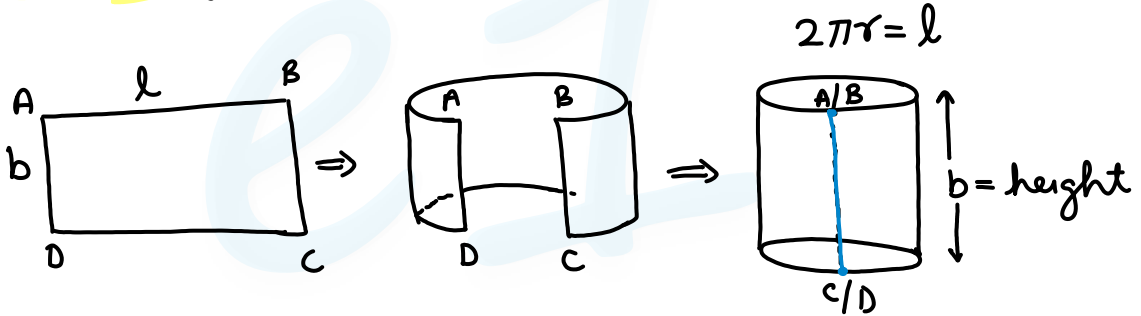


# Rolling & rotating (Cylinder):

By rolling a rectangle:



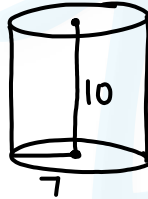
*coaching center*

①

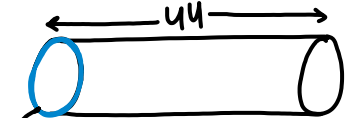


Rolling along length  
OR by joining the // sides  
forming breadth.

$$h=10, \quad 2\pi r=44$$
$$r=7$$



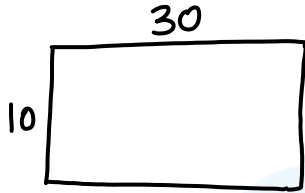
Rolling along breadth



$$2\pi r = 10$$

$$r = \frac{10}{2\pi} = \frac{10 \times 7}{2 \times 22}$$

②



$$\text{Volume} = \cancel{\pi} r^2 h$$

↘  $2\pi r$  radius

$$\frac{30 \times 30 \times 10}{10 \times 10 \times 30} = \frac{3}{1}$$

along the length

$$2\pi r = 30$$

depends upon length ←  $r = \frac{30}{2\pi}$

←

$h = b$   
→ equal to breadth

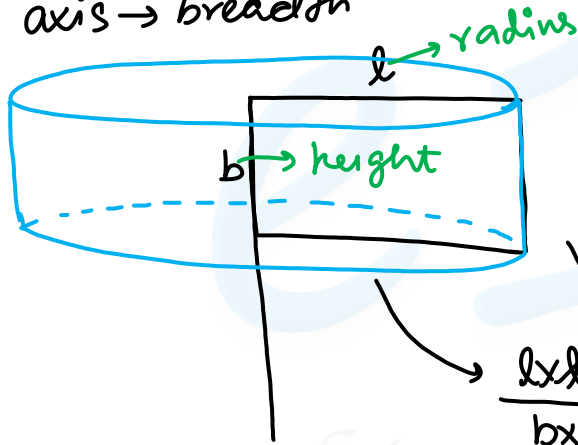
↻ along the breadth

$h = \text{length}$

$r \rightarrow$  depends upon breadth

more radius more volume

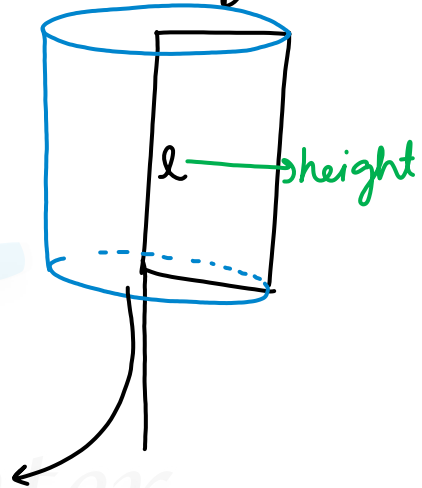
By rotating a rectangle:  
axis  $\rightarrow$  breadth



