. The unit digit in the product**

परिणामी संख्या में इकाई अंक ज्ञात करें।

**$7^{71} \times 6^{63} \times 3^{65}$  is :**

- (a) 1
- (b) 2
- (c) 3
- (d) 4

$$\begin{aligned} &= 7^3 \times 6 \times 3^1 \\ &= \underline{3 \times 6 \times 3} \\ &= 8 \times 3 \\ &= 4 \end{aligned}$$

23. What is the unit digit of / का इकाई अंक क्या है?

~~$[4523^{1632} \times 2224^{1632} \times 3225^{1632}]$~~

**NTPC 18/01/2017 (Shift-03)**

- (a) 1
- (b) 0
- (c) 4
- (d) 5

~~$$= 3^{1632} \times 4^{1632} \times 5^{1632}$$
$$= 3^{32} \times 4^{32} \times 5^{32}$$
$$= 3^4 \times 6 \times 5$$
$$= 1 \times 6 \times 5$$
$$= 0$$~~



23. What is the unit digit of / का इकाई अंक क्या है?

~~4523~~<sup>1632</sup> × ~~2224~~<sup>1632</sup> × ~~3225~~<sup>1632</sup>

**NTPC 18/01/2017 (Shift-03)**

- (a) 1
- (b) 0
- (c) 4
- (d) 5

=  
= 0 — × 6 × 5

24. The last digit  $(1001)^{2008} + 1002$  is :

$(1001)^{2008} + 1002$  का अंतिम अंक है :

(a) 0

(b) 3

(c) 4

(d) 6


$$\begin{aligned} &= 1+2 \\ &= 3 \end{aligned}$$

$$\# 1+2+3+4+\dots+n = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$\# 1^2+2^2+3^2+\dots+n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$\# 1^3+2^3+3^3+\dots+n^3 = \left[ \frac{n(n+1)}{2} \right]^2$$



26. Find the unit digit of/इकाई अंक ज्ञात करें।

$$\frac{8 \times 8 \times 8 \times 8}{4 \quad 4} \\ \underline{\quad \quad} \\ 6$$

$$\cancel{1^1} + 2^2 + 3^3 + 4^4 + \cancel{5^5} + \cancel{6^6} + 7^7 + 8^8 + 9^9 + \cancel{10^{10}}$$

(a) 0

(b) 5

(c) 7

(d) 9

$$= 1 + 4 + \underline{7 + 6 + 5} + 6 + 7^3 + 8^4 + 9 + 0$$

$$= 1 + 4 + 7 + 6 + 5 + 6 + 3 + 6 + 9$$

$$= \underline{\underline{47}}$$

26. Find the unit digit of/इकाई अंक ज्ञात करें।

$$\frac{8 \times 8 \times 8 \times 8}{4 \quad 4}$$

$$\frac{\quad}{6}$$

$$\cancel{1^1} + 2^2 + 3^3 + 4^4 + \cancel{5^5} + \cancel{6^6} + 7^7 + 8^8 + 9^9 + \cancel{10^{10}}$$

(a) 0

(b) 5

(c) 7

(d) 9

$$= \cancel{1} + \cancel{4} + \underline{7} + \cancel{6} + \cancel{5} + 6 + 7^3 + 8^4 + \cancel{9} + 0$$

$$= 8 + 3 + 6$$

$$= \underline{7}$$

$$9^{\text{odd}} = 9$$

$$9^{\text{even}} = 1$$

27. Find the unit digit of  $(123456789)^{123456789}$ .

~~(123456789)~~<sup>123456789</sup> का इकाई अंक ज्ञात करें।

(a) 2

(b) 6

(c) 1

(d) 9

$$= (9)^{123456789}$$

$$= 9$$



$$\begin{aligned} \# & 2^{3^4} \\ &= 2^{3 \times 3 \times 3 \times 3} \\ &= 2^{81} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \# & (2^3)^4 \\ &= 2^{3 \times 4} \\ &= \textcircled{2^{12}} \end{aligned}$$

# Remainder

Rem.

$$* \frac{13 \times 15}{4}$$

m-1

$$\text{Sol}^n = \frac{195}{4}$$

$$\text{Rem} = \textcircled{3}$$

$$4 \overline{) 195} \text{ (48)}$$

$$\underline{-16}$$

$$35$$

$$\underline{-32}$$

$$3$$

$$\underline{-3}$$

$$0$$

Rem.

$$* \frac{13 \times 15}{4}$$

m-2

$$= 1 \times 3$$

$$= 3 \checkmark$$

$$\text{Q. } \frac{101 \times 102 \times 103}{4}$$

Rem.  
?

