98. How many factors of 360 are in the form of 4k + 2, where k is an integer?

360 के कितने गुणनखण्ड 4k + 2 के रूप में है, जहाँ k एक पूर्णांक है ।

a) 3 b) 6 c) 9 d) 12

4 का multiple ✗

2 का " ✓

2^1 ✓ 2^2 ✗

$2^3 \times 3^2 \times 5^1$

$\times 2^0$

2^1

$\times 2^2$

$\times$

+1 +1

$1 \times 3 \times 2 = 6$

प्र1. If $N = 4^{11} + 4^{12} + 4^{13} + 4^{14}$, then how many positive factors of N are there?

यदि $N = 4^{11} + 4^{12} + 4^{13} + 4^{14}$ है, तो n के कितने धनात्मक गुणनखंड है?

a) 92 b) 48 c) 50 d) 51

$4^{11}\left(\underbrace{1+4}_{5}+\underbrace{16+64}_{80}\right)$

$= (2^2)^{11} \times 85$

$= 2^{22} \times 5^1 \times 17^1$

$23 \times 2 \times 2 = 92$

SSC CGL 9 Mar 2018 T2

100. If $N = 3^{14} + 3^{13} - 12$, then what is the largest prime factor of N?

यदि $N = 3^{14} + 3^{13} - 12$ है, तो n का सबसे बढ़ा अभाज्य गुणनखंड क्या है?

a) 11 b) 79 c) 13 d) 73

$N = 3^{13}(3+1) - 12$

$= 3^{13} \times 4 - 12$

$= 12(3^{12} - 1^{12})$

$= 12(3^6+1^6)(3^3+1^3)(3^3-1^3)$

$= 12 \times 730 \times 28 \times 26$

$N = a^p \times b^q \times c^r$

$3^6 = (3^2)^3 = 729$

SSC CGL 9 Mar 2018 T2

$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

$a^4 - b^4 = (a^2+b^2)(a^2-b^2)$

$(a+b)\ (a-b)$

$a^{12} - b^{12} = (a^6+b^6)(a^3+b^3)(a^3-b^3)$

$a^8 - b^8 = (a^4+b^4)(a^2+b^2)(a+b)(a-b)$

18 ✓ 4 ✓

Pre 25 → 22 →

3

time सोच कर

$$\frac{n^2+11n+48}{n}$$

48 का factor

$$\text{no f}(48) = 2^4 \times 3^1$$

$5 \times 2 = 10$

10. For how many positive integer values of n, $\frac{n^2+11n+48}{n}$ is an integer?

n के कितने धनात्मक पूर्णांक मान होंगे अगर $\frac{n^2+11n+48}{n}$ एक पूर्णांक है?

a) 8 b) 10 c) 12 d) 15

$$\frac{21}{8} \times \frac{3}{7}$$

102. **When 200 is divided by a positive integer x, the remainder is 8. How many values of x are there?**

जब 200 को एक धन पूर्णांक x से विभाजित किया जाता है, तो शेष 8 प्राप्त होता है। x के कितने मान हो सकते हैं?

a) 7 b) 5

c) 8 d) 6

$\frac{200}{x} \rightarrow \frac{192+8}{x}$

x) 200 (

8 → $x > 8$

factor of 192

$200 - 8 = 192$

$192 = 2^6 \times 3^1$

8×3, 24×8

nof $= 7 \times 2 = 14$

$14 - 6 = 8$

Factors of 192 $\le 8 \rightarrow 1, 2, 3, 4, 6, 8 \rightarrow (6)$

103. When 732 is divided by a positive integer x, the remainder is 12. How many values of x are there?

जब 732 को किसी धन पूर्णांक x से विभाजित किया जाता है, तो शेष 12 रहता है। x के कितने मान हो सकते हैं?

a) 19 b) 20

c) 18 d) 16

$x \overline{)732}$ — 12

x is > 12

x is a factor of $732 - 12 = 720$

8×9

$720 = 2^4 \times 3^2 \times 5^1$

nof $= 5 \times 3 \times 2 = 30$

$30 - 10 = 20$

nof $\leq 12 \rightarrow 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 12 \rightarrow (10)$