$$V = \pi r^2 h$$

$$\frac{l \times l \times b}{b \times b \times l}$$

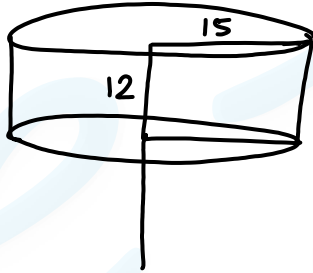
axis - length  
 $b = \text{radius}$



coaching center

$$\pi \times 15 \times 15 \times 12$$

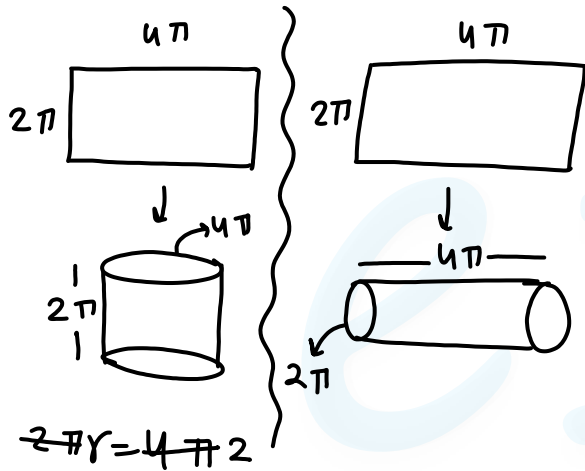
$$2700\pi$$



1. The length and breadth of a rectangle are 15cm and 12cm respectively. If the rectangle is given one full rotation about its breadth as the axis, what is the volume (in  $cm^3$ ) through which the rectangle move?

एक आयत की लंबाई और चौड़ाई क्रमशः 15 सेमी और 12 सेमी है। यदि आयत को अक्ष के रूप में उसकी चौड़ाई के परितः एक पूर्ण घुमाव दिया जाता है तो आयतन (सेमी<sup>3</sup> में) क्या है जिसके माध्यम से आयत घूमता है?

- a)  $2160\pi$                       b)  $1440\pi$   
 c)  $1800\pi$                       ~~d)  $2700\pi$~~



$$2\pi \times 4\pi = 8\pi^2$$

$$\pi \times 4 \times 2\pi = 8\pi^2$$

2. Two rectangular sheets of sizes  $2\pi \times 4\pi$  and are available. A hollow right circular cylinder can be formed by joining a pair of parallel sides of any sheet. What is the maximum possible volume of the circular cylinder that can be formed this way? Radius  $\rightarrow$  length

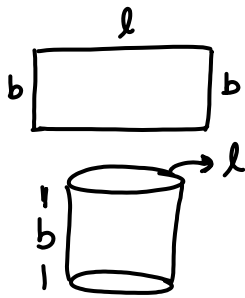
$2\pi \times 4\pi$  माप की दो आयताकार शीट उपलब्ध हैं। किसी शीट के समांतर भुजाओं को मिलाकर एक खाली बेलन बनाया जा सकता है। इस तरह से बने बेलन का अधिकतम आयतन क्या होगा?

a)  $4\pi^2$

~~b)  $8\pi^2$~~

c)  $1.25\pi^2$

d)  $6.25\pi^2$



Volume  $\propto$  length  
 $\downarrow$   
 $\pi r^2 h$

$l \times b = \text{fixed}$

24  
 $\swarrow \searrow$   
 $8 \times 3$   
 $12 \times 2$   
 $6 \times 4$

3. Three rectangles  $R_1$ ,  $R_2$  and  $R_3$  have the same area. Their lengths  $x_1$ ,  $x_2$  and  $x_3$  respectively are such that  $x_1 < x_2 < x_3$ . If  $V_1$ ,  $V_2$  and  $V_3$  are the volumes of the cylinders formed from the rectangles  $R_1$ ,  $R_2$  and  $R_3$  respectively by joining the parallel sides along the breadth, then which one of the following is correct?

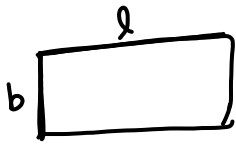
तीन आयतों  $R_1$ ,  $R_2$  और  $R_3$  का क्षेत्रफल समान है। उनकी लम्बाइयाँ क्रमशः  $x_1$ ,  $x_2$  और  $x_3$  इस प्रकार हैं कि  $x_1 < x_2 < x_3$  है। यदि  $R_1$ ,  $R_2$  और  $R_3$  की चौड़ाई वाली समांतर भुजाओं को जोड़कर बनाए गए बेलनों के आयतन क्रमशः  $V_1$ ,  $V_2$  और  $V_3$  हैं तो निम्नलिखित में से कौनसा एक सही है?

a)  $V_3 < V_2 < V_1$

b)  $V_1 < V_3 < V_2$

c)  $V_1 < V_2 < V_3$

d)  $V_3 < V_1 < V_2$



$$\frac{l}{b} = \frac{30}{18} = \frac{5}{3}$$

4. Two rectangular sheets of paper each  $30 \text{ cm} \times 18 \text{ cm}$  are made into two right circular cylinders, one by rolling the paper along its length and the other along the breadth. The ratio of the volumes of the two cylinders thus formed, is:

दो आयताकार शीट प्रत्येक  $30 \text{ cm} \times 18 \text{ cm}$  आकार की हैं। एक शीट को इसकी लम्बाई की तरफ घुमा के और दूसरी शीट को उसकी चौड़ाई की तरफ घुमा के दो बेलन बनाये जाते हैं। दोनों बने बेलनों के आयतन का अनुपात पता करो।

a) 2: 1

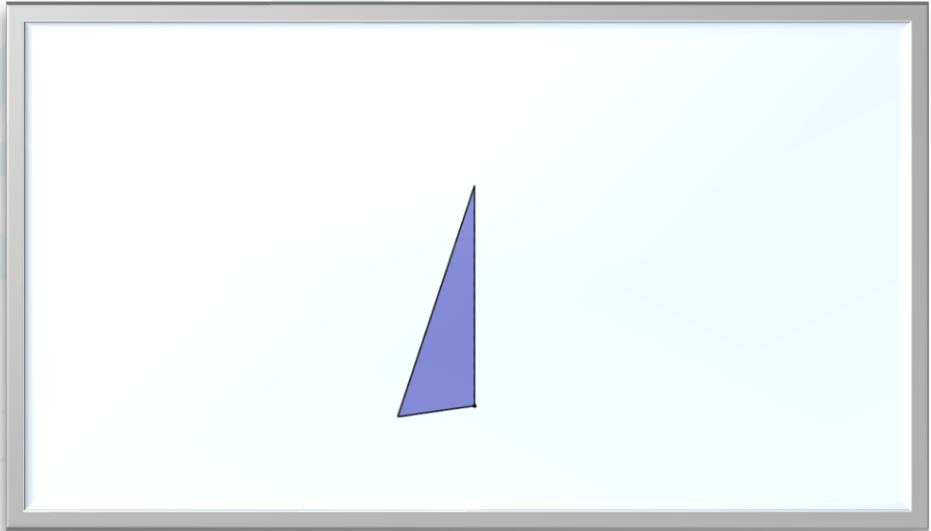
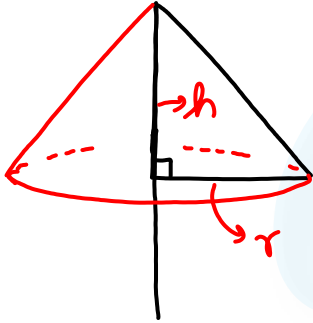
b) 3: 2