Sol<sup>n</sup>

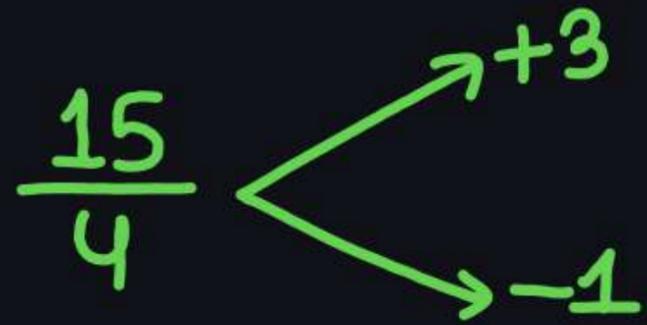
$$\frac{1 \times 2 \times 3}{4}$$

$$= \frac{6}{4} = 2$$

$$\begin{array}{r} 4 \overline{) 6} \quad (1 \\ \underline{4} \phantom{0} \\ 2 \phantom{0} \\ \underline{2} \phantom{0} \\ 0 \phantom{0} \\ \underline{0} \phantom{0} \\ 0 \phantom{0} \\ \underline{0} \phantom{0} \\ 0 \phantom{0} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \overline{) 101} \quad (25 \\ \underline{8} \phantom{0} \\ 2 \phantom{0} \\ \underline{2} \phantom{0} \\ 0 \phantom{0} \\ \underline{0} \phantom{0} \\ 0 \phantom{0} \\ \underline{0} \phantom{0} \\ 1 \phantom{0} \end{array}$$

Remainder





28. Find the unit digit of  $37^{39^{41}}$

$$\begin{aligned}
& 37^{39^{41}} \\
&= \cancel{37}^{\frac{39 \times 39 \times 39 \dots \times 41 \text{ बार}}{4}} \\
&= 7^{(-1) \times (-1) \times \dots \times 41 \text{ बार}} \\
&= 7^{(-1)^{41}} \\
&= 7^{-1} \\
&= 7^{-1+4} = 7^3 = 34\text{(3)}
\end{aligned}$$

$37^{39^{41}}$  का इकाई अंक ज्ञात करें।

- (a) 7
- (b) 9
- (c) 3
- (d) 1

$$\begin{aligned}
(-1)^{\text{odd}} &= -1 \\
(-1)^{\text{even}} &= 1
\end{aligned}$$

28. Find the unit digit of  $37^{39^{41}}$

$$\begin{aligned}
& 37^{39^{41}} \\
&= \cancel{37}^{\frac{39 \times 39 \times 39 \dots \times 41 \text{ बार}}{4}} \\
&= 7^{\frac{(3 \times 3) \times (3 \times 3) \times \dots \times 41 \text{ बार}}{4}} \\
&= 7^{1 \times 1 \times 1 \times 1 \dots \times 1 \times 3} \\
&= 7^3 \\
&= 3
\end{aligned}$$

$37^{39^{41}}$  का इकाई अंक ज्ञात करें।

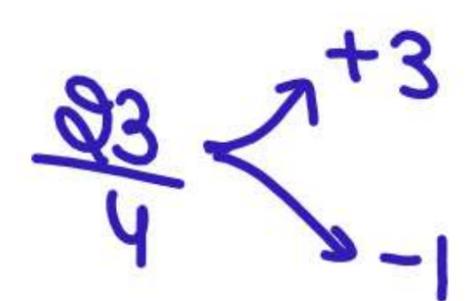
- (a) 7
- (b) 9
- (c)  3
- (d) 1

29. Find the unit digit of  $9^{23^{32}}$

=  $9^{23^{32}}$   
 $9^{23 \times 23 \times 23 \times \dots \times 32}$  बार  $9^{23^{32}}$  का इकाई अंक ज्ञात करें।

- =  $9^{(-1) \times (-1) \times \dots \times 32}$  बार (a) 9 (b) 1
- =  $9^{(-1)^{32}}$  (c) 3 (d) 4

