

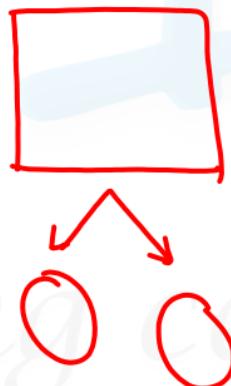
$$\begin{array}{r} 2 \times 2 \times 2 \times 2 \\ \times 5 \\ = 80 \end{array}$$

Prime factorization

(अभाज्य गुणनखंडन)

$$80 = 79 + 1$$

$$21 = 7 \times 3$$



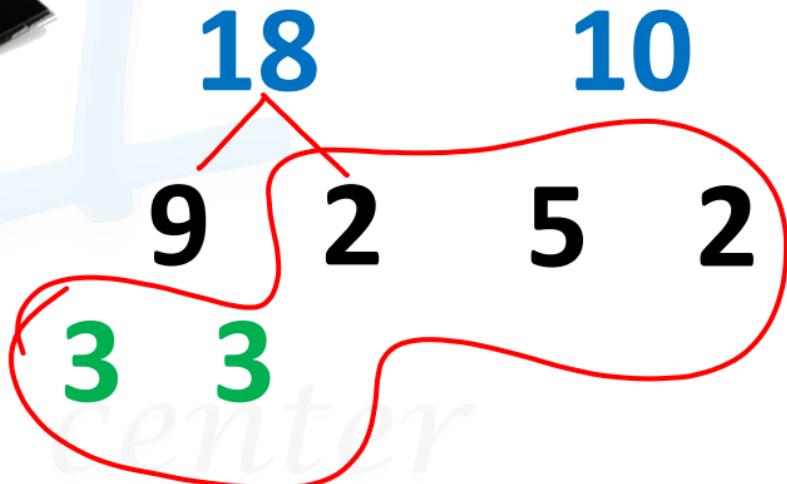
$$\begin{array}{r} 80 = 2^4 \times 5^1 \\ 7 \\ 8 \times 10 \\ 2 \times 2 \times 2 \quad 5 \times 2 \end{array}$$

Prime Factorisation (अभाज्य गुणनखंडन) :

$$\underline{1800} = 3^2 \times 2^1 \times 2^2 \times 5^2 = 2^3 \times 3^2 \times 5^2$$

$$\underline{24000} = 2^6 \times 3 \times 5^3 = 2^3 \times 3 \times 2^3 \times 5^3 = 2^6 \times 3 \times 5^3$$

$$\underline{180} = 3^2 \times 2^2 \times 5$$



- In perfect squares, the powers of primes are divisible by 2.
- In perfect cubes, the powers of primes are divisible by 3.

$$N = a^p \times b^q \times c^r$$

(6k)

$$280 = 2^3 \times 7 \times 5$$

$$\underline{4 \times 7 \times 10}$$

$$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5^1$$

$$\underline{9 \times 4}$$

$$420 = 2^2 \times 3 \times 5 \times 7$$

$$\underline{6 \times 7}$$

$$210 = 2 \times 3 \times 5 \times 7$$

$$\underline{7 \times 3}$$

$$480 = 2^5 \times 3 \times 5$$

$$\underline{16 \times 3}$$

70. If $56 \times 75 \times 60 \times 84 \times 210 = 2^p \times 3^q \times 5^r \times 7^s$
then what is the value of $\left[\frac{p+q}{s}\right] + r$?

यदि $56 \times 75 \times 60 \times 84 \times 210 = 2^p \times 3^q \times 5^r \times 7^s$ तो $\left[\frac{p+q}{s}\right] + r$ का मान क्या है?