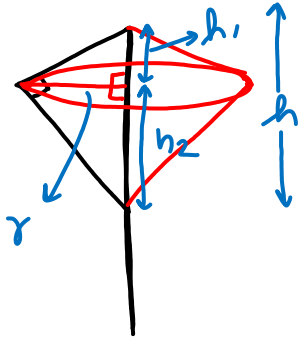
c) 4: 3

~~d) 5: 3~~

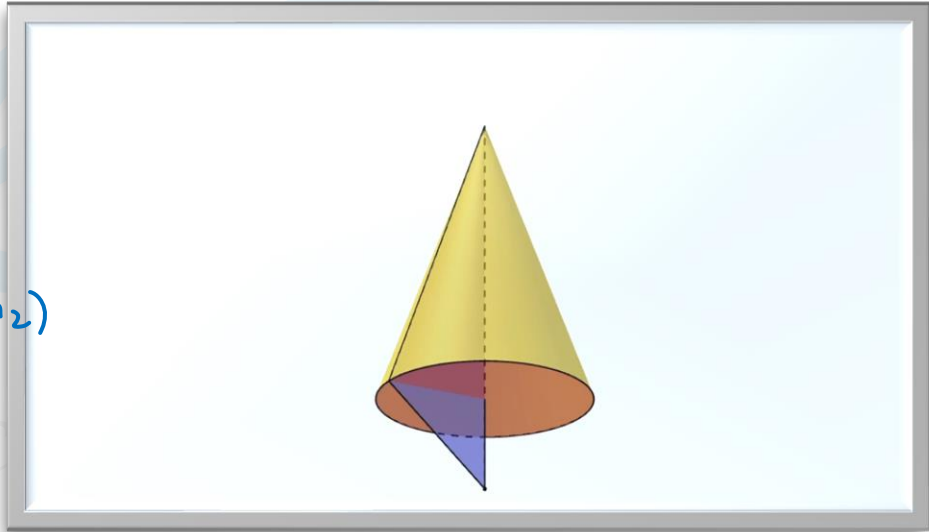


# ▶ Rolling & rotating (Cone):

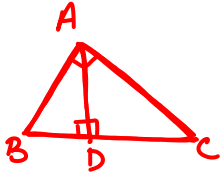




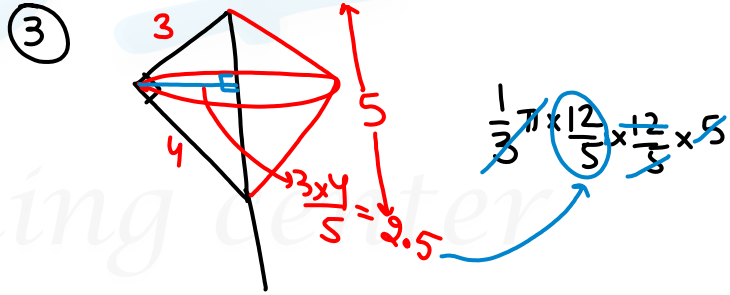
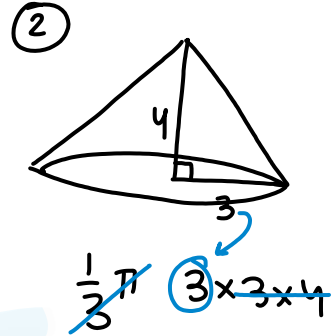
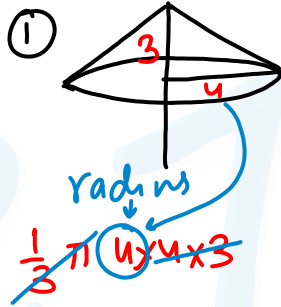
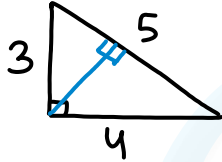
$$\text{Vol.} = \frac{1}{3} \pi r^2 (h_1 + h_2)$$
$$= \frac{1}{3} \pi r^2 h$$



Compare :

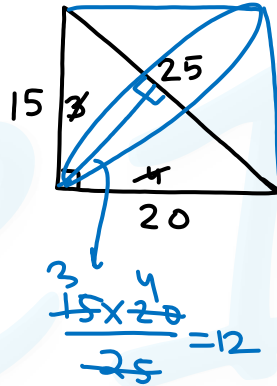


$$AB \times AC = BC \times AD$$



$$\frac{314}{100} \times 12 \times 35 \times (15+20)$$

$$1318.8$$



5. A right triangle having hypotenuse 25 cm and legs in the ratio 3:4 is made to revolve about its **hypotenuse**. ( $\pi = 3.14$ ) What is the surface area of the double cone so formed?

एक समकोण त्रिभुज, जिसका कर्ण 25 cm और बाकी दो भुजाओं का अनुपात 3:4 है, को इसके कर्ण के इर्द गिर्द घुमाया जाता है। इस प्रकार बने दो शंकुओं क्षेत्रफल क्या होगा? ( $\pi = 3.14$ )

a)  $1101.2 \text{ cm}^2$

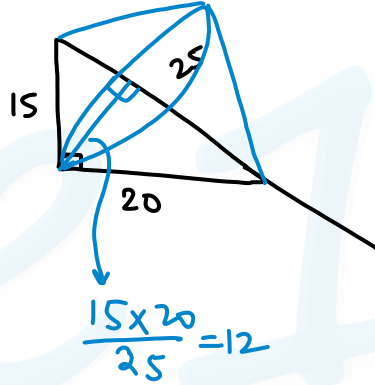
b)  $1111.4 \text{ cm}^2$

c)  $1310.4 \text{ cm}^2$

d)  $1318.8 \text{ cm}^2$

$$\frac{1}{3} \times \frac{314}{100} \times 12 \times 12 \times 25$$

$$=$$



$$\frac{15 \times 20}{25} = 12$$

6. A right triangle having hypotenuse 25 cm and legs in the ratio 3:4 is made to revolve about its hypotenuse. ( $\pi = 3.14$ ) What is the volume of the double cone so formed?

एक समकोण त्रिभुज, जिसका कर्ण 25cm और बाकी दो भुजाओं का अनुपात 3:4 है, को इसके कर्ण के इर्द गिर्द घमाया जाता है। इस प्रकार बने दो शंकुओं का आयतन क्या होगा? ( $\pi = 3.14$ )

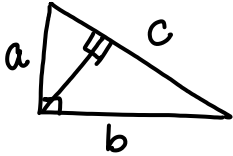
a)  $3124 \text{ cm}^3$

b)  $3424 \text{ cm}^3$

~~c)  $3768 \text{ cm}^3$~~

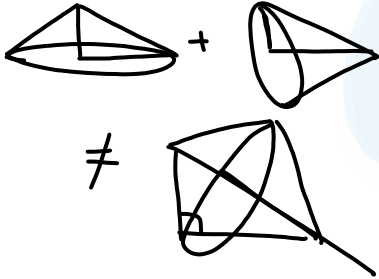
d)  $3924 \text{ cm}^3$

7. Which of the following statements is/are correct?



~~X~~ The volume of the cone generated when the triangle is made to revolve about its longer leg is same as the volume of the cone generated when the triangle is made to revolve about its shorter leg.