104. When 43 is divided by x, the remainder is $x - 5$. If x is a natural number, how many solutions will x have?

जब 43 को x से विभाजित किया जाता है, तो शेषफल $x - 5$ होता है। यदि x एक प्राकृत संख्या है, तो x के कितने हल होंगे?

a) 5 ✓ b) 4 c) 6 d) 3

$x \overline{)43}(n$, remainder $x-5$

$48 \overline{)43}(0$, 0, remainder 43

$43 = x \cdot n + x - 5$

$\Rightarrow 48 = nx + x$

$\Rightarrow 48 = (n+1)x$

$n+1 = 1 \Rightarrow n = 0$

$1 - 5 = -4$

- 1×48 ✗
- 2×24
- 3×16
- 4×12
- 6×8
- 8×6

$5 \overline{)17}(3$, 15, remainder 2

$17 = 5 \times 3 + 2$

$24 \overline{)43}(1$, 24, remainder 19

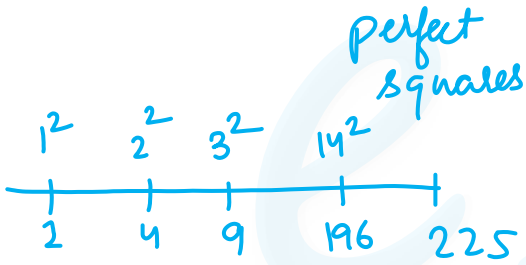
$5 \overline{)17}(1$, 5, remainder 12

NTPC CBT1, 23 July 2021, S2

105 How many natural numbers less than 225 has odd number of factors?

225 से कम प्राकृतिक संख्याओं में कितनी संख्याओं के गुणनखंडों की संख्या विषम है?

a) 12 b) 11 c) 15 d) 14



106. The total number of three digit number which have only 3 factors will be?

3 अंकीय संख्याओं की कुल संख्या क्या होगी, जिनके केवल 3 गुणनखंड होंगे?

a) 6 b) 9 c) 45 d) 7

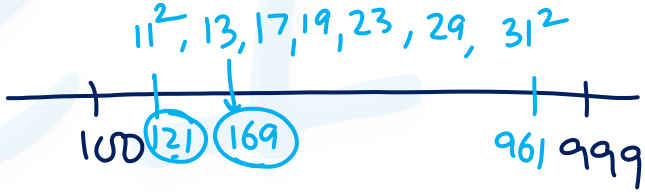
$N = (\text{Prime})^2$

$49 = (7)^2$

1 49 7

$36 = (6)^2 = 2^2 \times 3^2$

$9 = 3 \times 3$



4 digit + perfect square $(32)^2 = 1024$

(prime)^2

107. Let p, q, r and s be positive natural numbers having three exact factors including 1 and the number itself. If $q > p$ and both are two-digit numbers, and $r > s$ and both are one-digit numbers, then the value of the expression $\frac{p-q-1}{r-s}$ is:

माना कि p, q, r और s धनात्मक प्राकृतिक संख्याएँ हैं, जिनके तीन यथातथ्य गुणनखंडो (exact factors) में 1 और स्वयं संख्या भी हैं। यदि $q > p$ और दोनों दो-अंकीय संख्याएँ हैं, तथा $r > s$ और दोनों एक-अंकीय संख्याएँ हैं, तो व्यंजक $\frac{p-q-1}{r-s}$ का मान कितना होगा?

a) $-s-1$ b) $s-1$ c) $1-s$ d) $s+1$

$2^2 \rightarrow 4 = S$

$3^2 \rightarrow 9 = r$

$5^2 \rightarrow 25 = P$

$7^2 \rightarrow 49 = q$

$11^2 \rightarrow 121$ ✗

$\frac{25-49-1}{9-4} = \frac{-25}{5} = -5$

108. Find the number of prime factors in the product $(30)^5 \times (24)^5$.

$(30)^5 \times (24)^5$ में अभाज्य संख्याओं की संख्या ज्ञात कीजिए।

a) 45 b) 35

c) 10 d) 30

(3) $(2\times3\times5)^5 \times (2^3\times3)^5$

$= 2^5\times3^5\times5^5 \times 2^{15}\times3^5$

$N = 2^{20}\times3^{10}\times5^5$

$= 2\times2\times2$ 20बार $\times 3\times3\times3$. $\times$10बार

109. What is the smallest number which has exactly 6 factors?

6 गुणनखण्डों वाली सबसे छोटी संख्या कौन सी है ?