- a) 6 b) 8 c) 12 d) 10

$$\begin{aligned} & 2^3 \times 7 \times \cancel{5^2} \times 3 \times 2^1 \times \cancel{3} \times \cancel{5} \times \cancel{2^1} \times \cancel{7} \times \cancel{3} \times \cancel{7} \times \cancel{3} \times \cancel{2} \times \cancel{5} \\ &= 2^8 \downarrow \times 3^4 \downarrow \times 5^4 \downarrow \times 7^3 \downarrow \quad \frac{4}{3} + 4 \\ & \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \end{aligned}$$

coaching center

71. If $(18)^k$ is exactly divisible by 3^{29} , what is the smallest possible integer for k? $k > 0$

अगर $(18)^k$, 3^{29} से पूरी तरह विभाजित हो जाता है तो k का सबसे छोटा मान क्या होगा ?

$$\frac{21}{7} = \frac{1 \times 3}{7}$$

$$\frac{\cancel{3} \times \cancel{3} \times \cancel{3} \times \cancel{3}}{\cancel{3} \times \cancel{3} \times \cancel{3} \times \cancel{3} \times 3}$$

$$= \frac{3^{2k} \times 2^k}{3^{29}}$$

$$14 = 2^8 \times 14$$

b) 15

c) 29

d) 30

$$(5^4)^3 = 5^{4 \times 3} = 5^{12}$$

$$(a \times b)^c = a^c \times b^c$$

coaching center

72. What is the least value of n such that 10^n is exactly divisible by $1600 = 2^6 \times 5^2$

' n ' का न्यूनतम मल्य ज्ञात करे अगर 10^n , 1600 से पूरी तरह विभाजित हो जाता है।

- a) 6 b) 5 c) 4 d) 3

$$(2 \times 5)^n = \frac{2^n \times 5^n}{2^6 \times 5^2} \quad n=6$$

$$\frac{21}{7} = \cancel{7} \times 3 \cancel{7}$$

$$(3^2 \times 2)^P = \frac{3^{2P} \times 2^P}{3^3 \times 2^2}$$

↙ ↘ ↗ ↘ ↗ ↘
q×2 ←

$P \rightarrow 2$

73. If p and q are positive integers such that 18^p and $\frac{12^q}{4 \times 3}$ are divisible by 108, the minimum value of pq is: 4×27

अगर p व q दोनों धनात्मक पूर्णांक हैं व 18^p and 12^q, 108 से विभाजित हो जाते हैं तो pq का न्यूनतम मान ज्ञात करें?

- a) 10 b) 8 c) 9 d) 6

$$(2^2 \times 3)^q = \frac{2^{2q} \times 3^q}{3^3 \times 2^2}$$

↙ ↘ ↗ ↘ ↗ ↘
 $q=3$

coaching center

$$36^{2n} = (3^2 \times 2^2)^{2n}$$

$$= \frac{3^{4n} \times 2^{4n}}{2^{81}} \rightarrow n=21$$

↑
minimum

HW

74. If $(36)^{2n}$ is divisible by 2^{81} , where n is an integer, what is the least possible value of n?

अगर $(36)^{2n}$, 2^{81} से विभाजित हो जाता है, जहा n एक पूर्णांक है, n की न्यूनतम संभव मान जात करे?

- a) 19 b) 20 c) 21 d) 40

c) 21

coaching center

75. Find the smallest number which gives a perfect square when multiplied by 392.

सबसे छोटी संख्या ज्ञात कीजिये जिसे 392

से गुणा करने पर पूर्ण वर्ग प्राप्त हो।

?

= ✓

a) 7

b) 2

c) 4

d) 14

$$5 \times 2 = 10$$

$$N = 2^3 \times 5^2$$
$$\times 7^4 \times 11^7$$
$$\times 13^6$$

$$392 = 2^3 \times 7^2$$
$$2$$

$$2 \times 11 = 22$$

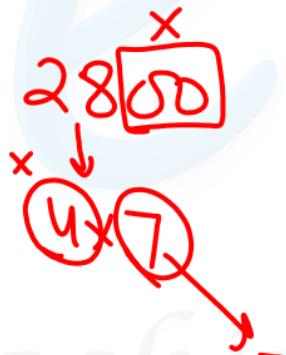
$$2 \times$$
$$4 \times 98$$
$$49 \times 2^1$$
$$7^2$$

76. By what smallest no. should we divide 2800 to make it a perfect square?

वह सबसे छोटी संख्या कौन सी है, जिससे 2800 को भाग देने पर पूर्ण वर्ग प्राप्त हो?