~~X~~ The sum of the volume of the cone generated when the triangle is made to revolve about its longer leg and the volume of the cone generated when the triangle is made to revolve about its shorter leg is equal to the volume of the double cone generated when the triangle is made to revolve about its hypotenuse.



निम्नलिखित कथनों में से कौनसा/से सही है/हैं?

1. बड़ी वाली भुजा के परितः त्रिभुज को परिक्रमण कराने से जनित शंकु का आयतन, छोटी वाली भुजा के परितः त्रिभुज को परिक्रमण कराने से जनित शंकु के आयतन के समान है।
2. बड़ी वाली भुजा के परितः त्रिभुज को परिक्रमण कराने से जनित शंकु के आयतन तथा छोटी वाली भुजा के परितः त्रिभुज को परिक्रमण कराने से जनित शंकु के आयतन का योग, कर्ण के परितः त्रिभुज को परिक्रमण कराने से जनित द्विशंकु के आयतन के बराबर है।

a) 1 only

b) 2 only

c) Both 1 and 2

~~d) Neither 1 nor 2~~

# Frustum (छिन्नक) concept:

Similarity of Cone:

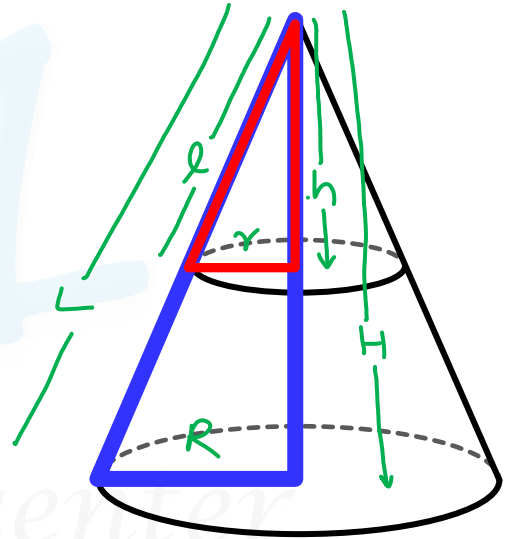
$$\frac{r}{R} = \frac{h}{H} = \frac{l}{L} = \frac{a}{b} \text{ (let)}$$



( $r/l/h$ ) 1D  $a:b$

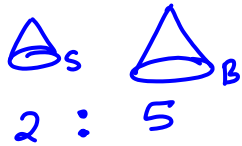
(CSA/TSA) 2D  $a^2:b^2$

(Vol) 3D  $a^3:b^3$



(1D)  $l/r/h$

Vol

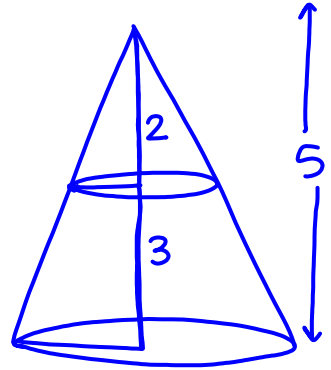


2 : 5

8 : 125

Diagram showing a frustum, which is the bottom part of cone B after the top part (cone S) is removed.

$$\frac{\text{Volume of Cone S}}{\text{Volume of Frustum}} = \frac{8}{117}$$

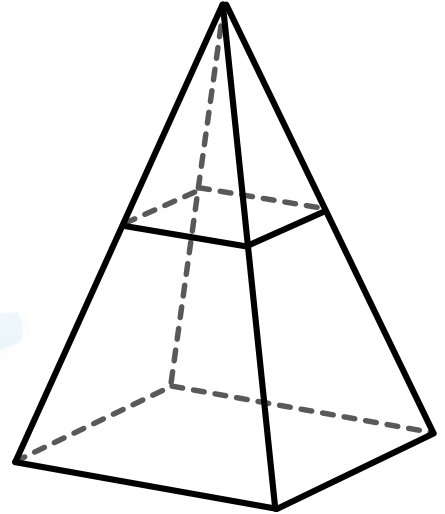
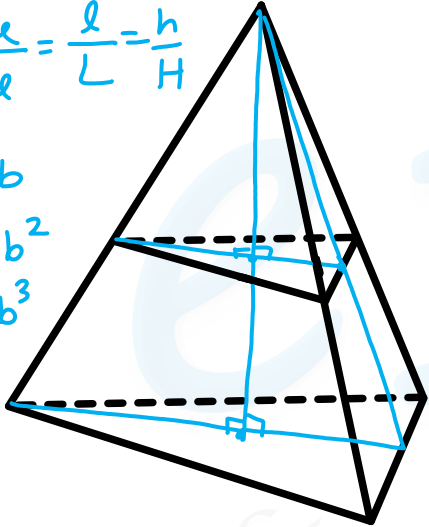