a) 72 b) 32 c) 18 d) 12

$N = a^p \times b^q$

$nof = (p+1)(q+1)$

$32 = 2^5 \leftarrow a^5 \times b^0 \leftarrow 6 \Rightarrow 6 \times 1$

$12 = 2^2 \times 3^1 \leftarrow a^2 \times b^1 \leftarrow 6 = 3 \times 2$

2, 3

110. What is the smallest number which has 15 factors?

वह सबसे छोटी संख्या ज्ञात करें जिसके 15 गुणनखण्ड हैं ?

a) 1202 b) 124 c) 144 d) 144 d) 180

$N = a^p \times b^q$

$nof = (p+1)(q+1)$

$15 = 5 \times 3$

$15 = 15 \times 1$

$N = a^4 \times b^2$

$= 2^4 \times 3^2$

$= 16 \times 9 = 144$

$N = a^{14} \times b^0$

$= 2^{14}$

1GB = 1024 MB

III. In how many ways 320 can be written as a product of two integers?

320 को कितने तरीकों से दो पूर्णांकों के गुणनफल के रूप में लिखा जा सकता है ?

a) 7 b) 14 c) 8 d) 16

$320 = 1 \times 320$

$= 2 \times 160$

$= 4 \times 80$

$2^6 \times 5^1$

$nof = 7 \times 2 = 14$

$Ans = \frac{14}{2} = 7$ ways

$12 = 1 \times 12$

2×6

3×4

} 3 ways

4×3

6×2

12×1

12. How many positive integer pairs of p & q satisfy $pq = 324$?

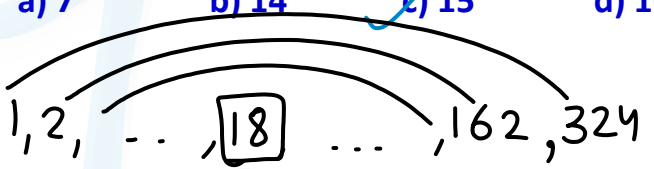
समीकरण $pq = 324$ को p व q के कितने धनात्मक पूर्णांक जोड़े संतुष्ट करते हैं ?

a) 7 b) 14 c) 15 d) 16

18×18

$= 3^4 \times 2^2$

no f = $5 \times 3 = 15$



14 → 7 ways

18 → 18×18

Co prime / relatively prime

mutually prime

113. How many numbers less than 36 are relative primes to 36?

36 से छोटी कितनी संख्याऐ 36 की सह अभाज्य है ?

a) 9 b) 12 c) 18 d) 24

$36 = 3^2 \times 2^2$

$\phi = Ans = 36 \times \left(1-\frac{1}{2}\right) \times \left(1-\frac{1}{3}\right)$

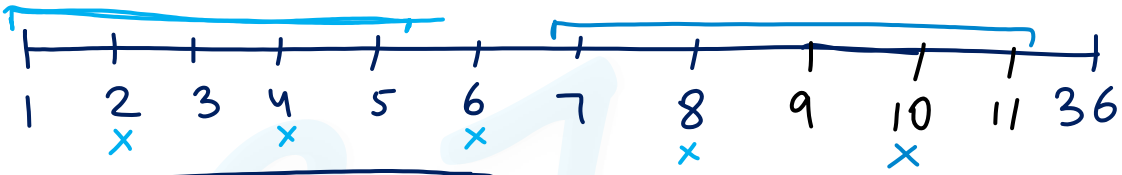
$= 36 \times \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} = 12$

Example.