- a) 2 b) 4 c) 7 d) 9

$$\frac{18\cancel{0}}{\cancel{1}\cancel{0}} = 18$$



$$\begin{aligned}2800 &= \underline{4} \times 7 \times \\&= \underline{2^4} \times \underline{7} \times \underline{5^2} \\&\quad \downarrow \\&\quad 7\end{aligned}$$

coaching center

$$N = \underline{2^4} \times 5^6 \times 7^7 \times 11^8$$

किसी $\times \rightarrow \underline{2^2 \times 7^2 \times 11}$

किस $\div \rightarrow 2 \times 7 \times 11^2$

77. By which smallest number 1323 must be multiplied, so that it becomes a perfect cube?

वह सबसे छोटी संख्या कौन सी है, जिससे 1323 को गुणा करने पर पूर्ण घन प्राप्त हो?

a) 9

b) 3

c) 21

d) 7

$$\begin{aligned}
 & 9 \times \cancel{147} \\
 & \cancel{3} \times 7 \\
 = & 3^3 \times 7^2 \\
 & \downarrow \\
 & 7
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & 5 \times 1029 \\
 & 3 \times 343 \\
 = & \underline{5 \times 3^1 \times 7^3} \\
 5 \times 3 = & 15
 \end{aligned}$$

78. The smallest natural number by which 5145 must be divided to make the quotient a perfect cube is

वह सबसे छोटी प्राकृतिक संख्या कौन सी है, जीससे 5145 को भाँग देने पर भागफल एक पूर्ण घन हो?

- a) 15
- b) 3
- c) 5
- d) 7

coaching center

79. Find the smallest four digit perfect square which is divisible by 44?

44 से विभाजित हो जाने वाला चार अंकों का सबसे छोटा पूर्ण वर्ग ज्ञात करें।
a) 484 b) 1452 c) 1936 d) 4356

$$\begin{array}{r} \cdot \\ \hline 44 \\ 484 \times ()^2 \\ \hline 1936 \end{array}$$

$$44 = \boxed{4 \times 11} \times 11 = \boxed{484}$$

$$484 \times (1)^2$$

$$484 \times (2)^2$$

$$484 \times (3)^2$$

coaching center

$$72 = 9 \times 8$$

$$= \underline{3^2} \times \underline{2^3} \times 2$$

144

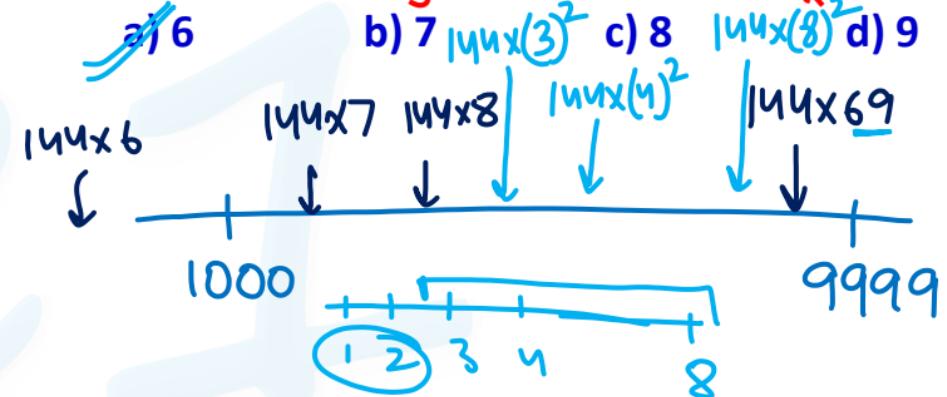
$$144 \times (a)^2$$

~~144x PS~~

~~144~~

80. How many four digit perfect squares are multiples of 72?

72 के कितने गुणज चार अंकों के पूर्ण वर्ग हैं ?