*coaching center*



$$\frac{e}{E} = \frac{\text{Side}}{\text{Side}} = \frac{l}{L} = \frac{h}{H}$$

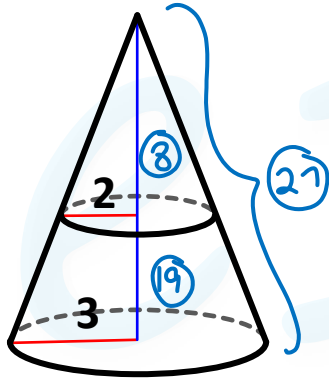
1D  $a : b$   
2D  $a^2 : b^2$   
3D  $a^3 : b^3$



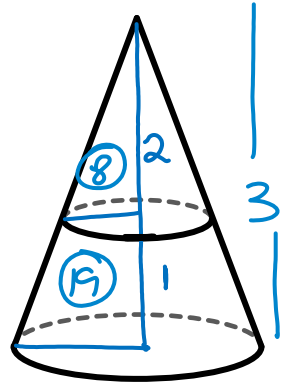
*coaching center*

# Find the ratio of volumes of different parts:

$r \quad 2 : 3$   
 $V \quad 8 : 27$



$h \quad 2 : 3$   
 $V \quad 8 : 27$

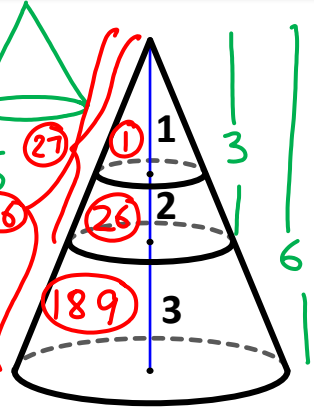
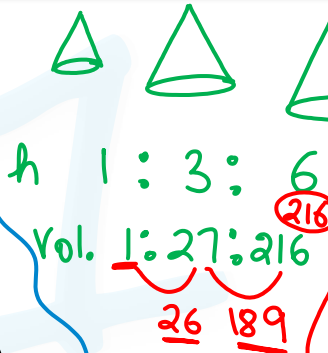
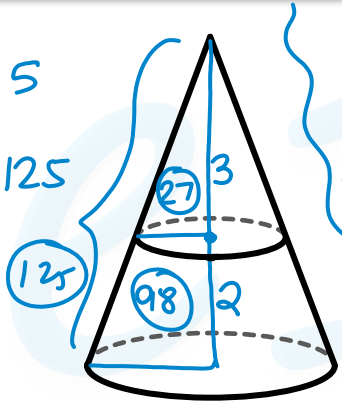


Cut at a height of  $\frac{1}{3}rd$  from the bottom

coaching center

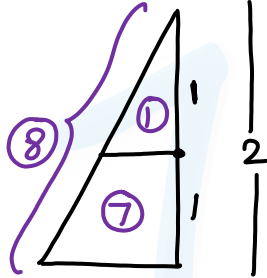
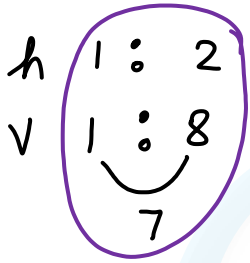
# Find the ratio of volumes of different parts:

$h \quad 3 \quad : \quad 5$   
 $Vol. \quad 27 \quad : \quad 125$



Cut at a height of 40% =  $\frac{2}{5}$  from the base

*coaching center*



1. A cone is cut at mid-point of its height by a plane parallel to its base. The ratio between the volume of two parts of cone would be

किसी शंकु को इसकी ऊंचाई के मध्य भाग से काटा जाता है। शंकु के दोनों भागों के आयतन का अनुपात पता करें।

a) 1:1

b) 1:8

c) 1:4

~~d) 1:7~~

coaching center

$$(10) h \quad 1 : 2 : 3$$

$$\text{Vol} \quad \underline{1} : 8 : 27$$

$\underbrace{\quad\quad\quad}_{7} \quad \underbrace{\quad\quad\quad}_{19}$



2. A regular triangular pyramid is cut by 2 planes which are parallel to its base. The planes trisect the altitude of the pyramid. Volume of top, middle and bottom part is  $v_1, v_2$  and  $v_3$  respectively. What is the value of  $v_1 : v_2 : v_3$ ?

एक सम त्रिभुजाकार पिरामिड को आधार के सामानांतर दो समतलों द्वारा काटा जाता है। समतल पिरामिड की उचाई को समत्रिभाजित करते हैं। उसके उपरी, मझले तथा निचले भागों के आयतन कर्मशः  $v_1, v_2$  तथा  $v_3$  हैं।  $v_1 : v_2 : v_3$  का मान क्या है?

a) 1 : 8 : 27

b) 1 : 8 : 19

c) 2 : 9 : 27

~~d) 1 : 7 : 19~~

$$h \quad 1 : 2 : 3$$

$$Vol \quad 1 : 8 : 27$$

1 : 8 : 27  
7      19



3. A right pyramid has a square base with side of base  $4\text{ cm}$  and the height of pyramid is  $9\text{ cm}$ . The pyramid cut in three parts of equal heights by two planes parallel to its base. What is the ratio of the volume of the top, middle and the bottom part respectively?