$150 = 2 \times 3 \times 5^2$

$150 \times \left(1-\frac{1}{2}\right) \times \left(1-\frac{1}{3}\right) \times \left(1-\frac{1}{5}\right)$

$= \cancel{150} \times \frac{1}{\cancel{2}} \times \frac{\cancel{2}}{\cancel{3}} \times \frac{4}{\cancel{5}} = 40$



36 से छोटे co-prime

$36 = 2^2 \times 3^2$

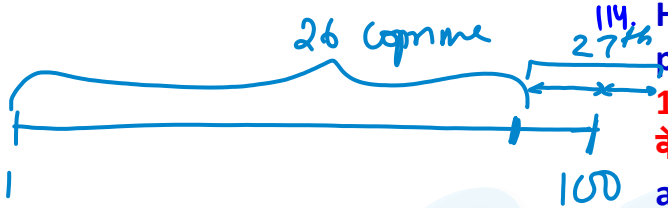
↓

2, 3

$36 \times \left(1-\frac{1}{2}\right) \times \left(1-\frac{1}{3}\right)$

$\frac{1}{2}$ → हर 2 में से 1 no. काट दिया

$\frac{2}{3}$ → हर 3 no में से 2 no लिए, 1 no. काट दिया



How many numbers less than 100 are co-primes to 30?

100 से छोटी कितनी ऐसी संख्याऐ हैं जो 30 के साथ असहभाज्य हैं ?

a) 73 b) 27 c) 74 d) 26

Coprime to $30 = 2 \times 3 \times 5$

$$100 \times \left(1-\frac{1}{2}\right) \times \left(1-\frac{1}{3}\right) \times \left(1-\frac{1}{5}\right)$$

$$= \overset{20}{\cancel{100}} \times \frac{1}{\cancel{2}} \times \frac{\cancel{2}}{3} \times \frac{4}{\cancel{5}} = \frac{80}{3} = 26\frac{2}{3}$$

26

115. How many numbers not more than 100 are co-primes to 18?

18 के साथ असहभाज्य ऐसी कितनी संख्याऐ हैं जो 100 से अधिक नहीं हैं ?

a) 33 b) 34 c) 66 d) 67

Coprime to 18

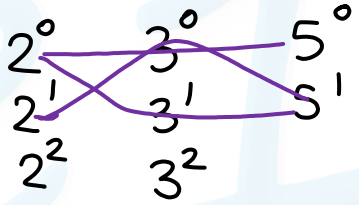
$18 = 3^2 \times 2$

$100 \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} = 33\frac{1}{3}$

Sum of factors
(गुणनखंडो का योग)

Sum of factors (गुणनखंडो का योग) :

$$180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$$



$$Sof = (2^0+2^1+2^2)\times(3^0+3^1+3^2)\times(5^0+5^1)$$

$$= (1+2+4)(1+3+9)(1+5)$$

$$= 7\times13\times6 = 546$$

$(a+b)(c+d) = ac+ad+bc+bd$

Sum of all possible combination of factors

Example:

$S_0f(120) = (2^0+2^1+2^2+2^3)(3^0+3^1)(5^0+5^1)$ $\quad 2^3 \times 3^1 \times 5^1$

$= 15 \times 4 \times 6$

$= 360$

① even → 2^1 ✓

$3600 = 2^4 \times 3^2 \times 5^2$

$\times 2^0$

2^1
2^2
2^3
2^4

$2+4+8+16$

S of (even) $= (2^1+2^2+2^3+2^4)(3^0+3^1+3^2)$

$\times (5^0+5^1+5^2)$

$= 30 \times 13 \times 31 =$

The sum of all the factors of 3600, which are	
even	
odd	
Multiple of 6	
Ending with 0	
prime	
composite	
Ending with 5	
Perfect square	
Perfect cube	

(2) Sof (odd) → 1 से 2 गुना

$3600 = 2^4 \times 3^2 \times 5^2$

2^0
$\times 2^1$
$\times 2^2$
$\times 2^3$
$\times 2^4$

$= (2^0)(3^0+3^1+3^2)(5^0+5^1+5^2)$

$= 13 \times 31 = 403$

③ Sof of 3600 (multiple of 6) → $2^1 \times 3^1$ ✓ ✓

$3600 = 2^4 \times 3^2 \times 5^2$

$\times 2^0$ $\times 3^0$
2^1 3^1
2^2 3^2
2^3
2^4

$Sof = (2^1+2^2+2^3+2^4) \times (3^1+3^2) \times (5^0+5^1+5^2)$

$= 30 \times 12 \times 31$

(4) Sof of 3600 (ending with 0)