$$\begin{array}{r} 144) 1000 (6 \\ \underline{1008} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 144) 9999 (69 \\ \underline{864} \\ 1359 \\ \underline{1296} \end{array}$$

$$N=2k$$

$$\begin{aligned}3N &= 3 \times 2k = \boxed{6k} \\&\uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \\&\text{perfect cube} \quad 2 \times 3 \quad 6 \times 6 = 36\end{aligned}$$

$$N = 2 \times 36 = 72$$

81. 'N' is an even number such that $3N$ is a perfect cube. What is the smallest possible value of N?

N एक सम संख्या इस प्रकार है कि $3N$ पूर्ण घण है। N का न्यूनतम संभव मान ज्ञात करें।

a) 36

b) 48

c) 60

d) 72

$$\sqrt[3]{a \times a \times a} = a$$

coaching center

Smallest Cube
div. by 7

$$7 \rightarrow 7 \times 7 \times 7 = 343$$

$$343 \times (1)^3$$

$$343 \times (2)^3$$

82. How many perfect cubes are there between 1 and 100000 which are divisible by 7?

1 से 100000 के बीच कितने पूर्ण घन हैं जो 7 से विभाजित हैं?

- a) 5 b) 6 c) 7 d) 15

$$\begin{array}{cccc} 343 \times (1)^3 & 343 \times 2^3 & 343 \times 6^3 & 343 \times 29^3 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ + & . & . & + \end{array}$$

100,000

$$\begin{array}{r} 343) 100000 \\ \underline{686} \\ 3140 \\ \underline{3087} \\ 530 \end{array}$$

(29)

83. $4^{61} + 4^{62} + 4^{63} + 4^{64}$ is divisible by
 ~~$4^{61} + 4^{62} + 4^{63} + 4^{64}$~~ किससे विभाजित है?

a) 3

b) 10
5x2

c) 11

d) 13

$$4^{61} = (2^2)^{61}$$

$$= 2^{132}$$

$$\frac{21}{7} = \frac{1 \times 3}{7}$$

$$4^{61} \left(\overbrace{1+4+16}^{21} + \overbrace{64}^{64} \right)$$

$$= 4^{61} \times 85$$

$$= \underbrace{2^{132}}_{1} \times \underbrace{5}_{85} \times \underbrace{17}_{85}$$

$$34 = \cancel{17} \times 2$$

$$20 \checkmark$$

$$136 \checkmark$$

coaching center

84. $5^{71} + 5^{72} + 5^{73}$ is divisible by

$5^{71} + 5^{72} + 5^{73}$ किससे विभाजित है?

a) 150

b) 160

c) 155

d) 30

$$5^{71}(1+5+25)$$

$$= 5^{71} \times 31$$

$$5 \times 31$$

coaching center

85. $5^{71} + 5^{72} + 5^{73} + 5^{74} + 5^{75}$ is divisible by
which of the following number?

$5^{71} + 5^{72} + 5^{73} + 5^{74} + 5^{75}$ दिए गए

विकल्पों में से किस संख्या से विभाज्य है?

- a) 71 b) 69 c) 89 d) 73

$$5^{71}(1+5+25+125+625)$$

$$= 5^{71} \times 781$$

$$= 5^{71} \times 11 \times 71$$

coaching center

86. $2^{122} + 4^{62} + 8^{42} + 4^{64} + 2^{130}$ is not divisible

by which one of the following integers?