"  $9^1$   
"  $9$



29. Find the unit digit of  $9^{23^{32}}$

$= 9^{23^{32}}$   
 $= 9^{23 \times 23 \times 23 \times \dots \times 32}$  बार  $9^{23^{32}}$  का इकाई अंक ज्ञात करें।

- $= 9^{\text{odd}}$                        (a) 9    (b) 1  
 $= 9$                                       (c) 3    (d) 4

$9^{\text{odd}} = 9$   
 $9^{\text{even}} = 1$

**30. Find the unit digit of  $4^{29^{30}} - 4^{30^{29}}$**

$4^{29 \times 29 \times \dots \times 30}$  बार -  $4^{30 \times 30 \times \dots \times 29}$  बार

$$\begin{aligned}
&= 4^{\text{odd}} - 4^{\text{even}} \\
&= 4 - 6 \\
&= -2
\end{aligned}$$

$$\text{Ans} = -2 + 10 = 8$$

$4^{29^{30}} - 4^{30^{29}}$  का इकाई अंक ज्ञात करें।

- (a) 2
- (b) 8
- (c) 4
- (d) 6

$$\begin{aligned}
4^{\text{odd}} &= 4 \\
4^{\text{even}} &= 6
\end{aligned}$$

$$q^{\text{odd}} = 9$$

$$q^{\text{even}} = 1$$

31. Find the unit digit of  $2^{23^{24}} - 9^{24^{23}}$

$2^{23^{24}} - 9^{24^{23}}$  का इकाई अंक ज्ञात करें।

- (a) 8
- (b) ~~2~~ 1
- (c) 4
- (d) 6

$$2^{23 \times 23 \times \dots \times 24 \text{ बार}}$$

$$= 2^{(-1) \times (-1) \times \dots \times 24 \text{ बार}}$$

$$= 2^{(-1)^{24}}$$

$$= 2^1 - 1$$

$$= \textcircled{1} \checkmark$$

$$- 9^{24 \times 24 \times \dots \times 23 \text{ बार}}$$

$$- 9$$

$$- 1$$

## Factorial (! or L)

$$* 1! = 1 = 1$$

$$* 2! = 2 \times 1 = 2$$

$$* 3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$$

$$* 4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$$

$$* 5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$$

$$* 6! = 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 720$$

$$2^{2!} = 2^{2 \times 1} = 2^2 = 2^2 = 4$$

$$2^{3!} = 2^{3 \times 2 \times 1} = 2^6 = 2^2 = 4$$

$$2^{4!} = 2^{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 2^{24} = 2^4 = 16$$

$$2^{5!} = 2^{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = 2^{120} = 2^4 = 16$$

32. Find the unit digit of  $(123456789)^{123456789!}$ .

~~(123456789)~~<sup>123456789!</sup> का इकाई अंक ज्ञात करें।

(a) 2

(b) 6

(c) 1

(d) 9

$$= 9^4$$
$$= \underbrace{9 \times 9}_{1} \times \underbrace{9 \times 9}_{1}$$

33. Find the unit digit of  $973^{234!} \times 234^{973!}$ .

~~973~~<sup>234!</sup> × ~~234~~<sup>973!</sup> का ईकाई अंक ज्ञात करें।

(a) 2

(b) 6

(c) 7

(d) 9

$$\begin{aligned} &= 3^4 \times 4^4 \\ &= 1 \times 6 \\ &= 6 \end{aligned}$$

! or L

34. Find the unit digit of the expression :

निम्नलिखित व्यंजक का इकाई अंक ज्ञात करें।

~~2222~~<sup>2222</sup> + ~~(4444)~~<sup>4444</sup> + ~~(8888)~~<sup>8888</sup> + ~~(9999)~~<sup>9999</sup>

- (a) 0
- (b) 2
- (c) 5
- (d) 9

= 2<sup>2222!</sup> + 4<sup>4444!</sup> + 8<sup>8888!</sup> + 9<sup>9999!</sup>  
= 2<sup>4</sup> + 4<sup>4</sup> + 8<sup>4</sup> + 9<sup>4</sup>  
= 6 + 6 + 6 + 1  
= 9

**35. Find the unit digit of the expression :**

निम्नलिखित व्यंजक का इकाई अंक ज्ञात करें।

$1! + 2! + 3! + 4! + \dots + 100!$

- (a) 1
- (c) 3

- (b) 0
- (d) 5

$= 1 + 2 + 6 + 24 + 120 + 720 + \dots$

Handwritten notes: A red checkmark is under (c) 3. A red line is drawn through the terms 120, 720, and the following ellipsis. A red bracket is under the first three terms (1, 2, 6). The number 3 is written vertically below the first three terms.