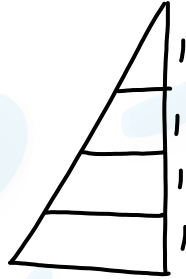
एक सम पिरामिड का आधार  $4\text{ cm}$  भुजा वाला एक वर्ग है तथा पिरामिड की उचाई  $9\text{ cm}$  है पिरामिड को उसके आधार के समान्तर दो तलों द्वारा सामान उचाई के तीन भागों में काटा गया है क्रमशः उपरी, मध्य तथा निचले भागों के आयतन का अनुपात क्या है?

- a)  $1 : 8 : 27$       ~~b)  $1 : 7 : 19$~~   
 c)  $1 : 8 : 20$       d)  $1 : 7 : 20$

$$h \quad 1 : 2 : 3 : 4$$

$$Vol \quad 1 : 8 : 27 : 64$$

① : 8 : 27 : 64  
7 : 19 : 37



4. A right pyramid has a square base with side of base 12 cm and the height 40 cm. The pyramid is cut into four parts of equal heights by three cuts parallel to its base. What is the ratio of the volume of the four parts?

एक वर्गाकार आधार वाले पिरामिड की भुजा 12 cm है तथा उचाई 40 cm है। पिरामिड को उसके आधार के सामानांतर तीन कटाओं द्वारा सामान उचाई के चार भागों में काटा गया है। चारों भागों के आयतन का अनुपात क्या है?

a) 1 : 8 : 27 : 70

b) 1 : 7 : 19 : 47

~~c) 1 : 7 : 19 : 37~~

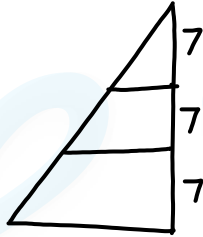
d) 1 : 8 : 27 : 64

$$(1D)h \quad 1 : 2 : 3$$

$$(CSA) \quad 1 : 4 : 9$$

(2D)

3      5



5. The radius of base of solid cone is 9cm and its height is 21 cm. It cut into 3 parts by two cuts, which are parallel to its base. The cuts are at height of 7 cm and 14 cm from the base respectively. What is the ratio of curved surface areas of top, middle and bottom parts respectively?

एक ठोस शंक के आधार की त्रिज्या 9 cm है तथा उसकी उचाई 21 cm है। इसे दो कटाव, जो आधार के सामानांतर है, से 3 भागों में काटा गया है। कटाव आधार से क्रमशः 7 cm तथा 14 cm की उचाई पर है। क्रमशः उपरी, मध्य तथा निचले भागों के वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल का अनुपात क्या है?

a) 1 : 4 : 8



~~b) 1 : 3 : 5~~

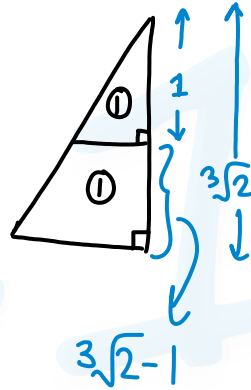
c) 1 : 3 : 9

d) 1 : 6 : 12



Vol  
r/h/l

   
1 : 2  
1 :  $\sqrt[3]{2}$



6. A plane divides a right circular cone into two parts of equal volume. If the plane is parallel to the base, then the ratio, in which the height of the cone is divided, is

अगर किसी शंकु को आधार के समान्तर दो हिस्सों में काटा जाए ताकि दोनों हिस्सों का आयतन समान हो तो शंकु की ऊंचाई किस अनुपात में विभाजित होगी?

~~a) 1:  $\sqrt[3]{2} - 1$~~

b) 1:  $\sqrt[3]{2} + 1$

b) 1:  $\sqrt[3]{2}$

d) 1:  $\sqrt{2}$

coaching center

$$h \quad 2 : 3$$

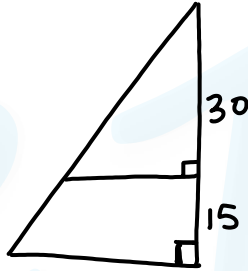
$$\quad \quad 30 : 45$$

$$\text{Vol} \quad 8 : 27$$

$$\quad \quad 19 \quad ?$$

18480

$$\begin{array}{r} 231 \\ \hline 18480 \times 27 \\ \hline 8 \end{array}$$



7. The height of a cone is 45cm. It is cut at a height of 15cm from its base by a plane parallel to its base. If the volume of the smaller cone is  $18480\text{cm}^3$ , then what is the volume (in  $\text{cm}^3$ ) of the original cone?