$2^{122} + 4^{62} + 8^{42} + 4^{64} + 2^{130}$ निम्नलिखित

में से किस पूर्णांक से विभाज्य नहीं है?

a) 11

b) 62

c) 22

d) 93

$$2^{122} + 2^{124} + 2^{126} + 2^{128} + 2^{130}$$

$$= 2^{122} \left(\frac{2^1}{1+4+16+64+256} + \frac{320}{64+256} \right)$$

$$= 2^{122} \times \frac{34}{11 \times 31}$$

$$\begin{aligned} & (2^2)^{62} \\ & = 2^{124} \\ & 2^{3 \times 42} \\ & 2^{126} \\ & 2^{128} \end{aligned}$$

$$93 = \overline{3} \times \overline{3}$$

coaching center

$$3^x(1+3+9) \\ = 3^x \times 13$$

Natural nos.

$$x=1, 2, 3, 4, \dots$$

(ii) \rightarrow definitely $\rightarrow 13 \times 3 = 39$

Can be $\rightarrow 3^2 \times 13 = 117$

87. Which one of the following is the largest divisor of $3^x + 3^{x+1} + 3^{x+2}$, if x is any natural number? $3 \times 3 \times 3$. $x+1$ वाले

यदि x कोई धन पूर्णांक निम्नलिखित में से कौन सा एक, $3^x + 3^{x+1} + 3^{x+2}$ का सबसे बड़ा भाजक है?

- a) 3 b) 13 c) 39 d) 117

प्राकृतिक संख्या

coaching center

$$\underline{n-4}, \underline{n-2}, \underline{\overset{\downarrow}{n}}, \underline{n+2}, \underline{n+4}$$

\therefore

$$\text{Sum} = \boxed{5n}$$

Perfect Square

$$5 \times (1)^2 = 5$$

$$5 \times (3)^2 = 45$$

$$5 \times (5)^2 = 125$$

$$5 \times (2)^2 \cancel{\times} \quad n \text{ is odd}$$

88. If the sum of five consecutive positive odd numbers is a perfect square, which of the following can not be one of the numbers?

अगर पाँच लगातार धनात्मक विषम संख्याओं का जोड़फल एक पूर्ण वर्ग है, तो निम्न में से कौन सी संख्या उन संख्याओं में से एक संख्या नहीं हो सकती है ?

a) 7

b) 51

c) 43

d) 127

coaching center

$$\frac{c}{b}$$

largest square div

$\frac{c}{a^2} \rightarrow$ perfect square

$$\frac{N}{144}$$

$1^2, 2^2, 3^2, 4^2, \dots$

largest PS no

89. If b is largest square divisor of c and a^2 divides c , then which one of the following is correct (where a, b and c are integers)?

यदि c के वृहतम वर्ग भाजक b है और c को a^2 विभाजित करता है, तो निम्नलिखित में से कौन सा एक सही है? (a, b, c पूर्ण संख्याएँ हैं)

- a) b divides a
- b) a does not divide b
- c) a divides b
- d) a and b are coprime

$$\begin{array}{ccc}
 a & b & c \\
 \frac{1}{1}, \frac{1}{1}, \frac{2 \times 3 \times 5}{2 \times 3 \times 5} \\
 \frac{2}{2}, \frac{3}{3}, \frac{5}{5} \\
 \frac{1}{2 \times 3 \times 5}, \frac{2 \times 3}{2 \times 3 \times 5}, \frac{5}{2 \times 3 \times 5} \\
 \frac{1}{1}, \frac{1}{1}, \frac{1}{1}
 \end{array}$$

$$\frac{3}{2}, \frac{2}{2}, \frac{1}{1}$$

90. The number of (a, b, c) , where a, b, c are positive integers such that $\underline{abc} = \underline{30}$, is
 (a, b, c) की संख्या कितनी है, जहाँ a, b, c घनात्मक पूर्णांक हैं, इस प्रकार कि $abc = 30$?
- a) 30 b) 27 c) 9 d) 8

$$\begin{array}{c}
 30 = 2 \times 3 \times 5 \\
 \text{Choice} \downarrow \quad \text{Choice} \downarrow \quad \downarrow \\
 3 \times 3 \times 3 = 27
 \end{array}$$