→ 10 th multiple

→ $5^1 \times 2^1$

$3600 = 2^4 \times 3^2 \times 5^2$

$\times 2^0 \quad 3^0 \quad 5^0 \times$

$2^1 \quad 3^1 \quad 5^1$

$2^2 \quad 3^2 \quad 5^2$

2^3

2^4

$Sof = (2^1+2^2+2^3+2^4)(3^0+3^1+3^2)(5^1+5^2)$

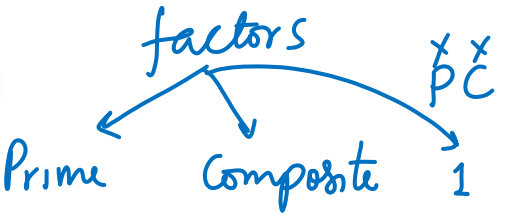
$= 30 \times 13 \times 30$

Sof of 3600 (Prime) =

$$3600 = 2^4 \times 3^2 \times 5^2$$

$$2+3+5=10$$

Sof of 3600 (Composite)



$$2^4 \times 3^2 \times 5^2$$

Sof (total) − [Sof (Prime) + 1]

$(2^0+2^1+\ldots+2^4) \times (3^0+3^1+3^2) \times (5^0+5^1+5^2) - [10+1]$

Sof of 3600 (ending with 5)

$3600 = 2^4 \times 3^2 \times 5^2$

$2^0 \times 2^1 \times 2^2 \times 2^3 \times 2^4$

$5^0 \times 5^1 \checkmark \; 5^2 \checkmark$

→ 5 ka multiple but 2^x

$5 \times 2 \rightarrow 10$

$5 \times \text{odd} \rightarrow 5$

$5^{\checkmark}$ $2^{\times}$

$Sof = (2^0) \times (3^0 + 3^1 + 3^2) \times (5^1 + 5^2)$

$= 1 \times 13 \times 30$

Sof of 3600 (Perfect Square)

$N = a^p \times b^q \times c^r$ → 2 dif multiple

$3600 = 2^4 \times 3^2 \times 5^2$

2^0
$\times 2^1$
2^2
$\times 2^3$
2^4

$Sof = (2^0+2^2+2^4)(3^0+3^2)(5^0+5^2)$

Sof of 3600 (Perfect cube).

$N = a^p \times b^q \times c^r$ → 3 ont multiple

$3600 = 2^4 \times 3^2 \times 5^2$

$Sof = (2^0 + 2^3)(3^0)(5^0)$

$= 1 + 8 = 9$

$\frac{0}{3} = 0$

116. The sum of all even factors of 320 is:

320 के सभी सम गुणनखण्डों का जोड़ ज्ञात करें

a) 635 b) 630 c) 756 d) 762

$320 = 2^6 \times 5^1$

2^5

30 96

$2+4+8+16+32+64$

$S\,of\,(even) = (2^1+2^2+2^3+2^4+2^5+2^6)(5^0+5^1)$

2 होना

$2^0 \times$

$= 126 \times 6 = 756$

117. Find the sum of all odd natural numbers which can divide 540?

सारी विषम प्राकृतिक संख्याओं का योग बताइए जो 540 को विभाजित कर सकती हैं?

a) 390 b) 78 c) 240 d) 468

$S\,of\,(odd)^{2x}$

$540 = 3^3 \times 2^2 \times 5^1$ (27 × 2 × 10)

factors

$= (3^0+3^1+3^2+3^3)(5^0+5^1)$

$= 40 \times 6 = 240$

HW

118. Find the sum of all factors of 840 which are divisible by 6?

840 के उन सभी गुणनखण्डों (फैक्टर) का जोड़ ज्ञात करें जो 6 से विभाजित हो जाते हैं ?