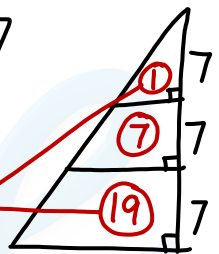
एक शंकु की उचाई 45 cm है। इसे आधार से 15 cm ऊपर एक तल द्वारा उसके आधार के सामानांतर काटा जाता है। यदि छोटे शंकु का आयतन  $18480\text{cm}^3$  है, तो मूल शंकु का आयतन ( $\text{cm}^3$  में) क्या है?

a) 34650

b) 61600

c) 36960

d) 62370

$h \quad 1 : 2 : 3$   
 $Vol \quad 1 : 8 : 27$   
 $\quad \quad \quad \underbrace{\quad \quad \quad}_7 \quad \underbrace{\quad \quad \quad}_{19}$   
  
 $\frac{1}{3} \times 12 \times 12 \times 21 \times 18$   
 $\quad \quad \quad \frac{27}{3}$

8. A pyramid has square base. The side of square is 12 cm and height of pyramid is 21cm. The pyramid is cut into 3 parts by 2 cuts parallel to its base. The cuts are at height of 7cm and 14 cm respectively from the base. What is the difference between (in  $cm^3$ ) in the volume of top most and bottom most part?

एक पिरामिड का आधार एक वर्ग है। वर्ग की भुजा 12 cm तथा पिरामिड की उचाई 21 cm है। पिरामिड को उसके आधार के सामानांतर 2 कटावों से 3 भागों में काटा जाता है। कटाव आधार से कर्मशः 7 cm तथा 14 cm की उचाई पर है। सबसे ऊपर तथा सबसे नीचे वाले भाग के आयतन का अंतर ( $cm^3$  में) क्या है?

a) 672

b) 944

c) 786

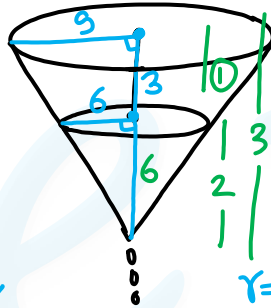
d) 918

$$\frac{r}{R} = \frac{h}{H}$$

$$8 : 9$$

$$2 : 3$$

$$\frac{1}{3} \times \pi \times \frac{36 \times 6}{2}$$



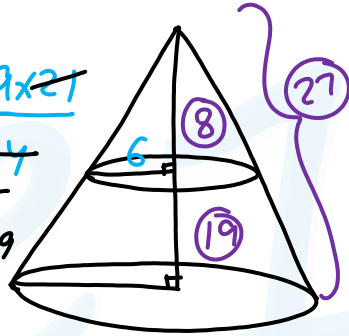
9. An inverted right circular cone has a radius of  $9\text{ cm}$ . This cone is partly filled with oil which is dipping from a hole in the tip at a rate of  $2\text{ cm}^3/\text{hour}$ . Currently the level of oil <sup>is</sup>  $3\text{ cm}$  from top and surface area of oil surface is  $36\pi\text{ cm}^2$ . How long will it take the cone to be completely empty?

एक उल्टे सम गोलाकार शंकु की त्रिज्या  $9\text{ cm}$  है। यह शंकु आंशिक रूप से तेल से भरा हुआ है जो  $2\text{ cm}^3/\text{hour}$  की दर से टिप के छेद से निकल रहा है। वर्तमान में तेल की सतह ऊपर से  $3\text{ cm}$  दूर है और तेल की सतह का क्षेत्रफल  $36\pi\text{ cm}^2$ । शंकु को पूरी तरह से खाली होने में कितना समय लगेगा?

- a)  $216\pi$  hours      b)  $72\pi$  hours  
 c)  $108\pi$  hours      d)  $36\pi$  hours

$$\frac{V_B}{f} = \frac{1 \times \cancel{22} \times 9 \times 9 \times \cancel{21}}{3 \times \cancel{7} \times \cancel{1254}}$$

$$= \frac{27}{19} \rightarrow 8$$



Vol 8 : 27

1D 2 : 3  
 $\swarrow$  ?  $\searrow$  9

10. The height and radius of a right circular cone are respectively 21 cm and 9 cm. The cone is cut by a plane parallel to its base so as to divide it into two parts. The volume of the frustum of the cone is  $1254 \text{ cm}^3$ . The radius of upper circular surface of frustum is

किसी शंकु की ऊंचाई और त्रिज्या क्रमवार 21cm और 9cm है। इस शंकु को आधार के समान्तर काटा जाता है। शंकु के छिन्नक का आयतन  $1254 \text{ cm}^3$  है। छिन्नक के उपरी वृत्तिय भाग की त्रिज्या क्या होगी?

- a) 4 cm
- b) 6 cm
- c) 5 cm
- d) 7 cm