$3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$

$4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$

36. The last digit of the following expression is :  
निम्नलिखित व्यंजक का अंतिम अंक ज्ञात करें।

$(1!)^1 + (2!)^2 + (3!)^3 + (4!)^4 + \dots + (10!)^{10}$

- (a) 0
- (b) 5
- (c) 7
- (d) 9

$= 1^1 + 2^2 + 6^3 + \underline{4}^4 + (120)^5 + \dots$

$= 1 + 4 + 6 + 6 + 0 + 0 + 0 + \dots$

$= \textcircled{7}$

37. The right most non-zero digits of the number  $30^{2720}$  is :

संख्या  $30^{2720}$  में सबसे दाएं अशून्य संख्या है :

- (a) 1
- (b) 3
- (c) 7
- (d) 9

$$\begin{aligned} &= \cancel{30}^{2720} \\ &= 3^{\underline{\underline{2720}}} \\ &= 3^4 \\ &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}1^2 &= 1 \\2^2 &= 4 \\3^2 &= 9 \\4^2 &= 16 \\5^2 &= 25 \\6^2 &= 36 \\7^2 &= 49 \\8^2 &= 64 \\9^2 &= 81 \\10^2 &= 100\end{aligned}$$

~~0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9~~

2, 3, 7, 8

They cannot be unit digit  
of a perfect square.

**38. Which of the following can't be the unit's digit of a perfect square?**

निम्नलिखित में से कौन-सा पूर्ण वर्ग का इकाई अंक नहीं हो सकता है?

- (a) 4
- (c) 9

- (b) 8
- (d) 6

39. The unit digit of  $(137^{13})^{47}$  is :

$(137^{13})^{47}$  का इकाई अंक क्या है?

- (a) 1
- (b) 3
- (c) 5
- (d) 7

$$\begin{aligned} &= 7^{13 \times 47} \\ &= 7^{1 \times 3} \\ &= 7^3 \\ &= 343 \end{aligned}$$

40. If the unit digit of  $433 * 456 * 43N$  is  $(N + 2)$ , then what is the value of  $N$ ?

यदि ~~433~~ \* ~~456~~ \* ~~43N~~ का इकाई का अंक  $(N + 2)$  है, तो  $N$  का मान क्या है? CDS

- (a) 1
- (b) 3
- (c) 8
- (d) 6

$$3 \times 6 \times N = N + 2$$

$$8 \times N = N + 2$$

~~8~~  $\neq$  3  
~~4~~  $\neq$  8  
8 = 8

- 1
- 3
- 6

41. Find the unit digit of the expression :

निम्नलिखित व्यंजक का इकाई अंक ज्ञात करें।

$2^{3^4} \times 3^{4^5} \times 4^{5^6} \times 5^{6^7} \times 6^{7^8} \times 7^{8^9} \times 8^{9^{10}} ?$

*(Handwritten blue circles around 5<sup>6<sup>7</sup></sup> and 6<sup>7<sup>8</sup></sup>, and a blue bracket under 5 x 6)*

- (a) 2
- (c) ~~0~~

- (b) 1
- (d) 3

*0, 1, 5, 6*

$4^{\text{odd}} = 4$      $9^{\text{even}} = 1$

42. The last digit of the expression

$4^1 + 9^2 + 4^3 + 9^4 + 4^5 + 9^6 + \dots + 4^{99} + 9^{100}$

का अंतिम अंक है:

(a) 4

(b) 6

(c) 5

(d) 0

$$\begin{aligned}
 & 4^1 + 9^2 + 4^3 + 9^4 + \dots + 9^{100} \\
 = & \underbrace{4 + 1 + 4 + 1 + \dots}_{0+0} + \dots + 1 \\
 = & \dots \\
 = & 0
 \end{aligned}$$