$2^1 \times 3^1$

a) 2016 b) 2640 c) 2160 d) 1872

119. **The sum of all the even factors of 504 which are not divisible by 8 is:**

504 के सारे सम गुणनफल जो 8 से विभाज्य नहीं हैं, उनका योग है:

a) 728 **b) 624** **c) 488** **d) 784**

even → 2^1

not div. by 8 → $8 = 2^3$

$504 = 8 \times 63$

$= 2^3 \times 3^2 \times 7^1$

$= (2^1+2^2)(3^0+3^1+3^2)(7^0+7^1)$

$= 6 \times 13 \times 8$ (104)

$= 624$

120. Find the sum of all the factors of 1240 which are divisible by 4 but not by 8?

1240 के उन गुणनखंडो का योग निकालो जो 4 से तो भाज्य है पर 8 से भाज्य नहीं है?

a) 480 b) 468 c) 720 d) 768

4 ✓ 8 ×

2^2 ✓ 2^3 ×

$1240 = 4 \times 31 \times 10$

$= 2^3 \times 5 \times 31$

$= (2^2)(5^0+5^1)(31^0+31^1)$

$= 4 \times \overbrace{6 \times 32}^{192}$

$= 768$

121. What is the sum of the divisors of 484 that are perfect squares?

484 के विभाजकों का योग क्या है जो पूर्ण वर्ग हैं?

a) 125 b) 35

c) 610 d) 13

$484 = 22 \times 22$

$= 2^2 \times 11^2$

2 का multiple

$N = a^p \times b^q \times c^r$

$S\text{of}(\text{Square}) = (2^0 + 2^2)(11^0 + 11^2)$

$= 5 \times 122$

$= 610$

122. What is the sum of all the factors of 1080 which are multiples of 3 and end with 5?
1080 के उन सारे गुणनखण्डों का योग क्या होगा जो 3 के गुणज है और उनके इकाई के स्थान पर 5 आता है?

a) 285 b) 195 c) 315 d) 225

$3^3 \times 2^3 \times 5^1$

$27 \times 4 \times 10$

3^1 ✓

5^1 2^x

$= (3^1 + 3^2 + 3^3)(5^1)$

$= 39 \times 5 = 195$

Product of factors :

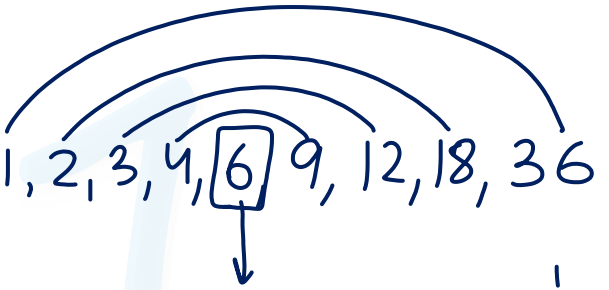
Pof(12) =

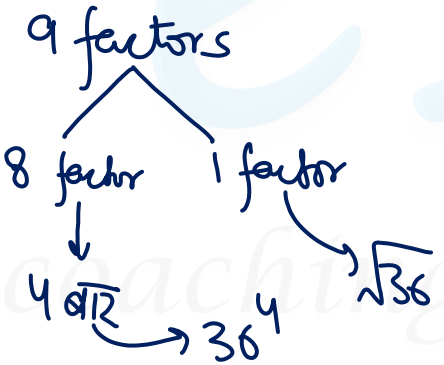
nof = 6 ⟶ $\frac{6}{2}$ = 3 बार 12 बना लेंगे

Pof = 12 × 12 × 12 = 1728

$$pof(N) = (N)^{\frac{nof(N)}{2}}$$

36





123. What is the product of all the factors of 576?

576 के सभी गुणनखंडों का गुणनफल ज्ञात करें?

a) 24^{21} b) 24^{19} c) 24^{17} d) 24^{20}

$$P_{of} = (576)^{\frac{n_{of}(576)}{2}}$$

$$= (576)^{\frac{21}{2}}$$

$$= \left(576^{\frac{1}{2}}\right)^{21}$$

$$= \left(\sqrt{576}\right)^{21} = 24^{21}$$

24×24

$= 2^6 \times 3^2$

$n_{of} = 7 \times 3 = 21$