$4^{\text{odd}} = 4$       $9^{\text{even}} = 1$

42. The last digit of the expression

$4^1 + 9^2 + 4^3 + 9^4 + 4^5 + 9^6 + \dots + 4^{99} + 9^{100}$

का अंतिम अंक है:

(a) 4

(b) 6

(c) 5

(d) 0

$$\begin{aligned}
& 4^1 + 9^2 + 4^3 + 9^4 + \dots + 4^{99} + 9^{100} \\
&= 4 + 1 + 4 + 1 + \dots + 4 + 1 \\
&= 4 \times 50 + 1 \times 50 \\
&= 200 + 50 \\
&= 0
\end{aligned}$$

43. The unit digit of

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + 5^3 + \dots + 101^3$$

$1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + 5^3 + \dots + 101^3$  का इकाई अंक

क्या है?

- (a) 0
- (c) 6

(b) 5

(d) 1

$$= \left( \frac{101 \times 102}{2} \right)^2$$

$$= (101 \times 51)^2$$

$$= (1 \times 1)^2$$

$$= 1$$

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \left[ \frac{n(n+1)}{2} \right]^2$$

$$\textcircled{1}. 1^4 + 2^4 + 3^4 + \dots + 16^4$$

Ans

$$1^4 + 2^4 + 3^4 + 4^4 + 5^4 + 6^4 + 7^4 + 8^4 + 9^4 + 10^4$$
$$~~1^4 + 2^4 + 3^4 + 4^4 + 5^4 + 6^4~~$$

$$= (\textcircled{1} + \cancel{6} + \textcircled{1} + \cancel{6} + \cancel{8} + \cancel{6} + \cancel{1} + \cancel{6} + \cancel{1} + 0)$$
$$\cancel{1} + \textcircled{6} + \cancel{1} + \cancel{6} + \cancel{8} + \cancel{6}$$

$$= 1 + 1 + 6$$

$$= 8$$

1

$$\textcircled{1}. 1^4 + 2^4 + 3^4 + \dots + 76^4$$

Ans  $(1^4 + 2^4 + 3^4 + 4^4 + 5^4 + 6^4 + 7^4 + 8^4 + 9^4 + 10^4) \times 7$   
 $\cancel{71^4} + \cancel{72^4} + \cancel{73^4} + \cancel{74^4} + 75^4 + 76^4$

$$= (1 + \cancel{6} + 1 + \cancel{6} + 5 + \cancel{6} + \cancel{1} + 6 + \cancel{1} + 0) \times 7$$
$$(\cancel{1} + \cancel{6} + \cancel{1} + \cancel{6} + 5 + \cancel{6})$$

$$= 3 \times 7 + 5$$

$$= 1 + 5$$

$$= \underline{\underline{6}}$$

44. The unit digit of  $1^4 + 2^4 + 3^4 + 4^4 + 5^4 + \dots + 75^4$

$1^4 + 2^4 + 3^4 + 4^4 + 5^4 + \dots + 75^4$  का इकाई अंक क्या है?

(a) 0

(b) 5

(c) 2

(d) 1

$$\begin{aligned}
 & (1^4 + 2^4 + 3^4 + 4^4 + 5^4 + 6^4 + 7^4 + 8^4 + 9^4 + 10^4) \times 7 + (11^4 + 12^4 + 13^4 + 14^4 + 15^4) \\
 = & (\cancel{1} + 6 + \cancel{1} + \cancel{6} + 5 + \cancel{6} + 1 + \cancel{6} + 1 + 0) \times 7 + 1 + 6 + 1 + 6 + 5 \\
 = & 3 \times 7 + 9 \\
 = & 1 + 9 \\
 = & 0
 \end{aligned}$$

$$1+2+3+\dots+n = \frac{n(n+1)}{2}$$

45. What is the unit digit of

$$1^5 + 2^5 + 3^5 + 4^5 + 5^5 + \dots + 95^5?$$

$1^5 + 2^5 + 3^5 + 4^5 + 5^5 + \dots + 95^5$  का इकाई अंक क्या है?

- (a) 0
- (b) 5
- (c) 2
- (d) 1



$$\begin{aligned}
 & 1^5 + 2^5 + 3^5 + \dots + 95^5 \\
 &= 1^1 + 2^1 + 3^1 + \dots + 95^1 \\
 &= \frac{95 \times 96}{2} \\
 &= 4560
 \end{aligned}$$